

Angela Lohri

Kombinationstöne und Tartinis »terzo suono«

Veröffentlicht unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-NC-ND 4.0

Kombinationstöne und Tartinis »terzo suono«

Angela Lohri

**Kombinationstöne
und Tartinis »terzo suono«**

SCHOTT

www.schott-campus.com

CC BY-NC-ND 4.0 – © Schott Music GmbH & Co. KG

Diese Publikation wurde gefördert durch:



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

978-3-95983-079-9 (Paperback)
978-3-95983-080-5 (Hardcover)

© 2016 Schott Music GmbH & Co. KG, Mainz

www.schott-campus.com

Veröffentlicht unter der Creative-Commons-Lizenz CC BY-NC-ND 4.0
© Schott Music GmbH & Co. KG

Inhalt

Vorwort.....	9
Dank.....	11
1 Einleitung.....	15
1.1 Kombinationstöne und die musikalisch-harmonikale Betrachtungsweise	15
1.2 Ausgangslage dieser Forschungsarbeit, Bedeutung und Ziel.....	20
1.3 Forschungsfragen und Methoden.....	30
2 Grundlagen.....	35
2.1 Entdeckung des Phänomens	35
2.2 Kombinationstöne und reine Intervalle.....	43
2.3 Kombinationstonreihe.....	54
2.4 Einfache und komplexe Schwingungsverhältnisse.....	58
3 Tartinis »terzo suono«	61
3.1 Der »Tartini-Ton«.....	61
3.2 Tartinis Formeln aus dem Traktat (1754), der Dissertation (1767) und der Scienza platonica (ca. 1764–1770).....	64
3.3 Hinweise zu Tartinis Formeln in anderen Dokumenten.....	75
3.4 Der dritte Ton und die Koinzidenztheorie	95
3.5 Tartinis dritter Ton aus perzeptorischer Sicht	102
3.6 Michelangelo Abbado: Terzo e quarto suono.....	105
3.7 Differenzierung zwischen Differenzton und terzo suono.....	111
3.8 Entwicklung der Kombinationstonformeln bis Helmholtz.....	113

4	Systematik und Darstellungsweisen von Kombinationstönen ...	117
4.1	Grundlegendes für eine Kombinationston-Systematik.....	117
4.2	Vielfalt der Bezeichnungsweisen	120
4.3	Die Tonmatrix	134
4.4	Notenschrift.....	141
4.5	Punktreihen (Impulsketten).....	143
4.6	Linienmodell	147
4.7	Klangspektrum (für die Repräsentation von extra-auralen Kombinationstönen)	152
4.8	Kombinationstöne und Symmetrie	153
4.9	Fazit zur Kombinationston-Systematik	161
5	Tartini und das harmonikale Denken.....	163
5.1	Einheit in der Vielheit und Vielheit in der Einheit.....	163
5.2	Das universelle harmonische Prinzip.....	167
5.3	Tartinis »scienza armonica«	171
6	Der Basiskombinationston.....	175
6.1	Natur des Basiskombinationstons.....	176
6.2	Terminologische Vielfalt.....	179
6.3	Tartinis basso armonico fondamentale versus Rameaus basse fondamentale.....	180
6.4	Virtuell oder real?	189
6.5	Neuronale Erklärungen.....	193
6.6	Erster gemeinsamer Unterton.....	200
6.7	Fazit zu den Untersuchungen zum Basiskombinationston	201
7	Kombinationstöne im Violinspiel.....	203
7.1	Instrumentale Realisierung der syntonischen Skala mit Kombinationstönen.....	203
7.2	Intervalle und Ideenzahlen	207
7.3	Kombinationstonbeobachtungen von Geigern	213
7.4	Ausblick: Kombinationstöne in der musikalischen Anwendung	226
7.5	Kombinationstöne im Violinspiel: Zusammenfassung	228

8	Experimente zu extra-auralen Kombinationstönen	229
8.1	Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten	229
8.2	Zur Hörbarkeit extra-auraler Kombinationstöne.....	232
8.3	Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne.....	235
8.4	Zusammenfassung der Experimente.....	257
	Schlussbetrachtungen	259
	Anhang.....	265
	Ausschnitt aus Platons Politeia, Buch 7	265
	Primärquellen zur Kombinationstonformel bis Helmholtz (1856).....	269
	Bibliografie	289
	Kurzfassung	311
	Abstract.....	312

Vorwort

Musikalische Schwingungen erfassen unser Wesen und bewegen es im Innersten. Harte Gesichtszüge weichen einem sanften Lächeln, leere Augen beginnen zu strahlen, ein starrer Körper wird durchlässig. Manche Menschen spricht die Musik intellektuell an, andere fühlen tiefen Frieden oder eine Verbindung zu einer anderen Welt. Unbewusst Schlummerndes wird geweckt, Verborgenes steigt an die Oberfläche, Unterdrücktes wird Ausdruck. Musik inspiriert und rüttelt auf; sie öffnet Räume für Geistesblitze und Ideen und entzündet das Feuer der Kreativität.

Mit der Vertiefung in die harmonikale Grundlagenforschung am Internationalen Harmonik Zentrum bei meinem Doktorvater Werner Schulze an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien eröffnete sich mir eine neue Sichtweise, in der die Musik nicht nur isoliert dasteht, sondern sich mit vielen Bereichen und Wissenschaften verbinden lässt. Den vermittelnden Part spielen hierbei das Wesen der Zahl und Zahlproportionen, die sich in der Musik insbesondere in den ganzzahligen Schwingungsverhältnissen manifestieren.

Im antiken Griechenland war man sich bewusst, dass die Kraft der Musik das Ethos der Menschen positiv und negativ beeinflussen kann. Diese Wirkungen wurden in erster Linie auf die Schwingungsverhältnisse der Intervalle zurückgeführt. Wie dabei Logik und Sinneswahrnehmung koinzidieren, ist eine der erstaunlichsten und herausforderndsten Fragen der Musikgeschichte, und sie steht nach 2500 Jahren immer noch im Raum.

Eine essentielle Erfahrung, die zur Entstehung dieses Buches beigetragen hat, geht an die Anfänge meines Geigenspiels zurück. Als ich mit etwa zehn Jahren das erste Mal Zweiklänge auf der Geige spielte, war ich fasziniert von der Wirkung dieser Klänge. Sie sprachen in mir etwas Besonderes an, was ich bis heute nicht in Worte fassen kann. Ihnen wohnte ein magischer Moment inne, den ich bei einzeln gespielten Tönen nicht fand.

Was aber macht Zweiklänge zu einem besonderen Erlebnis? Was unterscheidet sie von einzeln gespielten Tönen? Wieso sind sie so effektiv und bedeutungsvoll im Violinspiel?

Im Laufe meines Musikstudiums traf ich Philippe Borer (Geiger, Musikwissenschaftler und mein Zweitbetreuer dieser Arbeit), der mir zusätzlich zum Instrumentalunterricht wichtiges musiktheoretisches Grundlagenwissen vermittelte. Borer's Zugang zum Violinspiel und zur Intonation war profunder, als ich es bislang an der Musikhochschule erlebt hatte. Ich war fasziniert von all dem anwendbaren Wissen, welches mir über Jahre hinweg verborgen oder versagt blieb. Ich lernte bei ihm, wie ich die natürlich-harmonische Stim-

mung auf der Violine realisieren konnte und welche zentrale Rolle Kombinationstöne dabei spielen.

Die Kombinationstöne waren eine wunderbare Entdeckung für mich. Ich wurde 2005 in Sion von einem Freund auf sie aufmerksam gemacht. Bis dahin war ich mir dieser leisen mitklingenden Töne nicht gewahr. Sie gehörten für mich wohl unbewusst zur Empfindung von Zweiklängen dazu. Seit ich aber von ihnen wusste, faszinierten sie mich, wurden fester Bestandteil meiner Intonationsübungen und öffneten mir die Tür in eine neue Welt der Klänge. Mit dieser Entwicklung ging auch eine Sensibilisierung meines Gehörs einher. Das Heraushören von Kombinationstönen erforderte die Fähigkeit, den Fokus auf einzelne Klangkomponenten richten zu können. Diese Art der Aufmerksamkeitslenkung war zunächst Neuland für mich, doch integrierte ich sie mehr und mehr in meine Hörgewohnheiten. Heute bemerke ich im Alltag oft Geräusche oder Musik mit auffälligen Obertönen, die ich nun auch als solche erkennen, identifizieren und analysieren kann.

Ich finde es schade und unverständlich, dass Kombinationstöne bei Musikern und speziell unter Streichern so wenig bekannt sind und an Musikhochschulen nur selten Beachtung finden. Denn sie stellen weitaus mehr dar als nur ein akustisches Phänomen. In der Natur der Kombinationstöne verkörpern sich harmonikale Gesetze, die uns zum tieferen Wesen der Musik hinführen. Für Musizierende, die sich in das Feld der Intonation vertiefen möchten, sind sie unverzichtbare Arbeitshilfen. Die praktische Bedeutung der Kombinationstöne würde nach einer größeren Einbindung in die Musiktheorie und Lehre verlangen. Durch meine Erfahrungen als Musikerin und mithilfe von Fragestellungen, die der Praxis entspringen, hoffe ich, die Auseinandersetzung mit dem Thema zu fördern und neue Perspektiven aufzeigen zu können.

Ich freue mich besonders, diese Arbeit im Zeichen des dreihundertjährigen Jubiläums der Entdeckung der Kombinationstöne (1714–2014) zu präsentieren.

Dank

Mein besonderer Dank gilt meinen Betreuern Univ.-Prof. Dr. Werner Schulze (Internationales Harmonik Zentrum) und Dr. Philippe Borer (Schweizerischer Musikpädagogischer Verband). Durch ihre künstlerische und wissenschaftliche Laufbahn waren sie wichtige Wegbegleiter für die Fragestellungen und das Ziel dieser Forschungsarbeit. Sie standen mir stets unterstützend zur Seite und ließen mir die nötigen Freiräume, die Arbeit in einem transdisziplinären Zusammenhang ausführen zu können.

Auch bin ich dem Zweitbegutachter dieser Dissertation, PD Dr. Martin Ebeling (Technische Universität Dortmund) zu großem Dank verpflichtet. Er gab mir zahlreiche Anregungen, wie Aspekte der Akustik und Hörpsychologie sinnvoll mit der musikalisch-harmonikalen Perspektive verknüpft werden können.

Beim Institut für Musikalische Akustik (Wiener Klangstil) der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien möchte ich mich dafür bedanken, dass ich dort Experimente zu extra-auralen Kombinationstönen durchführen konnte. Dr. Sandra Carral unterstützte mich vor allem bei den Messungen, Dr. Vasileios Chatziioannou half mir bei mathematischen Fragen und Darstellungen zu Kombinationstönen.

Die Durchführung der Experimente in Stockholm wäre ohne Dr. Erwin Schoonderwaldt und Dr. Matthias Demoucron nicht möglich gewesen. Danke für die intensive Woche am Department of Speech, Music and Hearing an der Royal Academy of Technology in Stockholm und der freundlichen Unterstützung des Institutsleiters Prof. Dr. Anders Askenfelt.

Bei Ellen und Philippe Visson möchte ich mich von Herzen für das langjährige Vertrauen und die Leihgabe ihrer Violine (Kopie der Stradivari »Youssupov-Visson«) bedanken, die mir auf meinem künstlerisch-wissenschaftlichen Weg seit vielen Jahren eine unverzichtbare Begleiterin ist.

Vom interdisziplinären Austausch und wertvollen Ratschlägen konnte ich bei Dr. Daniel Muzzolini, Univ.-Prof. Dr. Christoph Reuter, Mag. Susanne Rell und Dr. Teresa Leonhardmair profitieren. Bei Mag. Martin Morgenbesser bedanke ich mich für das Lesen des Entwurfs und für die konstruktiven Verbesserungsvorschläge.

Vielen Dank der Pontificia Biblioteca Antoniana und der Familie Fortin aus Selvazzano, die meine aufschlussreiche Recherche in Padova unterstützt haben.

An die British Library geht ein Dank für die freundliche Erlaubnis zum Abdruck der *Regola del Terzo Suono*.

Ein besonderes Andenken richte ich an Luigi Stefanelli. Er hat im Januar 2014 unsere Welt verlassen. Seine Herzlichkeit, Lebensfreude und sein Humor werden mir immer in wacher Erinnerung bleiben. Durch Luigi verinnerlichte ich die italienische Sprache, welche mir den Zugang zu den Werken Tartinis erleichtert hat. Danke für die Zeit, die ich mit dir teilen durfte.

Viele weitere Personen haben zum Gelingen dieser Forschungsarbeit beigetragen und waren für mich da, wenn ich Hilfe brauchte. Herzlichen Dank an meine Familie, Maximilian Resch, Elke Luig, die Kertész-Stiftung (Zürich), die Zanger-Weber Stiftung (Zürich), die Stammer-Mayer-Stiftung (Zürich), Ananya yogaraumwien, Willi Gansch, Katharina Sonderegger, Johann Leutgeb, Susanna Köhli, Christoph Wälchli, Jean-Marc Bétrix, Manrico Padovani, Walter Amadeus Ammann, Prof. Dr. Sergio Durante, Prof. Dr. Jobst Peter Fricke, Guido Pietrini und Iyan Barlyanta.

Nancy Grochol (Lektorat Argwohn, Leipzig) danke ich herzlich für die sorgfältige Überprüfung der Endfassung und die lehrreichen Korrekturvorschläge für den sprachlichen Feinschliff.

Zudem danke ich allen weiteren Personen, die ich an dieser Stelle nicht namentlich erwähnen konnte, für alles, was sie mir an neuem Wissen und neuen Erfahrungen mitgegeben haben.

Vorbemerkungen

- Wenn nicht speziell vermerkt, wurden italienische und französische Texte eigenständig übersetzt. Absicht war, mit der Übersetzung möglichst nah am Originaltext zu bleiben. Unklare oder mehrdeutige Formulierungen wurden in ihrer Form belassen, um den Charakter der Texte zu bewahren.
- In dieser Arbeit wird durchgehend das generische Maskulinum verwendet. Dies geschieht ausschließlich, um eine gute Lesbarkeit zu gewährleisten. Grundsätzlich sind mit Personenbeschreibungen alle Geschlechter gemeint.

1 Einleitung

Kombinationstöne stellen ein komplexes akustisches Phänomen dar, das Musiker und Wissenschaftler seit dreihundert Jahren beschäftigt. In der Natur der Kombinationstöne zeigt sich eine Vielschichtigkeit, die aus verschiedenen Perspektiven und mit unterschiedlichen Methoden erforscht werden kann. Dass sich der rote Faden durch diese Arbeit an Giuseppe Tartini, dem »Entdecker« der Kombinationstöne orientiert, ist kein Zufall. Denn aufgrund seiner Ausrichtung als Forscher und Musiker gibt es viele Stellen in seinem Werk, an denen ich mit eigenem harmonikalen Wissen und geigerischen Erfahrungen anknüpfen konnte.

1.1 Kombinationstöne und die musikalisch-harmonikale Betrachtungsweise

Tartini war nicht nur ein in ganz Europa berühmter Geiger und Komponist, sondern auch ein angesehenener Pädagoge, Musiktheoretiker und auf seine eigene geniale Weise ein wahrer *Harmoniker*. Tartinis Violinschule war international bekannt und seine zahlreichen berühmten Schüler aus ganz Europa nahmen Einfluss auf das damalige Musikgeschehen.

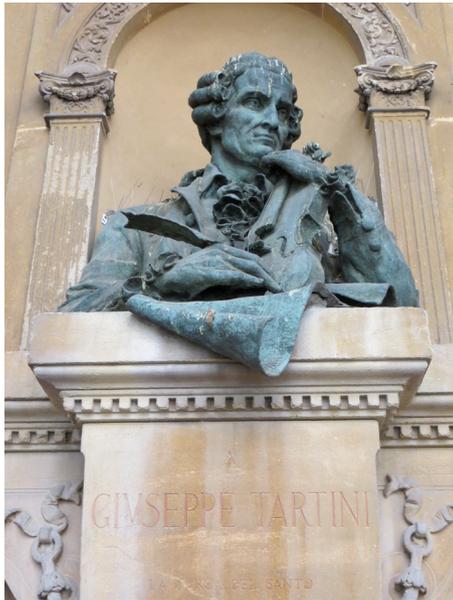


Abb. 1, Giuseppe Tartini (1692–1770). Büste im Kreuzgang der *Basilica di Sant'Antonio* in Padua
[Foto: A. Lohri].

Sein musikalisches System, welches er im *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia* (1754) vorstellte, begründet er größtenteils durch die physikalische Basis des von ihm beobachteten Phänomens »terzo suono« (dt. = dritter Ton). In dem 13 Jahre später erschienenen musiktheoretischen Werk *De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere. Dissertazione di Giuseppe Tartini*. (1767) begrenzt Tartini den Radius auf das diatonische System und argumentiert auf den drei Ebenen »fisico«, »dimostrativo« und »musicale«.¹ Diese drei Bereiche übersetze ich als »physikalisch«, »harmonikal« und »musikalisch«. In der *Dissertazione* steht der terzo suono noch mehr im Vordergrund als im *Trattato* und fungiert als verbindendes Glied zwischen den drei Bereichen.



Abb. 2, Tartinis Traktat aus dem Jahr 1754. Dt. Übers.: »Traktat über die Musik gemäß der wahren Wissenschaft von der Harmonie«.

Abb. 3, Tartinis Dissertation aus dem Jahr 1767. Dt. Übers.: »Über die Prinzipien der musikalischen Harmonie enthalten im diatonischen Tongeschlecht. Dissertation von Giuseppe Tartini«.

Zum einen zeugt Tartinis differenzierte Betrachtung des musikalischen Systems von einem tiefen Verständnis harmonikaler Grundlagen, zum anderen stellen seine theoretischen Werke zur Thematik der Kombinationstöne ein-

¹ Giuseppe Tartini, *De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere. Dissertazione di Giuseppe Tartini*, Padova 1767, S. 17: »[...] l'armonica natura si trova in tre generi: fisico, dimostrativo, e musicale; [...] nel puro fisico opera da se la natura, nel puro dimostrativo opera l'intelletto, nel puro musicale opera il senso, e il consenso comune.«

zigartige Quellen dar, die in ihrer Ausführlichkeit und Durchdachtheit die Überlieferungen anderer Forscher in den Schatten stellen. Tartini sah den *terzo suono* als eine physikalische Manifestation eines harmonischen Prinzips (*principio armonico*). Auch aus heutiger Sicht kann man diese Erkenntnis nicht abstreiten. Im Allgemeinen gehorchen Kombinationstöne Gesetzen, die als *harmonikal* bezeichnet werden können. Tartinis Differenzierung in die drei Betrachtungsebenen *fisico*, *dimostrativo* und *musicale* ist ein methodischer Ansatz, der für die Erforschung der Kombinationstöne im Allgemeinen hilfreich ist.

In Anlehnung an Tartini wird in dieser Arbeit versucht, seine Ansätze und Ideen mit neuen Forschungserkenntnissen in den drei Bereichen zu vergleichen und zu diskutieren. Die Lektüre der italienischen Originaltexte verdeutlicht, dass Tartini nie vollständig rezipiert wurde und seine Originalarbeiten häufig unbeachtet bleiben. Falsche Vorstellungen halten sich auch deshalb heute noch hartnäckig. Die Sprachbarriere und Tartinis eigentümlicher Schreibstil begünstigten diese Entwicklung. Es wird sich zeigen, dass Tartinis Erkenntnisse aufgrund des heutigen Forschungsstands in der Akustik in ein neues Licht gerückt werden müssen. Als Vermittler zwischen Kunst und Wissenschaft gelangte er zu Resultaten, die von einem isolierten Standpunkt aus nicht möglich gewesen wären. Dieser Aspekt in Tartinis Vorgehensweise ist ein Charakteristikum der harmonikalen Forschung. Im neueren Verständnis des harmonikalen Begriffs geht sie darüber hinaus, nur eine Proportionen- und Entsprechungslehre zu sein. Harmonik kann auch als die Verbindung verschiedener wissenschaftlicher und künstlerischer Ansätze definiert werden, die zur Erforschung eines Themas beitragen. Es geht um eine ganzheitliche Betrachtungsweise und um integrales Denken, was entgegen dem Drang nach Spezialisierung in der heutigen Zeit wieder an Bedeutung gewinnt.

Die harmonikale Forschung blickt auf eine lange Tradition zurück,² was sie nicht etwa zu einer altmodischen oder überholten Wissenschaft macht, sondern im Gegenteil: Erkenntnisse aus der Harmonik haben kein vorprogrammiertes ›Ablaufdatum‹, da sie grundsätzlich nicht auf Axiome und Theorien aufbaut, die nur dem menschlichen Intellekt entspringen, sondern harmonikale Erkenntnisse sind typischerweise mit einer sinnlichen Wahrnehmung gekoppelt, auf die der Mensch keinen Einfluss nehmen kann.

Die Harmonik als Lehre nimmt ihren Anfang vor rund 2.500 Jahren, als Pythagoras und sein Kreis den Zusammenhang zwischen Ton und Zahl entdeckten. Musik und Mathematik galten schon in der Antike als Schwesterdisziplinen: Intervalle sind nicht nur Tonabstände, sondern ihre spezifische

² Siehe Rudolf Haase, *Geschichte des Harmonikalen Pythagoreismus*, Wien 2007.

Wirkung ist auf die Zahlenverhältnisse zurückzuführen, mithilfe derer sie auch intellektuell fassbar werden. Aber was bedeutet es tatsächlich, dass in der Musik Zahlen im Spiel sind?

Der Zahlbegriff ist ein Konstrukt des Intellekts, um logische Zusammenhänge auszudrücken, um zu vergleichen und zu analysieren. In der Musik übernehmen Zahlenproportionen eine Mittlerrolle zwischen dem quantitativen und qualitativen Aspekt von Klängen. Hans Kayser sah in diesem Doppelaspekt sowohl den Ausgangspunkt als auch die Methode der Harmonik.³ Damit diese beiden »Momente« von Intervallen getrennt voneinander behandelt werden können, führte Kayser die Ausdrücke *Tonzahl* und *Tonwert* ein. Der quantitative Aspekt der Intervalle zeigt sich als messbare Schwingungszahlen oder Saitenlängen (Tonzahl⁴), der qualitative Aspekt wird fassbar durch die charakteristische Tonempfindung, die jedes spezifische Intervall hervorruft (Tonwert). Tonzahl und Tonwert könnten zwar isoliert nebeneinander bestehen, die harmonikale Bedeutung erlangen sie aber erst in ihrer Verbindung. Die Tonzahl beschreibt eine gequantelte Energie, die sich auf verschiedenen Ebenen manifestiert (physikalisch, sinnlich usw.). Erst durch die Apperzeption erhält die Tonzahl eine Wertform (Tonwert).

Die harmonikale Anschauung der Musik führt zu vielen Fragen, u. a. zu philosophischen, die sich nicht in einem einzigen Wissenschaftsbereich beantworten lassen. In der Musik zeigt sich, dass Zahlen auch sinnlich erlebbar sind; Schwingungsverhältnisse manifestieren sich in entsprechenden spezifischen Empfindungsqualitäten. Diese bemerkenswerte Tatsache können Kombinationstöne vermitteln. Töne bzw. Zahlen bringen durch die »kombinatio« neue Töne bzw. neue Zahlen hervor. »Musik und Zahl« ist in diesem Moment nicht mehr nur abstrakter Begriff, sondern manifestiert sich in der Erzeugung der Kombinationstöne: hörbar, erlebbar und untrennbar verbunden mit dem mathematischen Gesetz. Es ist ein Spiel mit Zahl und Klang,

³ Hans Kayser, *Lehrbuch der Harmonik*, Zürich 1950, S. 2.

⁴ In den meisten Fällen sind Tonzahlen mit Verhältnissen gleichzusetzen. Grundsätzlich kann eine Tonzahl aber auch als einzelne Zahl für sich allein Sinn ergeben. Kayser erklärt hierzu in op. cit., S. 5: »Es hat einige Leser der bisherigen harmonikalen Werke irritiert, daß die Harmonik schlechthin von »Tonzahlen« und nicht, wie es korrekterweise sein müßte, von »Tonzahlverhältnissen« spricht. Nun ist es richtig, daß die ganze Zahlenharmonik eine Harmonik der Tonbeziehungen, also Zahlverhältnisse ist. Wie steht es aber mit der Zahl an sich, d. h. der Mathematik? Ist sie nicht auch eine Lehre von Zahlverhältnissen? Hat irgend eine Zahl, ohne Bezug auf die Eins, überhaupt einen Sinn? Und sprechen wir nicht dennoch von »Zahlen« schlechthin? Bleiben wir also in der Harmonik ruhig bei den »Tonzahlen«, wie die Mathematik bei ihren »Zahlen!«

eine »verborgene arithmetische Übung«⁵, welche unser Gehör mit großer Präzision ausführt. Die Arbeit mit Kombinationstönen ist inspirierend, weil sie sich weder nur in der Theorie noch nur in der Praxis bewegt, sondern genau in deren Mitte. In der Auseinandersetzung mit Kombinationstönen werden Zahlaspekte in der Musik greifbar. Dank der Koinzidenz von Ton und Zahl⁶ werden dafür keine Utensilien wie Maßstab, Taschenrechner, Stimmgerät oder Stimmgabel benötigt:

Die Tonzahlen sind relationale Größen, die auf keine von außen herangetragene Konstante angewiesen sind und keines außerhalb ihrer selbst liegenden Maßstabs bedürfen.⁷

Folglich lassen sich Kombinationstöne bereits beobachten und erforschen, wenn als Ausstattung ein sensibles Gehör und ein geeignetes Instrument⁸ vorhanden sind. In diesem Sinne sind die Kombinationstöne nicht nur Forschungsobjekt, sondern sie können auch selbst Methode sein, indem sie eine Mittlerrolle zur Erforschung von Zahlaspekten in der Musik einnehmen.

Für den Zweck dieser Arbeit war es essentiell, die Kombinationstöne nicht nur in einem musikalischen oder physikalischen Kontext zu untersuchen, sondern auch harmonikal. In der Tradition der Harmonik bedeutet dies: Eine Erforschung unter dem Aspekt der Proportionslehre, den Anspruch auf holistische Betrachtungsweisen und den Mut, in den Grenzbereichen von Kunst und Wissenschaft zu forschen, genau dort, wo der offizielle Zuständigkeitsbereich eines Musikers oder eines Akustikers aufhört. Viele der bisher erschienenen Beiträge zu Kombinationstönen verzichten auf eine fächerübergreifende Betrachtung und argumentieren entweder nur naturwissenschaftlich oder nur musikalisch-künstlerisch. Die vorliegende Untersuchung ist ein Beitrag genau in diesem Grenzbereich. Es wurde versucht, musikalische, mathematische, physikalische, physiologische, psychologische und zeitgeschichtliche Aspekte zu verknüpfen, um dadurch ein vollständiges Bild zu erhalten. Werner Meyer-Eppler konstatiert, dass die Zusammenarbeit zwischen Akustikern und Musikern in der Vergangenheit nur selten gewählt wurde, was negative Auswirkungen auf die Resultate hatte:

⁵ Gottfried Wilhelm Leibniz, »Brief an Christian Goldbach vom 17. 4. 1712«, in: *Epistolae ad diversos*, hrsg. von Chr. Kortholt, Leipzig 1734, S. 241: »Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi.«

⁶ Kayser (1950), S. 21.

⁷ Dieter Kolk, *Zahl und Qualität*, Bern 1995, S. 24.

⁸ Gut geeignet sind Saiteninstrumente ohne Bünde oder generell Instrumente, die reine Intervalle erzeugen können. Dadurch lässt sich der Zusammenhang zwischen den Kombinationstönen und den Tonzahlen besonders deutlich aufzeigen.

Bei rückblickender Betrachtung mutet es unverständlich an, wie hartnäckig sich die Deutung der Superpositionseffekte als Ergebnis von nichtlinearen Verzerrungen im Ohr gehalten hat, ohne daß es je für notwendig befunden worden wäre, auch die Beobachtungen von *Musikern* zu diskutieren.⁹

Diese Arbeit versucht, genau diesem Anliegen nachzukommen, indem sie musikpraktisches Wissen ebenso in die Untersuchungen einbindet wie naturwissenschaftliche Ansätze. Wissen aus der Musikpraxis gab den Fragestellungen und Untersuchungsmethoden die entscheidende Richtung. Die fächerübergreifenden Betrachtungen ermöglichen einen Einblick in die Tragweite einzelner Konzepte. Die Harmonik wirkt als Vermittler zwischen akustischen und musikalischen Sichtweisen und überwindet die Kommunikationskluft zwischen den Bereichen.

1.2 Ausgangslage dieser Forschungsarbeit, Bedeutung und Ziel

In der Anfangsphase dieser Forschungsarbeit setzte ich mir das Ziel, die Wirkung, Bedeutung und Anwendungsmöglichkeiten der Kombinationstöne in der Musikpraxis zu explorieren. Mit dem Fortschritt meiner Untersuchungen wurde mehr und mehr klar, dass die vorhandenen Grundlagen lückenhaft sind, Widersprüchliches enthalten und für den musikalischen Gebrauch nur unter Vorbehalt geeignet sind. Die gesteckten Ziele auf dieser unsicheren Basis erreichen zu wollen, schien nicht sinnvoll. Die Situation verlangte in einem ersten Schritt nach einer Analyse und Begründung dieser Problematik.

1.2.1 Zur Vielschichtigkeit des Phänomens

Werden zwei musikalische Töne gleichzeitig gespielt oder gesungen, geschieht etwas Erstaunliches: Das Ohr nimmt nicht nur die beiden Töne als Summe wahr, sondern auch neue, zusätzliche Töne, die erst durch die Kombination der beiden gespielten oder gesungenen Töne entstehen. Dies geschieht also ganz im Sinne des aristotelischen erkenntnistheoretischen Ansatzes, wonach das Ganze mehr ist als die Summe seiner Teile.¹⁰

Kombinationstöne lassen auch 300 Jahre nach ihren ersten Beschreibungen immer noch viele Fragen offen. Führt man sich vor Augen, wie Schallwellen verschiedene Materien durchwandern, bis sie schließlich von unserem Gehirn zu einer Hörwahrnehmung transformiert werden, so ist es nicht weiter

⁹ Werner Meyer-Eppler, H. Sendhoff & R. Rupprath, »Residualton und Formantton«, in: *Gravesaner Blätter*, Band 4, Heft 14, 1959, S. 73.

¹⁰ Aristoteles, *Metaphysik*, VII 10, 1041b.

verwunderlich, dass Kombinationstöne ein vielschichtiges und schwierig zu untersuchendes Phänomen sind.

Stellen wir uns vor, was sich abspielt, wenn ein Geiger zwei Saiten gleichzeitig anstreicht: Die Saiten werden in Schwingung versetzt. Diese Schwingungen übertragen sich via Steg auf den Korpus der Violine. Das Holz vibriert und versetzt die Luft um die Geige herum ebenfalls in Schwingung. Die Luftmoleküle, angeregt durch pulsierenden Unter- und Überdruck, transportieren die Welle. Die Schallwellen werden vom Instrument weg in alle Richtungen abgestrahlt und gelangen bis zum Zuhörer. Dort treffen die Wellen auf das Trommelfell, welches sehr sensibel auf Druckschwankungen der Luft reagiert und ebenfalls in Schwingung versetzt wird. Gleich dahinter überträgt sich die Schwingung auf die Gehörknöchelchen, welche die Schallwellen ins Innenohr transportieren, das mit einer zähen Flüssigkeit gefüllt ist. In dieser Flüssigkeit liegt die Basilarmembran, die man sich wie ein großes Segel vorstellen kann und das durch die Vibrationen zu »flattern« beginnt. Durch diese Ausscherbewegungen werden die Haarzellen gereizt, die sich zu Tausenden auf der Basilarmembran befinden. Wenn die Reizschwelle überschritten wird, feuern die Haarzellen einen elektrischen Impuls in Richtung Gehirn ab. Diese elektrischen Impulse werden in den Hörbahnen des Gehirns zu einer kompakten Information verarbeitet, die sich schlussendlich als sinnliche Wahrnehmung äußert, entweder als Geräusch oder als Ton.

Irgendwo auf diesem langen Weg der Schallwellen von der Geige bis ins Gehirn muss ein Mechanismus ablaufen, der Kombinationstöne entstehen lässt. Nach heutigem Stand der Forschung kann der Ursprung der Kombinationstöne entweder bereits außerhalb des Gehörs (extra-aural) oder erst im Gehör (intra-aural) sein. Sie können als messbare Schwingungskomponenten bereits in der Luft vorliegen oder erst vom Ohr produziert werden. Auch gibt es mindestens einen Kombinationston, der sich durch neuronale Mechanismen erklären lässt (siehe Abschnitt 6.5). Der Gegenstand ist offensichtlich komplex. Das Phänomen durchläuft verschiedene Ebenen, die oft nur mit aufwendigen Methoden unabhängig voneinander zu untersuchen sind. Um das Phänomen besser verstehen zu können, sind Überlegungen aus Perspektive der Physik, der Physiologie, der Neurologie und der Psychologie nötig. Welchen Teil zu diesem ganzheitlichen Verständnis das Kunstwissen und die Musiktheorie beitragen können, soll im Folgenden diskutiert werden.

1.2.2 Wirkungsfeld Musik

Die ersten Beschreibungen des Phänomens stammen von Musikern. Bei Zweiklängen wurde ein subtiler *dritter Ton* beobachtet, der sich unterhalb der gespielten Noten zugesellte. In der Mehrstimmigkeit, insbesondere bei gehaltenen Tönen, sind Kombinationstöne als akustische Begleiterscheinung stets präsent und können ihre Wirkung entfalten. Ihre Bedeutung variiert je

nach Wirkungs- oder Anwendungsbereich. Unter den folgenden Punkten seien ihre wichtigsten Rollen in der Musik zusammengefasst:

- In der musikalischen Praxis bewusst eingesetzt als Mittel zur Klanggestaltung, zur Intonationskontrolle, zur Realisierung von Stimmungen und Skalen, als pädagogisches Mittel.
- Im Instrumentenbau für akustische Effekte genutzt.
- In der Musiktheorie als Grundlage für die Theoriebildung, zum tieferen Verständnis von harmonisch-harmonikalischen Zusammenhängen angewandt.
- In Kompositionen bewusst eingesetzt zur Realisierung von speziellen Klangfarben und Harmoniewirkungen, als miteinzubeziehendes Phänomen bei Instrumentierungs- und satztechnischen Fragen, als natürlich entstehende Basslinie (siehe Abschnitt 6.3).

Im musikalischen Bereich wurden auffällig viele Forschungen auf Basis von Geigen- und Orgelklängen durchgeführt (für die Violine siehe hierzu Abschnitt 7.3). Frühe Untersuchungen für die Orgel gehen zum Beispiel auf Georg Andreas Sorge, Jean-Baptiste Romieu und andere zurück.¹¹

Auf diesen beiden Instrumenten scheint das Phänomen Kombinationston besonders ausgeprägt und demnach gut zu beobachten zu sein. Weitere Instrumente bzw. Klangerzeuger, die gern für Experimente im Zusammenhang mit Kombinationstönen verwendet wurden, sind Sirene, Stimmgabeln, Harmonium, Zungenpfeifen oder Flötenpfeifen.

Die Bedeutung, die Kombinationstöne unter anderem beim Violinspiel haben können, wird in der heutigen Zeit nur selten realisiert und anerkannt. Nutzen und Potential liegen hier brach, was auf eine unzureichende Grundlagenforschung zurückgeführt werden kann. Den meisten Versuchen, Kombinationstöne in der Musiktheorie zu verankern, wurde wenig Beachtung

¹¹ Georg Andreas Sorge, *Anweisungen zur Stimmung und Temperatur sowohl der Orgelwerke, als auch anderer Instrumente, sonderlich aber des Claviers, in einem Gespräche zwischen einem Musico theoretico und seinem Scholaren*, Hamburg 1744. — Georg Andreas Sorge, *Vorgemach der musicalischen Composition, 1. Teil*, Lobenstein 1745. — Jean-Baptiste Romieu, »Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves dont la Résonance est très-sensible dans les Accords des Instrumens à Vents«, in: *Assemblée Publique de la Société Royale des Sciences, tenue dans la Grande Sale de l'Hôtel de Ville de Montpellier, le 16 Décembre 1751*, Montpellier 1752. — Georg Joseph Vogler, *Tonwissenschaft und Tonsezkunst*, Mannheim 1776. — Georg Joseph Vogler, *Betrachtungen der Mannheimer Tonschule*, Mannheim 1779–1780. — Giuseppe Sarti, »Versuche über eine Anzahl Schwingungen, die ein Ton in einer Sekunde macht«, in: *Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde*, Band 1, 1797. — Gustav Gabriel Hällström, *De tonis combinationis* [Dissertation], Univers. Aboënses Facult. Philos., Aboae 1819. — Gustav Gabriel Hällström, »Von den Combinationstönens«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 24, 1832.

geschenkt.¹² Es mag sein, dass nicht alle Musizierenden eine solche Faszination für die Feinheiten des Klangs entwickeln, doch wird in diesen Fällen auch ignoriert, dass Kombinationstöne ein Wirkungsfaktor beim Harmonieempfinden sind. Kombinationstöne generieren einen naturgegebenen harmonischen Kontext um einen Zwei- oder Mehrklang, der unmittelbar und unbeeinflussbar von jeglichen Harmonie- oder Satzlehren wirkt und wahrgenommen werden kann. Die Wichtigkeit der Obertöne ist in der heutigen Zeit allgemein akzeptiert und bekannt, die der Kombinationstöne hingegen nur wenig. Die Resultate dieser Forschungsarbeit liefern neuen Diskussionsstoff, um die derzeit »eingefrorene« Situation zu hinterfragen und die Beschäftigung mit dem Phänomen voranzubringen.

1.2.3 Begriffsbildungen im musikalischen und akustischen Bereich

Dass Kombinationstöne ein komplexes Forschungsgebiet sind, spiegelt sich entsprechend auch in deren Begriffsbildung und Terminologie wider. In der Akustik sind Termini in Verwendung, die auf den physikalischen Ursprung oder die Ursache hinweisen. In der Musikpraxis dagegen soll beschrieben werden, was tatsächlich zu Gehör tritt und wie die Töne mathematisch verstanden werden können.

Im Gespräch mit Musikern fällt auf, dass der Ausdruck »Differenzton« offenbar geläufiger ist als die Bezeichnung »Kombinationston«. Da die Bezeichnung Differenzton bereits etwas über die Tonhöhe und Berechnungsmethode aussagt, besticht sie mit ihrer Praxisbezogenheit. Der Begriff Kombinationston dagegen ist weitaus allgemeiner und kann eine größere Familie an Tonphänomenen abdecken. Er erinnert daran, dass diese Phänomene einerseits durch Kombinieren von Tönen entstehen und andererseits, dass Kombinationstöne mithilfe der Kombinatorik dargestellt oder berechnet werden können (siehe Kapitel 4). Auch wenn der Begriff Kombinationston in seiner Deutung grundsätzlich viel interpretatorische Freiheit zulässt, wird er in der Akustik in einem eng begrenzten Kontext verwendet; wird dort das Wort »Kombinationston« verwendet, so muss dieser Ton durch die Nichtlinearitätstheorie erklärbar sein (siehe Abschnitt 1.2.4). Die Entstehung dieser Theorie geht auf Hermann von Helmholtz zurück, der die Begriffe »Differenzton« und »Summationston« einführte:

Die Combinationstöne zerfallen in zwei Klassen. Die erste, von Sorge und Tartini entdeckte Klasse, welche ich Differenztöne genannt habe, ist dadurch charakterisiert, dass ihre Schwingungszahlen gleich sind den Differenzen zwischen den

¹² Ein Beispiel hierzu ist Hermann Schröder, *Naturharmonien. Eine Abhandlung über Kombinationstöne und ihre Verstärkung durch den Violin-Vibrator sowie über ihre Wirkung auf Harmonie und Tonfärbung mit einem praktischen Teile als Anhang: Zweistimmige Melodien für die Violine mit Vibrator*, Berlin 1906.

Schwingungszahlen der primären Töne. Die zweite Klasse, die Summationstöne, sind von mir entdeckt; ihre Schwingungszahlen sind gleich der Summe der Schwingungszahlen der primären Töne.¹³

Mit diesen beiden Bezeichnungen unterschied Helmholtz zwei Gruppen von Termen, die in seinen Polynomgleichungen auftauchten, mit denen er die nichtlineare Übertragung von Systemen beschrieb.¹⁴

Helmholtz' Einfluss auf die Theoriebildung war bemerkenswert. Auch heute noch sind die Begriffe Kombinationston, Differenzton und Summationston in der Akustik mit der physikalischen Ursache konnotiert. Ob eine Differenzierung zwischen Differenzton und Summationston nötig ist, kann jedoch angezweifelt werden:

Die von Helmholtz geschaffenen Begriffe, »Differenzton« und »Summationston«, sind allerdings insofern irreführend, als beide Erscheinungen – wie wir heute wissen – dem gleichen mathematischen Bildungsprinzip entsprechen. Mathematisch oder physikalisch gesehen, ist mithin eine Unterscheidung zwischen Summations-, Differenz- oder Oberschwingung nicht gerechtfertigt. Alle diese Erscheinungen sind als Auswirkungen ein und desselben Vorganges zu betrachten: der nichtlinearen Verzerrung eines, zweier oder mehrerer gleichzeitiger Schwingungsvorgänge.¹⁵

Auffallend ist, dass der Umgang mit der Terminologie für Kombinationstöne in dem Moment problematisch wird, wenn man seinen vertrauten Fachbereich verlässt. So wird auch in dieser Arbeit – auf einer Schnittstelle zwischen Musiktheorie, Musikpraxis und Akustik – der Umgang mit den Bezeichnungen zur Herausforderung. Identische Termini können bei verschiedenen Autoren unterschiedlich verstanden werden. Der Sachverhalt ist auch umgekehrt zu beobachten: In den einzelnen Fachgebieten entwickelten sich unterschiedliche Terminologien, die fachspezifische Aspekte des Phänomens hervorheben.

Allgemein haben in der Akustik mehrere Wörter im Verlauf der Zeit einen konkreten Bedeutungswandel erfahren. Die Ausdrücke *battimenti*, *battements*, *Schläge* oder auch *Stöße* beispielsweise wurden bis Mitte des 19. Jahrhunderts verwendet, um die Häufigkeit von Schwingungen (Pulsationen) anzugeben.

¹³ Hermann von Helmholtz, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik* [1863], Frankfurt a. M. 1870, S. 240.

¹⁴ op. cit., S. 618f.

¹⁵ Hans-Peter Reinecke, »Hugo Riemanns Beobachtung von »Divisionstönen« und die neueren Anschauungen zu Tonhöhenwahrnehmung«, in: *Hans Albrecht in Memoriam. Gedenkschrift mit Beiträgen von Schülern und Freunden*, hrsg. von Wilfried Brenecke und Hans Haase, Kassel 1962a, S. 234.

Da heute die Begriffe *battements* (franz.) oder *beats* (engl.) in der Akustik ausschließlich für die Bezeichnung von *Schwebungen* eingesetzt werden, ist der Leser verleitet, damalige Texte falsch zu interpretieren.¹⁶

Ab dem Zeitpunkt der »Entdeckung« der Kombinationstöne verlagerte sich ihre Erforschung mehr und mehr in den Fachbereich der Akustik. Eine Entwicklung auf einem äquivalenten Niveau fand im praktisch-musikalischen Bereich nicht statt. Musiker, die sich mit dem Phänomen auseinandersetzten, orientierten sich an den Studien aus der Akustik und übertrugen die dort angewandten Fachbegriffe in die musikalische Praxis. Aus diesen Übersetzungsversuchen resultierten in vielen Fällen Missverständnisse (siehe Abschnitt 4.2.2). Diese Situation hat sich bis in die Gegenwart kaum gebessert. Eine vergleichbare Entwicklung im musikalischen Bereich wäre wünschenswert, ebenso wie die Freigabe von Bezeichnungen aus der Akustik für einen allgemeineren Gebrauch (beispielsweise Differenzton oder Kombinationston). Momentan gestaltet sich die Situation so, dass Akustiker gewisse Termini für spezifische Theorien gewissermaßen reserviert haben. Der Terminus Combinationston wurde von Gerhard Vieth bereits 1805 eingeführt und von anderen Forschern übernommen, viele Jahre bevor überhaupt von Verzerrung, Distorsion oder Nichtlinearität die Rede war. Die terminologische Geschichte rechtfertigt die eingeschränkte Verwendung des Terminus Kombinationston jedenfalls nicht. Für die Musiktheorie mögen der Kombinationston, aber auch Differenzton und Summationston in einem allgemeineren Sinn zur Verfügung stehen.

Bei musikalisch orientierten Abhandlungen über Kombinationstöne sieht sich der Forschende also schnell mit terminologischen Engpässen konfrontiert, wenn er nicht Gefahr laufen will, sich auf eine spezifische Theorie aus der Akustik zu beziehen. Das Vokabular für die Beschreibung der hier im Zentrum stehenden Kombinationstöne erscheint für den musikalischen Bereich unpassend oder nicht ausgereift. Eine Bewusstseinsbildung hinsichtlich der musikalischen Bedeutung der Kombinationstöne verspricht eine neue Auseinandersetzung mit dem Phänomen und kann zu adäquaten Begriffsbildungen im musikalischen Bereich führen.

¹⁶ Zu diesem Thema sind folgende Texte aufschlußreich: Gerhard Vieth, »Untersuchungen über Schall und Licht von Thomas Young (Bearbeitet vom Direct. Vieth in Dessau)«, in: *Annalen der Physik*, Band T22, 1806, S. 348–356. — August de Morgan, »On the beats of imperfect consonances«, in: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Cambridge 1864. — Dieter Ullmann, »Helmholtz-Koenig-Waetzmann und die Natur der Kombinationstöne«, in: *Centaurus: an international journal of the history of science and its cultural aspects*, Band 29, Heft 1, 1986. — Jobst Peter Fricke, »Psychoakustik des Musikhörens. Was man von der Musik hört und wie man sie hört«, in: *Handbuch der Systematischen Musikwissenschaft, Band 3, Musikpsychologie*, hrsg. von De la Motte-Haber / Rötter, Laaber 2005, S. 138.

1.2.4 Problematik der Terminologie: Kombinationstöne und die Nichtlinearitätstheorie

Einige negative Äußerungen bezüglich der Relevanz und Bedeutung der Kombinationstöne gründen unter anderem darin, dass sich die betreffenden Autoren¹⁷ lediglich auf solche Tonphänomene beziehen, die auf nichtlineare Mechanismen im Innenohr zurückzuführen sind (Nichtlinearitätstheorie).¹⁸ Forschungsergebnisse der letzten 50 Jahre zeigen allerdings, dass die Nichtlinearitäten im Gehör enorm sein müssten, um einige Kombinationstöne mit dieser Theorie erklären zu können. Dies ist (unter anderen) einer der Gründe, weshalb Erklärungstheorien basierend auf Nichtlinearitätsmechanismen von mehreren Autoren infrage gestellt wurden.¹⁹ Auch die schwer oder gar

¹⁷ Fricke (2005), S. 143: »Die eindeutig als »subjektiv« identifizierten Differenzöne gaben weiter Rätsel auf, denn sie folgen Kraftgesetzen, die mit regulären Nichtlinearitäten nicht zu erklären sind. Sie sind aber so schwach, daß sie in der musikalischen Praxis keine Rolle spielen. Die starke Beachtung, die ihnen im Rahmen der Musiktheorie geschenkt wird, gebührt ihnen daher nicht. Es liegt wohl an den verführerischen Zahlen-gesetzen, die sie so faszinierend erscheinen lassen.«, S. 145: »In krassem Mißverhältnis zu der ihnen beigemessenen Bedeutung in der Musiktheorie steht ihre Bedeutung in der Musikpraxis. [...] Auch bei jeder Art von Orchestermusik mit ihren durch chori-schen Effekt und instationäre Tongebung ungleichmäßigen Schwingungen sind die Kombinationstöne zur völligen Bedeutungslosigkeit abgesunken.« — Richard Parcutt, *Harmony: A Psychoacoustical Approach*, Berlin 1989, S. 10: »[...] combination tones in music are generally inaudible [...] and, when they are audible, they sound dissonant [...]« — Rudolf A. Rasch & Reinier Plomp, »The Perception of Musical Tones«, in: *The Psychology of Music*, hrsg. von Diana Deutsch, London 1982, S. 18: »Although combina-tion tones were discovered by musicians in musical contexts (Tartini and Sorge in the eighteenth century), their significance for music is not very high.«, S. 19: »Because aud-ible combination tones behave more as simple tones in lower frequency regions than the complex tones to be intoned, a pitch comparison of combination tones and played notes should not be given too much weight.«

¹⁸ Allgemeine Erklärungen zur Nichtlinearitätstheorie finden sich u. a. in: William A. Yost, *Fundamentals of hearing. An introduction*, San Diego u. a. 2007. — William M. Hartmann, *Signals, Sound, and Sensation*, New York u. a. 2005. — Frank Jülicher, Daniel Andor & Thomas Duke, »Physical basis of two-tone interference in hearing«, in: *Proceedings of the National Academy of Science*, Band 98, Heft 16, 2001. — Donald E. Hall, *Musikalische Akustik: Ein Handbuch*, Deutsche Übersetzung: Thomas A. Troge, Mainz 1997, S. 395. Es zeigt sich, dass die Meinungen zum Ursprungsort der Kombina-tionstöne divergieren. Nach Hall können nebst dem Innenohr auch das Trommelfell und Mittelohr nichtlinear arbeiten. — Reinier Plomp, »Detectability Threshold for Combination Tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 37, Heft 6, 1965.

¹⁹ Max Friedrich Meyer, »Observation of the Tartini Pitch produced by » $\sin 9x + \sin 13x$ «, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 4, 1954a. — Max Friedrich Meyer, »Observation of the Tartini Pitch produced by » $\sin 11x + \sin 15x$ «, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 5, 1954b. — Max Friedrich Meyer, »Tartini Versus Helmholtz Judged by Modern Sensory Observations«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 5, 1954c. — Meyer-Eppler,

Sendhoff & Rupprath (1959), S. 72f.: »Keineswegs soll bestritten werden, daß bei genügend hohem Schalldruck im Ohr auch nichtlineare Verzerrungen auftreten; es wird nur behauptet, daß sie unter normalen Umständen nicht die Ursache für die beobachteten »Kombinationstöne« sein können.« Interessant ist hier, dass Meyer-Eppler und Kollegen den Ausdruck »Kombinationstöne« in Anführungszeichen setzen. Es wird darauf angespielt, dass nebst der Nichtlinearität auch andere Hörmechanismen als Ursache für die Bildung zusätzlicher Töne infrage kommen. — Hans-Peter Reinecke, *Experimentelle Beiträge zur Psychologie des musikalischen Hörens*, Hamburg 1964, S. 31–35. — Horst-Peter Hesse, *Die Wahrnehmung von Tonhöhe und Klangfarbe als Problem der Hörtheorie*, Köln 1972, S. 47: »Daß wenigstens einigen der nach dem Prinzip der Potenzreihe berechneten Kombinationsfrequenzen auch beobachtete Kombinationstöne entsprechen, genügte vielen Forschern, um die Existenz der Kombinationstöne als Beweis dafür anzusehen, daß die Schallwellen auf dem Übertragungsweg vom Trommelfell zum Innenohr nichtlinear verzerrt werden.«, S. 51: »Ergebnisse der Elektrophysiologie liefern jedoch entscheidende Argumente gegen die Verzerrungstheorie. [Hesse führt drei Gegenargumente auf.] Damit ist eindeutig bewiesen, daß die Verzerrungstheorie keinesfalls ausreicht, um die Kombinationstöne zu erklären.«, S. 110: »Mit diesem Modell [Modulationsmodell] könnte eine einfache Erklärung für diejenigen Kombinationstöne gegeben sein, die selbst bei geringer, für eine Verzerrung nicht ausreichender Intensität hörbar sind.«, S. 111: »Max Meyer gab eine Anzahl von Frequenz-Verhältnissen an, bei denen der D_{21} deutlich zu hören war, während weder ein »Differenzton zweiter Ordnung« (D_{11}) noch ein »Summationston« (S_{11}) festgestellt werden konnte. Das sprach also gegen die traditionelle Verzerrungstheorie.« — Reinier Plomp, *Aspects of tone sensation*, London 1976, S. 40: »The data indicate that the combination tone $2f_1 - f_2$ and higher-order members of the class $f_1 - n(f_2 - f_1)$ cannot be explained by a simple polynomial transfer characteristic with constant coefficients.« — Hall (1997), S. 397: »Jüngste Forschungen haben gezeigt, dass hier noch vieles im Dunkeln liegt, was die Kombinationstöne betrifft; und jeder Fortschritt wird durch grundsätzliche Zweifel daran erschwert, ob der Mechanismus dieser Nichtlinearität bei betäubten Katzen der gleiche ist wie beim lebenden Menschen.« — Mark Jude Tramo, Peter A. Cariani & Bertrand Delgutte, »Neurobiological Foundations for the Theory of Harmony in Western Tonal Music«, in: *The Biological Foundations of Music*, hrsg. von R. J. Zatorre und I. Peretz 2001, S. 100: »These pitches cannot be accounted for simply on the basis of combination tones [...]. Houtsma and Goldstein showed that musicians can use missing F0 pitches to identify melodic intervals (major and minor seconds and thirds), even when two upper harmonics are presented separately (dichotically) to each ear.« — Fricke (2005), S. 143: »Beobachtungen über die wahrgenommenen Differenztöne, die bis auf ihre Entdecker Tartini (1714, veröffentlicht 1754) und Sorge (1744) zurückreichen, zeigten Unstimmigkeiten zwischen der Stärke einzelner Komponenten der Differenztöne und der Güte der Schallübertragung im Ohr, die sich mit der Zeit immer deutlicher als äußerst hochwertig herausstellte. Die von v. Helmholtz erstmals postulierte Nichtlinearität des Ohres hätte, wenn sie allein für die Stärke der beobachteten »subjektiven tones« verantwortlich sein sollte, enorm sein müssen. [...] Mit fortschreitender Erkenntnis der Vorgänge im Gehörorgan mußte man aber bekennen, daß das Mittelohr mit »High Fidelity« arbeitet, und nach anderen Ursachen suchen. Die Entdeckung des Residuums, das Schouten isolierte und als Periodenton identifizierte, der unabhängig von den subjektiven Differenztönen existiert, brachte aber nur eine teilweise Entschärfung des Problems, das seit Harvey Fletchers Untersuchungen als »The problem of the missing fundamental« bekannt war. Nachdem der jeweils am tiefsten liegende »subjektive Ton«, der je nach Größe des Aus-

nicht zu beobachtenden Summationstöne stehen in Konflikt mit der Nichtlinearitätstheorie.²⁰ So können einige Kombinationstöne auch dann gehört werden, wenn die beiden *Primärtöne*²¹ sehr leise gespielt werden.²² Diese Tatsache spricht ebenfalls gegen die Nichtlinearitätstheorie, dafür aber für Erklärungstheorien, die in der neuronalen Verarbeitung verankert sind.²³ Dazu gehören die Konzepte *Missing Fundamental*, *Virtual Pitch*, *Residualton*, und *Virtueller Grundton* (vgl. Abschnitte 6.1 und 6.5). Neuere Erkenntnisse aus der Akustik zeigen, dass auch *otoakustische Emissionen* als eine weitere alternative Erklärung für Kombinationstöne in Betracht kommen.²⁴

Aufgrund der in diesem und im Abschnitt 1.2.3 genannten Gründe wird der Begriff Kombinationston in dieser Arbeit nicht an eine bestimmte Ursache oder Erklärungstheorie gebunden, sondern im Sinne eines Überbegriffs verwendet, der grundsätzlich alle Phänomene miteinschließt, die bei Zweiklän-

gangsintervalls der Primärtöne sowohl ein D_{11} als auch ein D_{21} sein kann, als Residualton identifiziert worden war, wurden weitere, immer noch unbegründbare starke Differenztöne beobachtet. Der »merkwürdige Amplitudengang der Verzerrungen des Gehörs veranlaßt Zwicker zu der Äußerung, daß das Gehör keine »reguläres Nichtlinearität besitze.« — Charles Taylor, »The science of musical sound«, in: *Music and Mathematics. From Pythagoras to Fractals*, hrsg. von John Fauvel, Raymond Flood und Robin Wilson, New York 2010, S. 58: »The ear-brain system is non-linear for rather loud sounds, but the sum and difference, and dissonance phenomena, occur even for very low amplitudes.«

²⁰ Karl Wilhelm Julius Hugo Riemann, »Die objektive Existenz der Untertöne in der Schallwelle«, in: *Allgemeine deutsche Musikzeitung*, Band 2, 1875, S. 213: »Dagegen vermochte ich in keiner Weise Helmholtz's Summationstöne als irgendwie hervortretend zu constatieren.« — Plomp (1965), S. 1119: »no subject heard $h + l$ « und S. 1121.

²¹ Mit Primärtönen sind im allgemeinen die ursprünglichen, d. h. die Ausgangstöne gemeint, in dem Zustand, wie sie bei separater Darbietung existieren würden. Siehe auch Abschnitt 4.1.1.

²² Um Kombinationstöne zum Erklären zu bringen, ist kein lautes Spiel nötig. Diese Erfahrung werden Musizierende bestätigen können. Auch Forschern ist dies aufgefallen, etwa Carl Stumpf, *Tonpsychologie. Zweiter Band*, Leipzig 1890, S. 248f.: »Grosse absolute Stärke der Primärtöne ist zur Entstehung und Wahrnehmung von Differenztönen nicht unbedingt erforderlich. Zu Zeiten, wo ich viel darauf achtete, habe ich Differenztöne an der Violine, am Clavier, bei gedackten Pfeifen u. s. f. hundertfach auch in Fällen gehört, wo die Tongebung die schwächste war, die überhaupt hergestellt werden konnte. Ja bei solchem Pianissimo traten die Differenztöne (z. B. bei a^1c^2 auf der Violine das F) noch deutlicher hervor als bei stärkerem Primärklang. Sie waren dann natürlich nicht absolut stärker, schienen aber relativ stärker gegen den Primärklang und waren jedenfalls von vorzüglicher Deutlichkeit.«

²³ William A. Sethares, *Tuning, Timbre, Spectrum, Scale*, New York u. a. 2005, S. 83: »For most listeners in most situations, the virtual pitch dominates emphasizing that difference tones can be subtle, except at high intensities.«

²⁴ Siehe Hugo Fastl & Eberhard Zwicker, *Psychoacoustics: Facts and Models*, Berlin Heidelberg 2007.

gen zur Bildung von zusätzlichen Tonhöhen führen. Das Vokabular für solche in Betracht zu ziehenden Phänomene ist vielfältig: Resultierende, Residualton, Missing Fundamental, Virtual Pitch, Periodikton, Binauralton, Spektraltonhöhen, koinzidierende Obertöne, Untertöne, otoakustische Emissionen u. a. Auch diese Tonphänomene entstehen erst durch die Kombination zweier Töne, wodurch der Begriff Kombinationston adäquat erscheint. Werden all diese Phänomene ebenfalls mit dem Überbegriff Kombinationstöne bezeichnet, unabhängig von ihrer Entstehungsursache, wird der Diskurs auf eine allgemeinere Ebene gestellt, sodass sich viele der divergierenden Meinungen zwischen Akustikern und Musikern relativieren lassen.

1.2.5 Kombinationstöne und ihre Mittlerolle

Kombinationstöne sind nicht nur als künstlerisches oder pädagogisches Mittel wertvoll, sondern sie fördern auch die Auseinandersetzung mit musiktheoretischem Grundlagenwissen, das auf Naturgesetzen basiert. In diesem Sinne sind Kombinationstöne nicht nur als akustischer Effekt zu verstehen, sondern als ein Medium zu einem tiefgreifenderen Musikverständnis. Anders als heute wurden in den Schaffensperioden von Arcangelo Corelli, Tartini, Johann Sebastian Bach und Wolfgang Amadeus Mozart theoretische Grundlagen und naturgegebene Gesetze der Musik grundlegender untersucht, was sich z. B. in der Auseinandersetzung mit verschiedenen Stimmungssystemen zeigt. Heute wird dieser Weg oft umgangen, indem die gleichstufig temperierte Stimmung als Basis angenommen wird. Die Auseinandersetzung mit und die Anwendung von Kombinationstönen hingegen setzen ein Verständnis der elementaren Musiktheorie voraus. Vor allem auf Streichinstrumenten wird dadurch ganz offensichtlich, dass jedes Aufsetzen eines Fingers ein Spiel mit den Naturgesetzen der schwingenden Saite ist. Aus diesem Blickwinkel ist Intonation eine Konkordanz zwischen der inneren Tonvorstellung und den mathematisch-physikalischen Gesetzen, die in der Saite selbst begründet liegen. Der Spieler bleibt in einer Art und Weise immer von den Gegebenheiten der Saite abhängig. Solche Zusammenhänge werden durch die Beschäftigung mit Kombinationstönen bewusst und führen zu einem innigeren Verhältnis zwischen dem Naturgegebenen und dem menschlichen, musikalischen Willen.

- Zugang zur mathematischen Seite der Musik
- Manifestation von Zahl in Form einer Empfindung: Quantität wird Qualität
- Auseinandersetzung mit Grundfragen der Akustik
- Tieferes Verständnis für Harmonie und die Grundlagen der Musiktheorie

- Sensibilisierung des Gehörs und damit der Zugang zu neuen Welten des Klangs²⁵
- Erfolgserlebnisse in der Pädagogik
- Fundiertere Meinungsbildung bei Fragen rund um das Thema Intonation
- Bewusstere Klanggestaltung

Intonation ist primär keine subjektive Angelegenheit: Kombinationstöne sind eine Orientierungshilfe für die Bildung von reinen Intervallen und Skalen und z. B. relevant für das Ausstimmen von Intervallen und Akkorden in Orchestern und Ensembles. Viele Streitigkeiten in Bezug auf Intonation könnten mithilfe einer objektiven Vergleichsbasis, den Kombinationstönen, vermieden werden. Durch die Anwendung der Kombinationstöne entwickelt der Spieler eine klare Vorstellung davon, was ein reines Intervall ist und wie es klingt. Dies führt nicht zuletzt in der Pädagogik zu erfreulichen Resultaten mit dauerhafter Wirkung. Intonationsübungen werden attraktiv und motivierend.

1.3 Forschungsfragen und Methoden

Ursprünglich sollte in dieser Untersuchung die Anwendung der Kombinationstöne im Zentrum stehen. Allerdings stellte sich schon nach kurzer Zeit heraus, dass für ein solches Unternehmen die systematische und theoretische Basis in der Literatur unzureichend war und sich das Thema weitaus komplexer gestaltete, als zu Beginn angenommen.

Ein großer Teil dieser Forschungsarbeit bestand also darin, das Phänomen nicht nur unter akustischen oder musikalischen Gesichtspunkten zu untersuchen, sondern es ging primär darum, mit einem »harmonikalen Zugang« beide Gebiete so miteinander zu verbinden, dass daraus eine sinnvolle und ganzheitliche Anschauungsweise resultiert, die nicht konkret Musiker oder Akustiker adressiert, sondern Interessierte im Allgemeinen anspricht. Grundlagen zum Phänomen und systematische Aspekte werden vor allem in den Kapiteln 2, 3 und 4 diskutiert.

In der Anfangsphase des Forschungsprozesses haben sich zwei grundlegende Fragenstellungen herauskristallisiert. Der erste Fragenkomplex ist historisch-

²⁵ Die ganzheitliche Wahrnehmung des Klangs kann als *holistisches Hören* definiert werden, während ein Hören, das sich willentlich auf gewisse Klangkomponenten fokussiert, als *analytisches Hören* bezeichnet werden kann. Die Attribute sind aus erkenntnistheoretischer Sicht generell problematisch, den praktischen Zweck erfüllen sie auf dieser Diskussionsebene jedoch genügend.

systematischer Natur, der zweiten Forschungsfrage musste empirisch nachgegangen werden.

1. In vielen Publikationen²⁶ wird behauptet, der *Differenzton* $f_1 - f_2$, der sich durch die Subtraktion der Grundfrequenzen der dargebotenen Töne ergibt (f_1 = Grundfrequenz des höheren Tons, f_2 = Grundfrequenz des tieferen Tons), entspreche dem »Tartini-Ton« (siehe Abschnitt 3.1). Tartinis musiktheoretische Werke zeigen aber, dass diese Aussage nicht für alle Intervalle zutrifft. Worin gründet solche Diskrepanz? Worin liegt der Unterschied zwischen Tartinis »terzo suono« und einem Differenzton im heutigen Verständnis? Da Tartini eine zentrale Figur in der Kombinationstonforschung darstellt und regelmäßig zitiert wird, verlangt die vorliegende Situation nach einer Klärung der Zusammenhänge. Die primäre Aufgabe bestand also darin, die Unterschiede zwischen Tartinis überlieferten Formeln und der Definition für den Differenzton $f_1 - f_2$ aufzuzeigen. Was im ersten Augenblick als eine Lappalie erscheinen mochte, entpuppte sich als weitaus größeres Problem, welches einige aufwendig zu erforschende Fragestellungen nach sich zog. Zunächst musste die Entwicklung der Kombinationstonformeln der letzten 300 Jahre studiert werden; in diesem Zeitraum fanden zwischenzeitlich terminologische Verschiebungen statt. Aber auch aus synchroner Sicht kommt es je nach Fachbereich, in dem die Kombinationstöne untersucht wurden, zu Unklarheiten bei der Vergleichbarkeit von Fachbegriffen. Der Fokus der Untersuchung wurde auf die Zeit zwischen 1714 und 1856 gelegt; dies entspricht der Zeitspanne zwischen Tartinis »Entdeckung« und Helmholtz' Publikation *Ueber Combinationstöne*, in welcher der Terminus Differenzton eingeführt wird.²⁷ Die Divergenzen zwischen der Differenzton-Theorie von Helmholtz und den von Tartini beschriebenen terzi suoni wurde von Michelangelo Abbado (1965, 1970) und von Patrizio Barbieri (1992) bereits teilweise untersucht.²⁸ Diese Publikationen waren für die weiterführende Diskussion von großem Nutzen. Auch stellte sich im Forschungsprozess heraus, dass der *Basiskombinationston* (vgl. Kapitel 6) eine besondere Stellung

²⁶ Die betreffenden Publikationen werden detailliert im Abschnitt 3.1 betrachtet.

²⁷ Hermann von Helmholtz, »Ueber Combinationstöne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 99, 1856, S. 518.

²⁸ Michelangelo Abbado, »Presenza e udibilità degli armonici inferiori e conseguente spiegazione del terzo e quarto suono«, in: *Musica d'oggi, n.s.*, Band 7, Heft 3, 1965, S. 76. — Michelangelo Abbado, »Terzo e quarto suono«, in: *Rivista italiana di musicologia*, Band 5, 1970: In diesem Artikel wird ersichtlich, dass Abbado sich offenbar nicht bewusst war, dass Tartini in seinem zweiten musiktheoretischen Werk *De'principj dell'armonia contenuta nel diatonico genere* eine von 1754 abweichende Formel vorschlug. Abbado stützt sich mit seinen Argumentationen einzig auf die Formel von 1754. — Patrizio Barbieri, »Tartinis Dritter Ton und Eulers Harmonische Exponenten. Mit einem unveröffentlichten Manuskript Tartinis«, in: *Musiktheorie*, Band 7, Heft 3, 1992, S. 220–222.

einnimmt, die es zu erforschen gilt – sowohl in Bezug auf Tartini als auch auf moderne Hörtheorien.

2. Der zweite Fragenkomplex ergab sich im experimentellen Bereich und wird im Kapitel 8 besprochen. Messungen, die im November 2009 am *Institut für musikalische Akustik* (IWK) an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien auf der Geige durchgeführt wurden, belegen, dass Kombinationstöne nicht nur ein Phänomen sind, das entweder im Gehör oder im Gehirn auftritt (intra-aural), sondern dass Kombinationstöne auch in Streichinstrumenten als messbare Schwingung erzeugt werden können (extra-aural; siehe Kapitel 8). Dieser Aspekt wird in der neueren Literatur oft nicht erwähnt oder gar negiert.²⁹ Im Mai 2010 erfolgten solche Messungen auch auf der Bratsche und dem Violoncello, sodass der Nachweis von messbaren Kombinationstönen in der Familie der Streichinstrumente generell erbracht werden konnte.

Die Frage drängte sich auf, ob solche extra-auralen Kombinationstöne für Musiker in irgendeiner Weise relevant sind und inwiefern sie sich in ihrer Wirkung von den intra-auralen Kombinationstönen unterscheiden lassen. Um dies herauszufinden, wurde hierfür als Methode ein Hörtest gewählt, bei dem Personen aufgenommene Zweiklänge von Streichinstrumenten vorgespielt wurden, die entweder extra-aurale Kombinationstöne enthielten oder nicht, d. h. die extra-auralen Kombinationstöne wurden herausgefiltert. Die Personen sollten diese Klangpaare auf Wahrnehmungsunterschiede beurteilen (siehe Abschnitt 8.2).

Eine zweite relevante Frage war, ob der klangliche Effekt *reiner Intervalle*³⁰ auf Streichinstrumenten allein ein hörphysiologisches oder -psychologisches Phänomen ist, oder ob es für diese klanglichen Unterschiede zwischen reinen und temperierten Intervallen auch eine physikalische Ursache gibt. Untersucht werden sollte, ob extra-aurale Kombinationstöne, die mit Obertönen koinzidieren, zu einer Verstärkung der Intensität dieser Obertöne führen. Dazu wurde nach einem synergetischen Effekt gesucht, der in den Amplituden der Obertöne zu beobachten wäre, wenn extra-aurale Kombinationstöne mit den Obertönen zusammenfallen. Würde ein solcher Effekt in physikalischer Form vorliegen, könnte dieser auch die Wahrnehmung von Klangfarbe und Lautstärke beeinflussen. Ein Vorversuch am IWK ergab, dass Zweiklänge, die von Geigern produziert wurden, im gemessenen Signal zu große Vari-

²⁹ Beispiele für Negierungen sind: Rasch & Plomp (1982), S. 17: »The combination tones are not present in the acoustic signal.« — Rudolf Haase, *Über das disponierte Gehör*, Wien, München 1977, S. 25: »[...] während heute als erwiesen gilt, daß sie nur im Ohr zustandekommen.«

³⁰ Reine Intervalle sind als Intervalle mit einem einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnis definiert.

anzen aufwiesen und generell durch zu viele Parameter bestimmt wurden, als dass die gesuchten, subtilen Signalveränderungen hätten beobachtet werden können. Der Versuch musste auf einer Streichmaschine durchgeführt werden, die sich an der Royal Academy of Technology in Stockholm befindet. Die Resultate des Experiments, Details zur Durchführung und die Beschreibung der Versuchsanordnung sind in Kapitel 8 zu finden.

Zusätzlich zur theoriegeschichtlichen und experimentellen Untersuchung war die Integration geigerischer Aspekte zum Phänomen aufgrund meines persönlichen Musikerhintergrunds sowie des Schwerpunkts auf Tartini ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit. Kapitel 7 diskutiert die Bedeutung der Kombinationstöne im Violinspiel und bringt theoretische Erkenntnisse mit der Praxis in Verbindung.

Die Forschungsreise nach Padua im Februar 2014 zu Tartinis Wirkungsstätten und eine damit verbundene Archivarbeit in der *Pontificia Biblioteca Antoniana*, der *Biblioteca Civica di Padova* und der *Biblioteca Universitaria* (Padova) bildeten den essentiellen Schlusspunkt zur Vervollständigung theoriegeschichtlicher Inhalte, die in dieser Arbeit besprochen werden.

Die Bandbreite des Untersuchungsgegenstands und die vielfältigen Untersuchungsmethoden waren eine Herausforderung für dieses Forschungsunternehmen. Der Leser wird feststellen, dass oft ein Mittelweg gewählt werden musste, um sich nicht zu stark in einem Spezialbereich zu verlieren. Es sei darauf hingewiesen, dass die vorliegende Arbeit je nach Interesse auch kapitelweise gelesen werden kann. Auf wichtige Zusatzinformationen, die sich in anderen Kapiteln befinden, wird jeweils verwiesen.

2 Grundlagen

Dieses Kapitel stellt die Kernproblematiken dieser Arbeit auf ein theoretisches Fundament und definiert die wichtigsten Begriffe, die in der musikalisch-harmonikalischen Auseinandersetzung relevant sind. Begonnen mit Ausführungen zur Entdeckung des Phänomens werden in den folgenden Abschnitten die Grundlagen besprochen, die auf die Untersuchungen zur historischen Entwicklung der Kombinationstöne und Tartinis Konzept des *terzo suono* (Kapitel 3) vorbereiten.

2.1 Entdeckung des Phänomens

Wie bereits einleitend erwähnt, wird die Entdeckung der Kombinationstöne Tartini zugeschrieben und geht auf das Jahr 1714 zurück. Diese Datierung ist aufgrund folgender Textstelle aus *De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere* möglich:

»Im Jahre 1714, als Jüngling von zirka 22 Jahren, entdeckte er [der Autor Tartini] dieses Phänomen auf der Violine dank einer glücklichen Fügung in Ancona, wo nicht wenige erinnerungswürdige Zeugen immer noch leben. Seither macht er dieses Phänomen publik ohne Vorbehalte, und ohne gegenüber Violinprofessoren ein Geheimnis daraus zu machen. Er macht es für die Zöglinge seiner Schule, die im Jahre 1728 in Padova gegründet wurde und wo sie immer noch existiert, zur fundamentalen Regel für die perfekte Einstimmung; und dadurch breitet sich die Nachricht über dieses Phänomen in ganz Europa aus. 1754 publiziert er sein Musiktraktat, in welchem dieses Phänomen im ersten Kapitel erwähnt wird. Er nennt es zum physikalischen Hauptfundament seines Systems und aus Bescheidenheit rühmt er sich nicht als Entdecker. Was folgt daraus? Ausländische angesehene Autoren wollen den Ruhm der Entdeckung ihrer eigenen Nation zueignen [...].«

»Nell'anno 1714, giovine di anni 22, incirca scopre fortunatamente sul Violino questo fenomeno in Ancona, dove non pochi ricordevoli testimonj sopravvivono ancora. Lo comunica fin da quel tempo senza riserva, e mistero ai Professori di Violino. Lo fa regola fondamentale di perfetto accordo per i Giovani della sua scuola nell'anno 1728 incominciata in Padova, dove ancora sussiste; e con ciò si diffonde la notizia del fenomeno per tutta Europa. Publica nel 1754 il suo trattato di musica, in cui enuncia questo fenomeno nel Capitolo primo, lo costituisce fisico principal fondamento del suo sistema, e per modestia non si vanta autore della scoperta. Che ne segue? Esteri accreditati Autori volendo dar l'onore della scoperta alla propria Nazione [...].«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 36]

Im letzten Satz deutet Tartini auf die Spannungen hin, die zwischen den potentiellen Entdeckern des Phänomens lagen. Der *dritte Ton* wurde in einem kurzen Zeitraum von vier Personen »gänzlich unabhängig voneinander« erforscht.³¹ Kenntnis über die Publikationen der anderen erlangten sie jedoch jeweils erst im Nachhinein. Die erste Publikation erfolgte im deutschen Sprachraum im Jahr 1744, gefolgt von zwei französischen Veröffentlichungen. Erst 1754 erschien Tartinis erste Schrift zum dritten Ton:

- SORGE 1744: *Anweisungen zur Stimmung und Temperatur sowohl der Orgelwerke, als auch anderer Instrumente, sonderlich aber des Claviers, in einem Gespräche zwischen einem Musico theoretico und seinem Scholaren*
- ROMIEU 1752: *Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves*
- SERRE 1753: *Essais sur les principes de l'harmonie*
- TARTINI 1754: *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*

Ein Brief von Francesco Antonio Vallotti (1697–1780) an Giordano Riccati (1709–1790) sowie die Korrespondenz zwischen Tartini und Giovanni Battista Martini (1706–1784) dokumentieren Tartinis Beschäftigung mit dem *terzo suono* bereits vor 1754.³² Im Hinblick darauf, dass Tartini sein Wissen über den *terzo suono* seit 1714 »vorbehaltslos« verbreitete, ist anzunehmen, dass Tartinis Schüler das Wissen lange vor der Publikation des Traktats in verschiedene Teile Europas brachten.³³

³¹ Die besagte Auseinandersetzung, welchem Gelehrten die Entdeckung zugeschrieben werden sollte, fand zwischen Jean-Baptiste Romieu, Jean Adam Serre und Tartini statt und wird in Alfred Rubelis Übersetzung und Erläuterung von Tartinis *Trattato* ausführlich dargelegt: Alfred Ulrich Rubeli, *Giuseppe Tartini, Traktat über die Musik gemäß der wahren Wissenschaft von der Harmonie*, übersetzt ins Deutsche und erläutert von A. Rubeli, Düsseldorf 1966, S. 58–66, Zitat: S. 66.

³² Francesco Antonio Vallotti, *Brief von Francescantonio Vallotti (Padua) an Giordano Riccati (Castelfranco Veneto)*, Biblioteca Comunale, Udine, Commercio di lettere intorno al contrappunto fra il P. Francescantonio Vallotti M. C. Maestro di Cappella nella Basilica di S. Antonio di Padova e il conte Giordano Riccati (1735–1779), Ms. 1027, 1738. Eine Abschrift dieses Briefes ist zu finden in: Barbieri (1992), S. 228f. Siehe auch Anne Schnoebelen, *Padre Martini's collection of letters in the Civico Museo Bibliografico Musicale in Bologna. An annotated index*, New York 1979: Brief Nr. 5178 (Schnoebelen-Index), datiert 5. Nov. 1751; Briefe aus dem Jahr 1752, Schn. 5186 bis 5198. Die Briefe sind online verfügbar beim *Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna*, <www.bibliotecamusica.it> unter »Carteggi« (abgerufen am 07.05.2014). Patrizio Barbieri diskutiert einen Teil dieses Briefverkehrs in Patrizio Barbieri, »Martini e gli armonisti »fisico-matematici: Tartini, Rameau, Riccati, Vallotti«, in: *Padre Martini. Musica e cultura nel Settecento europeo*, hrsg. von Angelo Pompilio, Florenz 1987, S. 173–189.

³³ Siehe Pierluigi Petrobelli, »La scuola di Tartini in Germania e la sua influenza«, in: *Analecta musicologica*, hrsg. von Friedrich Lippmann, Köln, Graz 1968.

Es sei dahingestellt, ob bei der Beobachtung eines Phänomens überhaupt von einem Entdecker die Rede sein kann, zumal ein gewisser gesellschaftlicher Status nicht nur im 18. Jahrhundert vonnöten war, um als »Entdecker der Kombinationstöne« gelten zu können. Auch der Zeitgeist dürfte in diesem Kontext eine entscheidende Rolle gespielt haben:

Sicher haben Musiker seit je solche mitklingenden Töne festgestellt; doch erst im 17. Jahrhundert ließen sich Gelehrte vom Gedanken leiten, hinter diesen akustischen Erscheinungen müßten bestimmte Gesetzmäßigkeiten verborgen liegen, deren Kenntnis auch für die praktische Musik von Bedeutung sei.³⁴

Chladni, Vieth und Christhard Mahrenholz bemerkten, dass Orgelbauer das Phänomen bereits vor den ersten Publikationen gekannt haben mußten, sei es, weil sie es als akustischen Effekt zu nutzen wussten, sei es, weil Sorges Text von 1744 klingt, als würde er »von einer altbekannten Tatsache« sprechen.³⁵ Jean-Baptiste D'Alembert merkte in seinem Artikel *Basse fondamentale* (1757) an, dass die Beschreibungen des Schweizer Musiktheoretikers Jean Adam Serre den Eindruck erweckten, als wüssten »mehrere Musiker« von der »Wirklichkeit« des Phänomens.³⁶

³⁴ Rubeli (1966), S. 56.

³⁵ Ernst Florens Friedrich Chladni, »Akustisch-literarische Bemerkungen von E. F. F. Chladni«, in: *Allgemeine musikalische Zeitung*, Band 6, Heft 43, 1804, S. 720: »Da nun Sorge dieses im Jahr 1744, also 9 bis 10 Jahre früher als Romieu, Serre und Tartini auf eine solche Art erwähnt, dass er sich die erste Entdeckung nicht zueignet, so ist zu vermuten, dass auch Andere in Deutschland es schon früher mögen beobachtet haben, und es damals etwas schon bekanntes müsse gewesen seyn.« — Gerhard Vieth, »Ueber Combinationstöne, in Beziehung auf einige Streitschriften über sie zweier englischer Physiker, Th. Young und Jo. Gough«, in: *Annalen der Physik*, Band 21, 1805, S. 267: »Er [Sorge] spricht nicht, als von einer Sache, die er zuerst beobachtet habe; wahrscheinlich war dieses Mitklingen zu seiner Zeit schon bekannt, und es werden sich wohl in ältern musikalischen Schriften, die ich desshalb jetzt nicht durchblättern mag, Spuren davon finden. Weiter, als bis etwas über den Anfang des letztvergangenen achtzehnten Jahrhunderts, möchte ich jedoch nichts vermuthen, weil Kircher in seiner Phonurgie, die 1673 zu Kempten erschien, nichts darüber sagt, ob er gleich sonst in Erzählung der Phänomene des Mitklingsen unberührter Saiten u. s. w. ziemlich ausführlich ist. Auch bei Descartes finde ich nichts.« — Christhard Mahrenholz, *Die Orgelregister. Ihre Geschichte und ihr Bau*, Kassel 1930, S. 28; Zitat: Martin Vogel, *Die Lehre von den Tonbeziehungen*, Bonn 1975, S. 55f.

³⁶ Jean-Baptiste D'Alembert, »FONDAMENTAL, Basse fondamentale«, in: *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers*, Band 7, Paris 1757, S. 53: »[...] dans l'ouvrage de M. Serre, intitulé Essai sur les principes de l'harmonie, Paris 1753, il est fait mention de cette expérience de M. Tartini, comme d'une chose dont plusieurs musiciens reconnoissent la vérité [...]«

Wie auch immer, Tartinis Musiksystem, welches er 1754 in Form seines *Trattato* veröffentlichte und später mit seiner Dissertation von 1767 ergänzte, basiert grundlegend auf dem Phänomen *terzo suono*. Für Tartini nimmt der dritte Ton eine Schlüsselrolle ein; er betont die »folgeschwere Bedeutung des Phänomens.«³⁷ Im *terzo suono* werden für Tartini nicht nur für die Musiktheorie und Musikpraxis relevante Zusammenhänge offenbar, sondern er sieht in ihm die Enthüllung eines »universalen« Gesetzes, das auch außerhalb der Musik, im Verborgenen wirkt und unsere Welt bestimmt (siehe Abschnitt 5.2).

An der »Realität« des Phänomens zu zweifeln, steht für ihn außer Diskussion; der *terzo suono* würde »sogar von tauben Leuten gehört«, meint Tartini in einem Brief an Padre Martini.³⁸

In einem anderen Brief an denselben weist Tartini darauf hin, dass der dritte Ton bei zwei Oboen viel besser festgestellt werden könne als bei zwei Violinen, es handle sich aber um den »selben identischen Ton wie bei den Violinen.«³⁹ Dies ändert aber nichts an der Tatsache, dass Tartini den dritten Ton auf der Violine entdeckte. Auf ihr besteht die Möglichkeit, dass Zweiklänge auf ein und demselben Instrument ausgeführt werden können. Bei Blasinstrumenten muss hierfür im Normalfall ein zweites Instrument hinzugezogen werden, was das reine Intonieren und eine systematische Untersuchung von Kombinationstönen grundsätzlich komplizierter gestaltet.

Zum Zeitpunkt der Entdeckung befinden wir uns mitten in der Zeit der Aufklärung. Die Akustik als Naturwissenschaft steht in ihren Anfängen. Doch wieso wurden die Obertöne schon 1636 von Marin Mersenne beschrieben,⁴⁰ die Kombinationstöne aber erst 1714 von Tartini?

³⁷ Tartini (1767), S. 37: »gravissima importanza del fenomeno«.

³⁸ Ivano Cavallini, »Musica e teoria nelle lettere di G. Tartini a padre G. B. Martini«, in: *Atti della Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, Bologna 1980, S. 113, Cavallini zitiert aus Giuseppe Tartini, *Brief von Giuseppe Tartini an Giovanni Battista Martini vom 26. Mai 1752*, Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna, Bologna, I.017.043: »[...] circa la verità, e realtà del Fenomeno è superfluo qualunque discorso. Si fa sentire anco da sordi, et io hò almeno due dozzine di scolari sparsi per la Europa che lo fanno sentire, a chiunque hà orecchio [...] Padova li 26 Maggio 1752.«

³⁹ Cavallini (1980), S. 113, Cavallini zitiert aus Giuseppe Tartini, *Brief von Giuseppe Tartini an Giovanni Battista Martini vom 23. Juni 1752*, Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna, Bologna, I.017.045: »Hò debito di avanzarle la notizia, che in stanza del nostro Pre. M.to Vallotti si è fatta la prova del terzo suono con due oboè suonati, uno dal nostro famoso Sig.r Bissoli e l'altro da un di lui scolare. Il terzo suono si rileva molto meglio che da due violini, et è lo stesso identico che risulta da due violini [...]«

⁴⁰ Marin Mersenne, *Harmonie Universelle, contenant la théorie et la pratique de la musique*, Paris 1636, IV, Livre quatriesme des Instrumens à chordes, S. 208f., deutsche Übersetzung

Joseph Sauveur fand 1700 die physikalischen Gesetzmäßigkeiten der Obertöne und den Zusammenhang zwischen deren Frequenzen und Schwingungsknoten.⁴¹ Man begann vermehrt zu analysieren, zu forschen, genau hinzuhören und in den Beobachtungen nach Gesetzmäßigkeiten zu suchen. Instrumente, die für das mehrstimmige Spiel geeignet sind, waren verbreitet. Für die Beobachtung von Kombinationstönen eignen sich Streichinstrumente und Orgeln vorzüglich, da Zweiklänge in Form von liegenden, ausgehaltenen Tönen erzeugt werden können (Bordunklänge). Solche Klänge sind prädestiniert für die Wahrnehmung von Kombinationstönen. Schon in der Renaissance wurde das doppelsaitige Spiel auf der Violine gepflegt. Orgeln waren bereits im alten Rom in Verwendung.⁴²

Über den Grund für die späten Beschreibungen der Kombinationstöne kann nur spekuliert werden. Hinsichtlich der obigen Ausführungen wäre es überraschend, wenn das Phänomen nicht bereits einige Jahrhunderte vor den ersten Überlieferungen bekannt war. Das Interesse für die Theoretisierung hingegen mag erst in Verbindung mit dem aufgeklärten, analytischen Denken und Beobachten aufgekommen sein.

Tartini vermutete, dass das Wissen um den *dritten Ton* bis in die Antike zurückreicht. In seiner posthum erschienenen *Scienza platonica fondata nel cerchio* (ca. 1764–1770)⁴³ erwähnt Tartini eine Textstelle aus dem 7. Buch von Platons *Staat (Politeia)*, wo in einem Dialog zwischen Glaukon und Sokrates vom dritten Ton die Rede sein soll. Er zitiert Fragmente aus der Passage 530c–531c, übersetzt ins Italienische.⁴⁴ Die entscheidende Stelle interpretiert Tartini folgendermaßen:

in: Daniel Muzzolini, *Genealogie der Klangfarbe* [Dissertation], Philosophische Fakultät Universität Zürich 2004, S. 83f.

⁴¹ Joseph Sauveur, »Section IX, Des sons harmoniques«, in: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris 1701, S. 349–356. — Vogel (1975), S. 35.

⁴² Marcus Vitruvius Pollio, *Zehn Bücher über Architektur*, Darmstadt 1964, Von der Wasserorgel, S. 491–495.

⁴³ Giuseppe Tartini, *La scienza platonica fondata nel cerchio* [ca. 1764–1770], Padova 1977, dt. Übersetzung: »Die platonische Wissenschaft begründet im Kreis«. Datierungshinweis: Da Tartini seine Dissertation bereits im Jahr 1764 fertigstellte (Publikation 1767), ist es wahrscheinlich, dass er sich bereits ab 1764 bis kurz vor seinem Tod der *Scienza platonica* widmete. Vgl. Alvise De Piero, *Il Tentamen novae theoriae musicae di Leonhard Euler (Pietroburgo 1739): traduzione e introduzione*, Torino 2010, S. 20.

⁴⁴ Siehe Tartini [ca. 1764–1770] (1977), S. 7f. wie auch S. 21.

»Sie sagen, dass sie im Raum zwischen diesen Tönen noch irgendeinen anderen Ton hören [...].«

»Fra questo spazio di suoni dicono udirsi ancora qualche altro suono [...].«

[TARTINI [ca. 1764–1770] 1977, *Scienza platonica*, S. 21]

Tartinis Vision von Platons Text weicht von konventionellen Interpretationen ab. Die betreffende Stelle ist zur Analyse auf Deutsch und Altgriechisch abgedruckt:

»[Glaukon:] Ja, bei den Göttern«, sagte er, »auch auf lächerliche Art. **Sie [die Pythagoreer] reden von irgendwelchen Verdichtungen (*pyknómata*) und neigen ihr Ohr hin, als ob sie noch einen Ton (*phóné*) zwischen den benachbarten (*ek geitónon*) erhaschen. Die einen behaupten dann, sie hörten in der Mitte noch einen Ton und dass dies das kleinste Intervall (*smikrótatou diástema*) sei, das als Maß gelte (*metretéon*); die anderen bestreiten das und sagen, die Töne seien bereits ähnlich (*hómoion*). Beide stellen dabei das Ohr [531b] höher als die Vernunft (*nous*).«**

(übersetzt von Werner Schulze, 2014)

»[Glaukon:] Νῆ τοὺς θεοὺς, ἔφη, καὶ γελοίως γε, [Hervorhebung: A. Lohri] **πυκνώματ' ἅττα ὀνομάζοντες καὶ παραβάλλοντες τὰ ὄτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνῆν θηρεύμενοι, οἱ μὲν φασιν ἐπι κατακοῦειν ἐν μέσῳ τινὰ ἤχην καὶ σμικρότατον εἶναι τοῦτο διάστημα, ᾧ μετρητέον, οἱ δὲ ἀμφισβητοῦντες ὡς ὅμοιον ἤδη φθεγγομένων, ἀμφοτέροι [531b] ὄτα τοῦ νοῦ προσησάμενοι.**

[PLATON, *Politeia*, 531a–b]

Tartinis Zitat erscheint als eine Art Zusammenfassung des griechischen Originaltextes. Um Tartinis Gedankengang besser nachvollziehen zu können, ist die Stelle im größeren Zusammenhang im Anhang abgedruckt (altgriechisch–deutsch).

Es liegt nahe, dass Tartini eine Ausgabe von Platons *Staat* in lateinischer Sprache konsultierte. Im Anhang der *Scienza platonica* befindet sich eine Seite mit dem Titel »MEMORIA«. ⁴⁵ Dort merkt Tartini an, dass sich der »sehr wichtige Text von Platon im Dialog 7 der Republik« auf Seite 337 befinde. Von dieser Seitenangabe könnte man gegebenenfalls auf die Ausgabe rückschließen, die Tartini benutzte. Ich selbst habe in Padova aus der betreffen-

⁴⁵ op. cit., letzte Seite.

den Zeit zwei lateinische Ausgaben gefunden, wobei keine der beiden mit Tartinis Seitenzahlen korrespondiert. Dennoch ist die Betrachtung dieser beiden Übersetzungsvarianten aufschlußreich, da sie möglicherweise der von Tartini benutzten Fassung sehr nahe waren und somit als Grundlage für seine Interpretation gedient haben könnten. Die fett gedruckte Passage, die oben zitiert wurde, wird in diesen Ausgaben folgendermaßen übersetzt:

Per deos ridicule ad modum [Hervorhebung: A. Lohri] **crebriores quasdam vocum congestiones inducunt, & aures adhibent comparantque velut viciniore loco vocem ipsam venantes. Atque eorum alii dicunt in medio adhuc sonitum aliquem se audire, minimumque esse intervallum hoc, quo metiri quis debeat.**⁴⁶

Per deos ridicule admodum isti [Hervorhebung: A. Lohri] **crebrius voces frequentant ingeminantque, & aures propius admovent, velut è viciniore loco vocem ipsam rectius venaturi. Atque eorum alii dicunt in medio adhuc sonitum aliquem se audire, minimumque esse intervallum hoc, quo metiri quis debeat: [...].**⁴⁷

Die erste Übersetzungsvariante stammt aus *Platonis Opera* (1517), herausgegeben von Philippo Pincio Mantuano. Ein Exemplar dieser Ausgabe ist in der Pontificia Biblioteca Antoniana in Padova vorhanden. Aufgrund von Tartinis Tätigkeit als »primo violino e capo di concerto« in der Basilica di Sant’Antonio ist es naheliegend, dass er dieses Buch kannte. Das zweite Zitat stammt aus *Platonis Opera* (1532) und ist Marsilio Ficinos Übersetzung (Standort: Biblioteca Civica di Padova). Von dieser Ausgabe sind in Padova auch Nachdrucke aus späterer Zeit vorhanden (z. B. aus dem Jahr 1546 in der gleichen Bibliothek).

Das im Anhang eingefügte Textmaterial (altgriechisch und deutsch) soll zusätzlich zu den zitierten Passagen in Latein eine weitere Hilfestellung sein, um nachzuvollziehen, wie Tartini zur Annahme kam, dass bereits Platon die Erscheinung des dritten Tons thematisierte.

Laut konventionellen Interpretationen bespricht Platon an dieser Stelle, wie die Pythagoreer vorgehen, wenn sie Saitenteilungen am Monochord durchführen und immer noch kleinere Intervalle finden, die sich zwischen bereits bekannten befinden. Gemäß Werner Schulze nimmt Platon im betreffenden Dialog Bezug auf das enharmonische Tongeschlecht. Mit »sie hörten in der Mitte noch irgendeinen anderen Ton« wäre dann gemeint, dass sich in der

⁴⁶ Platon, *Platonis Opera (Lateinische Übersetzung)*, hrsg. von Philippo Pincio Mantuano, Venetiis per Philippum Pincium 1517, CCLIII (verso).

⁴⁷ Platon, *Platonis Opera (Lateinische Übersetzung)*, übersetzt von Marsilio Ficino, Basileae in officina frobeniana 1532, S. 626.

Mitte eines bereits kleinen Intervalls noch ein kleineres ausmachen ließe, das einem enharmonischen Kleinststonschritt entspricht.

Platons Anspielungen auf Zahlproportionen, die ein sinnvolles musikalisches Fundament darstellen könnten,⁴⁸ bestärken Tartini in seiner Vermutung, dass Platon tatsächlich vom dritten Ton spricht:

»[...] es ist klar, dass Platon nicht nur die Existenz dieses anderen Tones zugibt, aber zudem meint er (und hauptsächlich), dass sich aus dieser Gegebenheit Wissen ergibt, weil er versteht, dass sich von demselben [Phänomen] die konsonanten Zahlen ableiten lassen und der Grund, weshalb sie solche sind. Wenn es so ist, dann handelt es sich bei diesem [Wissen] offenkundig um die Wissenschaft der Harmonie, indiziert und abgeleitet vom dritten Ton.«

»[...] è chiaro che Platone non solamente ammette il fatto di questo qualche altro suono, ma di più intende (e principalmente) che di questo fatto vi sia la scienza, perché intende che dal medesimo si deducano i numeri consonanti e la cagione per cui sono tali. Se così è, questa è patentemente scienza di armonia indicata e dedotta dal terzo suono.«

[TARTINI [ca. 1764–1770] 1977, *Scienza platonica*, S. 21]

Tartinis Spekulationen zu Platons »drittem Ton« zeugen von seiner Eigenwilligkeit und seinem breitgefächerten Wissen. Moderne Interpretationen des Dialogs stützen Tartinis These, Platon als Entdecker des terzo suono zu sehen, jedoch nicht.

Die Frage, wer nun als der erste Entdecker der Kombinationstöne zu gelten hat, wird sich vermutlich nicht klären lassen. Wie gezeigt wurde, können mit diesem Attribut mehrere Personen versehen werden. Dennoch wird in der Literatur Tartini als derjenige angesehen, auf den die erstmalig umfassende Beschreibung des Phänomens zurückgeht. Entsprechend entscheidend ist es, seine Theorie nicht nur oberflächlich zu betrachten, sondern aus verschiedenen Perspektiven zu beleuchten, um zum eigentlichen Kern seiner Aussagen zu gelangen.

⁴⁸ PLATON, *Politeia*, 531c: »[...] τοὺς γὰρ ἐν ταύταις ταῖς συμφωνίαις ταῖς ἀκουομέναις ἀριθμοὺς ζητοῦσιν, ἀλλ’ οὐκ εἰς προβλήματα ἀνίστασιν, ἐπισκοπεῖν τίνες σύμφωνοι ἀριθμοὶ καὶ τίνες οὐ, καὶ διὰ τί ἑκάτεροι.« Übersetzung von Schulze: »Sie suchen die Zahlen, die in den gehörten Zusammenklängen liegen, aber sie lassen dies nicht zu Problemen werden, welche nun zusammenstimmige Zahlen sind und welche nicht, und weshalb das eine oder andere.« Siehe auch Anhang.

2.2 Kombinationstöne und reine Intervalle

Zwischen Kombinationstönen und reinen Intervallen besteht eine Wechselbeziehung. Ihre volle Ausprägung und Geltung erreichen Kombinationstöne im Normalfall dann, wenn der Zweiklang in einem einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnis steht. Die Kombinationstöne wiederum prägen den Intervallcharakter zusätzlich, wenn sich das Intervall in seinem natürlichsten, reinen Zustand befindet. Dazu sind folgende Punkte nennenswert:

1. Es wurde von einigen Forschern beobachtet, dass die Lautstärke von Kombinationstönen ansteigt, je mehr man sich einem einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnis nähert. Carl Stumpf schrieb über diese Beobachtung⁴⁹ und maß ihr Wichtigkeit zu: »Dieser Zusammenhang der Reinheit von Consonanzen mit der Stärke der Combinationstöne, der für die Intervallenlehre von Bedeutung wird, ist von der Theorie noch kaum gewürdigt.«⁵⁰ Auch andere hätten diesen Effekt beobachtet; Stumpf verweist auf Sorge, Tartini, Ernst Chladni, Gerhard Vieth und Wilhelm Weber. Zudem gründe die Technik, Kombinationstöne für das Ausstimmen von Intervallen zu benutzen, im obigen Sachverhalt.⁵¹

Entfernt man sich von einem einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnis, lässt die Stärke der Kombinationstöne nach und sie verschwinden in einer Art Grauzone, in denen ihre Tonhöhe nicht mehr klar zugeordnet werden kann. Tartini beschrieb scharfsinnig:

⁴⁹ Stumpf (1890), S. 245: »Wenn man eine Terz nicht ganz rein angibt und dann der Reinheit nähert, scheint mir der Differenzton, während er sich in seiner Höhe erheblich verändert, zugleich bis zum Punct der Reinheit an Stärke zu wachsen. Am deutlichsten beobachtete ich dies bei Flötenpfeifen.«, S. 246: »Die Erscheinung selbst aber [zunehmende Stärke der Differenztöne gegen ein reines Intervall hin] gründet meiner Meinung nach darin, dass bei Abweichungen von der Reinheit zahlreichere secundäre Combinationstöne auftreten müssen, auf welche sich die lebendige Kraft des Reizes verteilt. Wenn sie auch nur teilweise hörbar sind, können doch die der Rechnung entsprechenden Nervenerregungen als solche stattfinden und jede ihren Bruchteil der Reizstärke absorbieren. [...] Unreine Consonanzen müssen ja durch grössere Verhältniszahlen ausgedrückt werden als reine, welche den kleinsten Zahlen entsprechen. Je grösser aber die Verhältniszahlen, um so zahlreicher die Differenztöne, da sich immer die Reihe der ganzen Zahlen unterhalb derselben erzeugt.« Stumpf legt Wert auf die Differenzierung zwischen Unreinheit und Dissonanz. Auch dissonante Intervalle können rein sein und somit starke Kombinationstöne erzeugen, S. 247: »Sie [Die Combinationstöne] können bei Dissonanzen eben so stark sein wie bei Consonanzen; nur bei verstimmtten Consonanzen sind sie schwächer.«

⁵⁰ op. cit., S. 246.

⁵¹ op. cit., S. 247f.

»An welchem physikalischen Punkt dieses Kontinuums⁵² auch immer der Finger des Spielers anhält, der dritte Ton wird immer existieren, entweder erkennbar oder unerkennbar: damit möchte ich sagen, entweder bestimmbar oder unbestimmbar in seiner Intonation.«

»In qualunque punto fisico di tal continuo si voglia fermar il dito dal suonatore, si avrà sempre il terzo suono o cognito, o incognito: voglio dire o distinguibile, o indistinguibile nella sua intonazione.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 17]

2. Dissonanz und Ganzzahligkeit schließen sich nicht aus, ebenso wenig wie Dissonanz und Kombinationstöne. 8:9, 5:9, 5:7 oder 4:7 werden in der konventionellen Musiktheorie als dissonant betrachtet, jedes dieser Intervalle erzeugt aber Kombinationstöne, deren Tonhöhe deutlich erkennbar ist.⁵³ Ob diese vier Intervalle zu einfachen oder bereits zu komplexen ganzzahligen Schwingungsverhältnissen gezählt werden sollen, ist Konventionssache. 15:16 und sein Komplementärintervall 8:15 sind dissonante Intervalle, die in der diatonischen Tonleiter vorkommen und deren Schwingungsverhältnisse man kaum mehr als einfach bezeichnen würde. Wie Untersuchungen dieser Arbeit ergaben, sind bei diesen beiden Zweiklängen im Gegensatz zu den vorherigen Beispielen keine deutlichen Kombinationstöne zu erkennen (vgl. Abb. 72). Daraus ergab sich die Idee, dass unter Umständen auch die Wahrnehmbarkeit der Kombinationstöne herangezogen werden könnte, um die Grenze zwischen einfachen und komplexen Schwingungsverhältnissen zu ziehen. Dafür dürften die interindividuellen Unterschiede in der Perception der Kombinationstöne jedoch nicht zu groß sein. Die Regel könnte lauten: Sind bei einem Zweiklang Kombinationstöne erkennbar und als Glieder der jeweiligen Kombinationstonreihe (siehe Abschnitt 2.3) identifizierbar, so handelt es sich um ein einfaches Schwingungsverhältnis. Tritt dieser Fall nicht ein, handelt es sich um ein komplexes Schwingungsverhältnis. 15:16 und 8:15 wären gemäß der postulierten Regel also dissonant *und* komplex zugleich.

3. Je reiner ein Intervall intoniert wird, desto präziser werden auch die Proportionen zwischen den gespielten Tönen (Primärtöne) und den Kombinationstönen. Es stellt sich ein in sich ruhender, stabiler Klang ein. Schwebungen und Rauigkeit werden im Idealzustand des reinen Intervalls minimiert. Die Kombinationstöne und Primärtöne bilden dann eine Reihe

⁵² Damit meint Tartini hier den Tonraum zwischen einer Quarte 3:4 und einer kleinen Terz 5:6.

⁵³ Generell ist der Sonanzgrad von Intervallen an die Wahrnehmung von Kombinationstönen gekoppelt; je dissonanter ein Intervall, desto schwieriger auch die deutliche Wahrnehmung und Identifizierung einzelner Kombinationstöne.

1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : etc.⁵⁴ Kombinationstöne, die mit den Primärtönen eine solche Reihe bilden, sind ein Erkennungsmerkmal von rein gespielten Intervallen. Deshalb sind Kombinationstöne für bundlose Instrumente auch ein unentbehrliches Hilfsmittel, um sich intonatorisch zu orientieren. Mehr hierzu im Abschnitt 7.1.

4. Einige Male wurde der Versuch unternommen, Konsonanz durch Kombinationstöne zu erklären.⁵⁵ Diese Theorien widersprechen jedoch den Anschauungen moderner Sonanztheorien. Kombinationstöne sind zwar oft eine

⁵⁴ Horst-Peter Hesse, *Grundlagen der Harmonik in mikrotionaler Musik*, Innsbruck 1989, S. 60: »Wenn die primären Töne ein konsonantes Intervall bilden, stehen die Differenztöne zu ihnen im Verhältnis eines harmonikalen Unterbaus: sie ergänzen das Intervall zur Tiefe hin wie eine natürliche Partialtonreihe. Bei Abweichungen von den einfachen Frequenzverhältnissen wird der Unterbau dagegen labil, da die Differenztöne selbst wieder untereinander Schwebungen bilden.«

⁵⁵ Tartini sieht einen Zusammenhang zwischen der »Perfektion« der Akkorde (zusammengesetzt aus mind. drei Tönen) und deren resultierenden *terzi suoni* (Tartini [ca. 1764–1770] (1977), S. 21f.). Auch betrachtet Tartini die Ansicht der allgemeinen Musiktheorie, dass die Konsonanzen nur aufgrund von zwei Größen geurteilt würden, als einen grundlegenden Fehler (Giuseppe Tartini, *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*, Padova 1754, S. 65: »[...] nella pratica musicale comune s'intende, che qualunque consonanza sia costituita da due soli termini, grave, e acuto, e nulla più. L'errore è patente. Non vi è, nè vi può esser consonanza, se non vi sia proporzione armonica. Non vi è, nè vi può esser proporzione armonica, se non vi siano tre termini, il mezzo, e i due estremi.«) — Helmholtz [1863] (1870), Helmholtz verwendet die Kombinationstöne nur indirekt zur Erklärung der Konsonanz. Seine Sonanztheorie basiert auf dem Auftreten bzw. der Absenz von Schwebungen in Klängen. Da Schwebungen aber auch zwischen Kombinationstönen entstehen können, sind diese ebenfalls mit in die Theorie einzubeziehen. — William Thierry Preyer, *Akustische Untersuchungen*, Jena 1879 — Felix Krueger, »Differenztöne und Konsonanz«, in: *Archiv für die gesamte Psychologie*, Band 1, 1903 — Felix Krueger, »Differenztöne und Konsonanz (Fortsetzung)«, in: *Archiv für die gesamte Psychologie*, Band 2, 1904 — Felix Krueger, »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps.«, in: *Psychologische Studien*, Band 1, 1906 — Felix Krueger, »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Fortsetzung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 2, 1907 — Felix Krueger, »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Dritte Mitteilung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 4, 1909 — Felix Krueger, »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Vierte und letzte Mitteilung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 5, 1910 — Felix-Eberhard (von) Cube, *Lehrbuch der musikalischen Kunstgesetze, Band I*, Hamburg 1953, S. 20: »Kann so das Gesetz der Kombinationstöne ein bestimmtes Licht in die Frage unserer Wohlklangempfindung bringen, so ist das gleiche Gesetz möglicherweise sogar in beträchtlichem Ausmaße an der vertikalen-harmonischen Schichtung der Mehrstimmigkeit und damit an der Satzkunst überhaupt beteiligt.« — Heinrich Husmann, *Vom Wesen der Konsonanz*, Heidelberg 1953, S. 21–23. — Haase (1977), S. 25ff. — Haase (2007), S. 152f.

Begleiterscheinung konsonanter Intervalle, die Konsonanzempfindung selbst tritt jedoch unabhängig von Kombinationstönen auf und wird heute auf die neuronale Ebene zurückgeführt.⁵⁶ Auch bei Hindemith finden sich Ansätze, Intervalle nach ihren auftretenden Kombinationstönen zu ordnen, jedoch kann bei ihm nicht von einer umfassenden Sonanztheorie die Rede sein.⁵⁷

Martin Vogel und Vertreter der Bonner Schule (Jutta Stüber, Bettina Gratzki u. a.) haben gezeigt, dass Kombinationstöne mit reinen Intervallen und rein-tonalen Stimmungssystemen eine Symbiose eingehen. Wenn man die Intervalle hingegen temperiert, sind Kombinationstöne nicht mehr harmonisches Fundament, sondern werden eher als Störung empfunden. Blickt man auf die große Verbreitung an Instrumenten, die von der gleichstufig temperierten Stimmung abhängig sind, erstaunt es nicht, dass Kombinationstöne zuweilen unerwünscht sind und unterdrückt werden sollen. Auffällig ist, dass heute viele Instrumente am Markt sind, auf denen die Kombinationstöne nicht herausstechen oder ihre Wirkung entfalten können. Das Klavier ist eine Bereicherung für viele Musiziersituationen, seine Dominanz und Beliebtheit kann gleichzeitig jedoch zu einer Desensibilisierung in Bezug auf Stimmungen und Intonationsfragen führen.⁵⁸

In dieser Arbeit wird aufgrund der zuvor genannten Gründe bewusst nicht mit temperierten Intervallen gearbeitet und argumentiert. Was mit den Kombinationstönen geschieht, wenn einfache ganzzahlige Intervalle verlassen werden, wird in den Abschnitten 2.3 und 2.4 erklärt. Das Verständnis der Kombinationstöne setzt elementares Wissen der Musiktheorie voraus (Gesetze der Saitenteilung, harmonikale Grundlagen und Grundlagen der musikalischen Akustik). Heute besteht der Trend, dass eine Musiktheorie unterrichtet wird, welche auf der temperierten Stimmung und dem Gebrauch des Klaviers beruht. Diese Musiktheorie ist genau genommen kein Grundlagenwissen mehr, sondern eine Spezialisierung auf die gleichstufig temperierte

⁵⁶ Martin Ebeling, *Verschmelzung und neuronale Autokorrelation als Grundlage einer Konsonanztheorie*, Frankfurt a. M. 2007, S. 49. — Tramo, Cariani & Delgutte (2001), S. 103.

⁵⁷ Paul Hindemith, *Unterweisung im Tonsatz, I. Theoretischer Teil*, Mainz 1940, S. 87: »Der Unterschied in der Belastung [durch Kombinationstöne] erlaubt nämlich, die Intervalle so zu ordnen, daß von der Oktave, als dem klarsten, ungetrübten Intervall ausgehend, über die Quinte (dem mit geringer Trübung versehenen) jedes folgende Intervall dadurch die Klarheit und harmonische Deutlichkeit von Schritt zu Schritt nachläßt. Wir stellen also in dieser Reihe – der Reihe 2 – eine Liste über die Tragfähigkeit, den Härtegrad, die Dichte des einzelnen Bausteines auf.«

⁵⁸ Vgl. Martin Vogel, »Reine Stimmung und Temperierung«, in: *Musik und Zahl*, hrsg. von Günter Schnitzler, Bonn 1976, S. 278.

Stimmung.⁵⁹ Es wäre wünschenswert, dass im Lehrplan der Musikhochschulen die elementare Musiktheorie (harmonikale Grundlagen und musikalische Akustik) einen höheren Stellenwert erhielte. Bereits Hugo Riemann plädierte für eine symbiotischere Beziehung zwischen der Akustik und anderen musikwissenschaftlichen Bereichen.⁶⁰

Schon die Babylonier,⁶¹ Chinesen⁶² und Griechen⁶³ haben Varianten gekannt, die Skalen mit verschieden großen Tonschritten zu gestalten. Die Dur- und Mollskala von heute setzen sich aus Halbtönen und Ganztönen zusammen. Die Grobeinstellung der Tonschritte ist somit vordefiniert. Welche Feineinstellung der Intervalle tatsächlich vorgenommen wird, entscheidet sich erst durch die Stimmung oder Temperatur, die teilweise vom Instrument vorgegeben wird (z. B. Tasteninstrumente), teilweise vom Musiker umgesetzt werden kann (z. B. Gesang oder Streichinstrumente). Oft bringen aber praktische Begebenheiten der jeweiligen Musiziersituation Einschränkungen mit sich; in der *Alten Musik* beispielsweise will und kann man oft nicht auf das Cembalo als *basso continuo* verzichten. Die Streicher werden mit der Stimmung des Cembalos konfrontiert. Dieses wiederum ist in einer der Temperierungen gestimmt, die sich am besten für die Gesamtheit der im Stück vorkommenden Tonarten eignet. In solchen Temperierungen, die in der *Alten Musik* verwendet werden, sind nicht selten ganzzahlige Intervalle enthalten (z. B. die mitteltönige Stimmung mit ihren reinen Terzen und Sexten). Dies stellt den grundlegenden Unterschied zur gleichstufig temperierten Stimmung dar, bei der alle Tonabstände identisch sind.

Versteht man ein Stimmungssystem in seinem Aufbau, so ist es möglich, seine Intervalle auf Streichinstrumenten umzusetzen. Als Orientierungspunkt dienen einfache ganzzahlige Schwingungsverhältnisse. Diese können mithilfe der Kombinationstöne exakt bestimmt werden (siehe auch Abschnitt 7.1). Wenn ein temperiertes Intervall im Stück vorkommt, kann der entsprechende Ton ausgehend vom reinen Intervall durch verschiedene Methoden ge-

⁵⁹ Norris Lindsay Norden, »A new theory of untempered music«, in: *The Musical Quarterly*, Band XXII, 1936, S. 233: »It is high time that musicians and developing students should learn the facts of musical theory in such manner that they will find them useful at all times. They should realize what these facts actually are, and what is to be done with them when they are applied to equal temperament – which is but one way, and not the best, of spacing the rungs of the musical ladder.«

⁶⁰ Hugo Riemann, *Grundriß der Musikwissenschaft*, Leipzig 1908, S. 5.

⁶¹ Marcelle Duchesne-Guillemin, »Sur la restitution de la musique hourrite«, in: *Revue de Musicologie*, Band 66, Heft 1, 1980.

⁶² Marcel Granet, *Das chinesische Denken*, München 1980, S. 155–188.

⁶³ Werner Schulze, »Grundzüge der antiken Musiktheorie«, in: *Musik in der antiken Philosophie: Eine Einführung*, hrsg. von Stefan Lorenz Sorgner und Michael Schramm, Würzburg 2010.

funden werden. Der gleichstufig temperierten Dur- und Mollskala liegt eine diatonische »Urskala« zugrunde, die aus ganzzahligen Schwingungsverhältnissen besteht und aus der die sogenannte natürlich-harmonische Stimmung (auch Quint-Terz-Stimmung oder reine Stimmung genannt) resultiert.

Die Annahme, dass die natürlich-harmonische Stimmung und Modulationen inkompatibel sind, ist weit verbreitet. Für Instrumente mit fixierten Tonhöhen und keinen zusätzlich eingebauten enharmonischen Tonstufen ist dies tatsächlich der Fall; die reine Stimmung ist dann nur in *einer* Tonart realisierbar. Bei bundlosen Instrumenten muss diese Aussage relativiert werden. Weiß man, welche Töne bei einer Modulation eine Kommaverschiebung erfahren, stellen Tonartenwechsel in der natürlich-harmonischen Stimmung in vielen Fällen kein Problem dar.

Ein ausgezeichnetes Hilfsmittel für das Verstehen der Problematik ist das Tonnetz. Seinen Ursprung hat es bei Conrad Henfling und Leonhard Euler.⁶⁴ In der neueren Zeit sind Arthur Joachim von Oettingen und Martin Vogel wichtige Vertreter für die Tradition des Tonnetzes.⁶⁵ Alle Intervalle der Quint-Terz-Stimmung können im Tonnetz auf einfache Weise dargestellt und ihre Logik auf das Instrument übertragen werden.⁶⁶

⁶⁴ Conrad Henfling, »Epistola de novo suo Systemate Musico«, in: *Miscellanea Berolinensia*, Berlin 1710, Anhang, Figura 66 und 67; Zu Henfling vgl. auch Rudolf Haase, *Der Briefwechsel zwischen Leibniz und Conrad Henfling*, Frankfurt a. M. 1982, S. 64. — Werner Schulze, »Conrad Henfling: Epistola de novo suo Systemate Musico I (Übersetzung aus dem Lateinischen von Werner Schulze) und Henflings Brief über sein neues Musik-System«, in: *Musiktheorie*, Band 2, Heft 2, 1987, S. 171. — Werner Schulze, »Conrad Henfling: Epistola de novo suo Systemate Musico II (Übersetzung aus dem Lateinischen von Werner Schulze) und Anmerkungen zu Henflings „Epistola“«, in: *Musiktheorie*, Band 3, Heft 2, 1988. — Leonhard Euler, *Tentamen novae theoriae musicae*, St. Petersburg 1739, S. 179.

⁶⁵ Arthur Joachim von Oettingen, *Harmoniesystem in dualer Entwicklung. Studien zur Theorie der Musik*, Dorpat, Leipzig 1866, S. 15. — Arthur Joachim von Oettingen, *Das duale Harmoniesystem*, Leipzig 1913, S. 8. — Vogel (1975), S. 102ff.

⁶⁶ Jutta Stüber, *Die Intonation des Geigers*, Bonn 1989, S. 12. — Vogel (1975), S. 174–179.

2.2 Kombinationstöne und reine Intervalle

Figura 66.

VII.	² C	² G	² D	² A	² E	² H	² F	² C	² G	² D	² A	² E	² H	F	C	G	D	A	E
V.	d ² p ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	d ² p ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²
IV.	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²
I.	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴VII ∴IV	∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴VII ∴IV	∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴VII ∴IV	∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴VII ∴IV	∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴VII ∴IV

Continuatio Figura 66.

² q	B ²	F ²	C ²	G ²	D ²	A ²	E ²	B ²	F ²	C ²	G ²	D ²	VII.
² p	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	V.
I	md	b ² q	bg	mq	mdq	b ² q	mbq ²	mq ²	m ² dq	b ² q	mbq ²	mq ²	IV.
O	∴IV ∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴O	∴IV ∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴O	∴IV ∴I	∴V ∴II	∴VI ∴III	∴O	
I	d	mb ²	mdp	p	bp	nb ² q	d ² p ²	p ²	nb ² q ²	d ² p ²	p ²	nb ² q ²	
² p	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	nb ² q ²	mb ² q ²	md ² p ²	
F	C	G	D	A	E	B	F	C	G	D	A	E	

Abb. 4, Tonnetz von Conrad Henfling 1710. *Figura 66* und deren Fortführung (*Continuatio Fig. 66*) sind als aneinandergefügtes Band zu lesen [Quelle: HENFLING 1710, aus dem Anhang. Abdruck mit freundlicher Genehmigung der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, Akademiebibliothek].

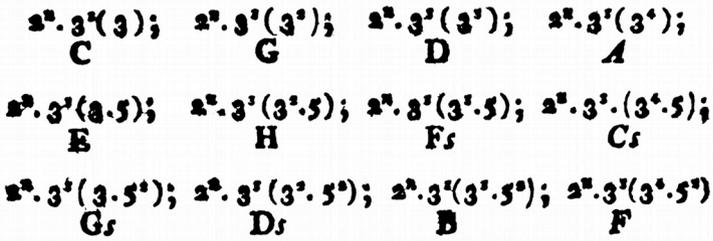


Abb. 5, Tonnetz von Leonhard Euler. Die Töne Ais und Eisz deutete Euler in ein B und F um [Quelle: EULER 1739, S. 179].

5^m 3ⁿ.

n:	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>m</i>	<u>c</u>	<u>g</u>	<u>d</u>	<u>a</u>	<u>e</u>	<u>h</u>	<u>fis</u>	<u>cis</u>	<u>gis</u>	<u>dis</u>	<u>ais</u>	<u>eis</u>	<u>his</u>	<u>fisis</u>	<u>cisis</u>	<u>gisis</u>	<u>disis</u>
1	<u>as</u>	<u>es</u>	<u>b</u>	<u>f</u>	<u>c</u>	<u>g</u>	<u>d</u>	<u>a</u>	<u>e</u>	<u>h</u>	<u>fis</u>	<u>cis</u>	<u>gis</u>	<u>dis</u>	<u>ais</u>	<u>eis</u>	<u>his</u>
0	fes	ces	ges	des	as	es	b	f	c	g	d	a	e	h	fis	cis	gis
-1	<u>deses</u>	<u>ases</u>	<u>eses</u>	<u>bb</u>	<u>fes</u>	<u>ces</u>	<u>ges</u>	<u>des</u>	<u>as</u>	<u>es</u>	<u>b</u>	<u>f</u>	<u>c</u>	<u>g</u>	<u>d</u>	<u>a</u>	<u>e</u>
-2	<u>bbb</u>	<u>feses</u>	<u>ceses</u>	<u>geses</u>	<u>deses</u>	<u>ases</u>	<u>eses</u>	<u>bb</u>	<u>fes</u>	<u>ces</u>	<u>ges</u>	<u>des</u>	<u>as</u>	<u>es</u>	<u>b</u>	<u>f</u>	<u>c</u>

Abb. 6, Oettingens Darstellungsweise des Tonnetzes [Quelle: OETTINGEN 1866, S. 15].

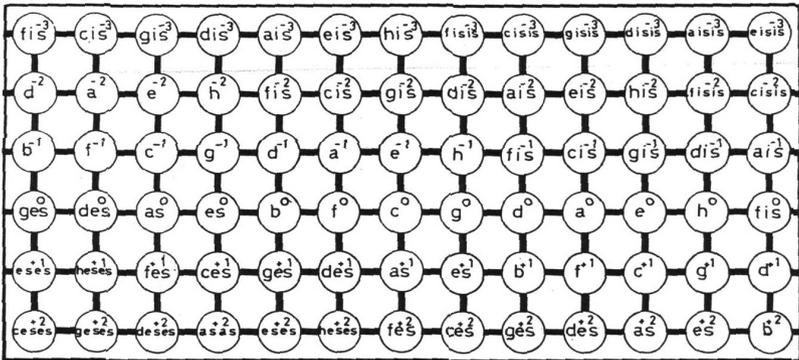


Abb. 7, Tonnetz, Quintreihen horizontal, Terzreihen vertikal [Quelle: VOGEL 1975, S. 102. Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Orpheusverlag, Bonn].

Anstelle der Exponentenschreibweise (vgl. Abb. 7) können die Terzengenerationen auch mit syntonischen Kommata gekennzeichnet werden:

2.2 Kombinationstöne und reine Intervalle

	≈ fis	≈ cis	≈ gis	≈ dis	≈ ais	≈ eis	≈ his	≈ fisis	≈ cisis
	\ d	\ a	\ e	\ h	\ fis	\ cis	\ gis	\ dis	\ ais
	b	f	c	g	d	a	e	h	fis
	/ ges	/ des	/ as	/ es	/ b	/ f	/ c	/ g	/ d
	≧ eses	≧ bes	≧ fes	≧ ces	≧ ges	≧ des	≧ as	≧ es	≧ b

Abb. 8, Das Tonnetz mit aufsteigenden und absteigenden syntonischen Kommata (80:81) in der Schreibweise, wie sie in dieser Arbeit generell verwendet wird.

Die absteigenden oder aufsteigenden Striche bezeichnen ein syntonisches Komma, dieses ist ein sehr kleines Intervall mit dem Schwingungsverhältnis 80:81.⁶⁷ Es gibt an, dass sich der betreffende Ton um die Größe 80:81 vom gleichnamigen Ton der Quintengeneration unterscheidet und zu letzterer in der Terzverwandtschaft steht. Die Kommatastriche sind im Notenbild eine optische Hilfe für die schnelle Erfassung der intonatorischen Zusammenhänge und beseitigen Mehrdeutigkeiten. Um eine diatonische Skala aufzubauen, reichen die Terz- und Quintbeziehungen aus (Primzahlen 3 und 5). Für einen Musiker, der die Tonhöhen auf seinem Instrument selbst bestimmen kann, bietet es sich an, dieses System mit weiteren Primzahlen zu erweitern. Grundsätzlich müsste bei jeder Primzahl der Obertonreihe ein neues Zeichen eingeführt werden, um diese Tonhöhen in unserem Notationssystem eindeutig zu definieren. Eine hilfreiche Darstellung stammt von Philippe Borer (Abb. 9). Zusätzlich zum syntonischen Komma (siehe Ton 5) und dem Tartinischen Pfeil (siehe Ton 7) tragen auch die Primzahlen 11 und 13 ein eigenes Kommazeichen.⁶⁸

⁶⁷ Das syntonische Komma entspricht $\sim 21,5$ Cent.

⁶⁸ Kommazeichen im Notenbild dienen dazu, Intervalle auseinanderzuhalten, die sich sehr nahe kommen, aber nicht auf die gleichen Primzahlen zurückgeführt werden können. Zu den relevanten Kommata in der Musik gehören das syntonische Komma 80:81, das septimale Komma 63:64, das pythagoreische Komma 524288:531441 ($2^{19}:3^{12}$) und die Diesis 125:128 ($5^3:2^7$). Normalerweise werden Kommata im Notenbild jedoch nicht speziell aufgeführt. Die Apotome 2048:2187 ($2^{11}:3^7$) wird in unserem Mu-

(♦): altezza approssimativa. (∖): -1 comma sint. 80/81. (♭): -1 comma di Tartini 63/64.
 (♯): + semitono 32/33. (h): -1 semitono 26/27. (b): -1 dodransono 224/243.

© pxb 2005

Abb. 9, Die Obertonreihe bis zum 256. Oberton. Jede Primzahl bringt eine noch nicht dagewesene Tonqualität ins Spiel. Das übliche fünflinige Notationssystem reicht nicht aus, um diese Töne intonatorisch unterscheidbar darzustellen. Um die Töne in ihrer Intonation richtig zu verstehen, ist es essenziell, den entsprechenden Ton mit einem spezifischen Kommazeichen zu versehen, um ihn von den Tönen der Quintengeneration (Potenzreihe von 3) zu unterscheiden. Die schwarzen Notenköpfe in Karreeform stehen für Töne, denen höhere Primzahlen zugrunde liegen. Sie alle bräuchten spezielle Zeichen, deren Verwendung jedoch über den praktischen Nutzen hinausgehen würde [Bild: © Philippe Borer, Quelle: BORER 2007, S. 286].

sikssystem als # und b gekennzeichnet. Sie ist im Allgemeinen das einzige »Komma«, das in der konventionellen Notationsweise berücksichtigt wird. Beachtenswert ist, dass die Apotome aufgrund ihrer Größe aber nicht als Komma, sondern als ein Halbtonschritt betrachtet wird.

Kommastriche für die Terztöne sind schon seit Helmholtz in Gebrauch.⁶⁹ Die Kennzeichnung des syntonischen Kommas bringt den Vorteil, dass der Musiker sofort sieht, welche Tonbeziehungen zwischen den Noten bestehen, bzw. welche Intervalle er mit welchen Referenztönen kontrollieren kann, um der Absicht der Komposition gerecht zu werden. In diesem Zusammenhang gilt es zu erwähnen, dass auch Tartini einer der Vorreiter war, die spezielle Intervalle direkt in den Noten kennzeichneten. Er verwendete für die Primzahl 7 den nach ihm benannten Tartinischen Pfeil.⁷⁰

Unter Streichern ist die Problematik bekannt, dass leere Saiten in gewissen Situationen nur mit Vorbehalt eingesetzt werden können.⁷¹ Dennoch verfügen nur die wenigsten Musiker über die Grundlagen, dies auf theoretischer Ebene zu begründen. Intonation ist ein emotionales Thema unter Streichern und kann zu heftigen und unangenehmen Diskussionen führen. Reintonale Stimmungen und syntonische Skalen sind auf Streichinstrumenten exakt und allein mithilfe des Gehörs realisierbar. Diese Tatsache macht sie auch in praktischer Hinsicht sehr wertvoll. Wie diese Skalen in der Praxis auf Streichinstrumenten umgesetzt werden und welche Rolle die Kombinationstöne dabei übernehmen, ist im Abschnitt 7.1 beschrieben.

Ausgehend von der Symbiose zwischen reinen Intervallen und Kombinationstönen wurde im größeren Zusammenhang beleuchtet, dass sich die Auseinandersetzung mit dem Phänomen positiv auf das Begreifen der Stimmungssysteme auswirkt. Für das Studium der Tonbeziehungen wurden als unverzichtbare Werkzeuge das Tonnetz und die Obertonreihe bis zum 256. Oberton vorgestellt. Eine weitere Grundlage zum besseren Verständnis naturgegebener Harmonien ist die Kombinationstonreihe, die im folgenden Abschnitt erläutert wird.

⁶⁹ Helmholtz [1863] (1870), S. 518; vgl. auch Stüber (1989), S. 32; Oettingen beschreibt, dass das syntonische Komma bereits vor Helmholtz in Gebrauch war. Oettingen (1866), S. 13: »Um diese Schwingungszahlen und Stimmungen gegebener Zahlen an ihrem Zeichen zu erkennen ersann Hauptmann eine besondere Schreibweise, die später von Naumann, dann auch von Helmholtz in consequenter Weise verbessert wurde.«

⁷⁰ Vgl. Tartini (1754), Notenbeispiele auf S. 17, S. 127ff.

⁷¹ In meiner Diplomarbeit habe ich einen Tonartenkatalog erstellt, der mithilfe der syntonischen Kommata genau angibt, in welchen Tonarten welche leeren Saiten verwendet werden können. Voraussetzung dafür ist, dass die Geige in reinen Quinten gestimmt ist (siehe Angela Lohri, *Die syntonische Skala und die Differenztöne: Ihre Bedeutung und ihre Anwendung im Violinunterricht* [Diplomarbeit], Hochschule der Künste Bern 2008, S. 33).

2.3 Kombinationstonreihe

Zweiklänge, die aus zwei komplexen Tönen bestehen, erzeugen in vielen Fällen nicht nur einen, sondern mehrere Kombinationstöne. Diese erscheinen nicht zufällig, sondern beugen sich einem mathematischen Gesetz. Bei komplexen Schwingungsverhältnissen ist diese Ordnung via Gehör schwer erkennbar, da die Kombinationstöne tendenziell diffus oder unhörbar sind. Bei einfachen Zahlenverhältnissen hingegen zeigt sich, dass die Kombinationstöne nach einem harmonikalen Gesetz geordnet werden: Wie auch Obertöne und Untertöne erscheinen Kombinationstöne in harmonischen bzw. arithmetischen Reihen.⁷² Wenn Schwingungsverhältnisse in Saitenlängen ausgedrückt werden, so gehören erscheinende Kombinationstöne einer harmonischen Reihe 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 etc. an. Wird die gleiche Intervallproportion als Frequenzverhältnis verstanden, so folgen die Frequenzwerte der Kombinationstöne der Logik der arithmetische Reihe 1, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1 etc. Ein Beispiel: Eine große Terz mit dem Schwingungsverhältnis 4:5 kann mehrere Kombinationstöne erzeugen. Die jeweiligen Tonorte gehören einer arithmetischen Reihe an, die vom Verhältnis 4:5 aufgespannt wird (Abb. 10).⁷³

⁷² Entgegen der mathematischen Definition wird in dieser Arbeit nicht zwischen harmonischen Reihen und harmonischen Folgen unterschieden. Ich folge diesbezüglich dem allgemeinen Sprachgebrauch und verwende die Bezeichnung »harmonische Reihe«. Ob nun im engeren Sinne eine Reihe oder Folge gemeint ist, ergibt sich aus dem Zusammenhang. Genau genommen ist in Bezug auf die harmonische Reihe noch eine zweite Problematik bemerkbar: Eine Obertonreihe ist aus mathematischer Sicht harmonisch, wenn mit Saitenlängen verfahren wird. Bei Frequenzen hingegen müsste man von einer arithmetischen Reihe sprechen. Im allgemeinen Sprachgebrauch jedoch ist die Bezeichnung »harmonische Reihe« für beide Fälle in Gebrauch. Um die Situation nicht unnötig kompliziert zu gestalten, wird hier die Umdeutung dem Leser überlassen.

⁷³ Die Untersuchungen über extra-aurale Kombinationstöne auf Streichinstrumenten (Kapitel 8) zeigen, dass die arithmetische Reihe nicht ausreicht, um alle Tonorte der gemessenen Kombinationstöne zu beschreiben (vgl. Abb. 90). Wenn das Muster, nach dem Kombinationstöne erscheinen, auf physikalischer Ebene komplexer ausfällt, ist die Möglichkeit in Betracht zu ziehen, dass auch im Hörvorgang noch weitere Kombinationstöne auftreten können, die sich über die Mathematik der arithmetischen Reihe hinwegsetzen, jedoch zu schwach sind, um vom Gehör wahrgenommen zu werden. Diese Vermutung stütze ich auf meine eigene Beobachtung, dass ich bei sehr exakt gespielten Schwingungsverhältnissen nie andere Kombinationstöne beobachten konnte, die nicht Glieder einer arithmetischen Kombinationstonreihe sind.

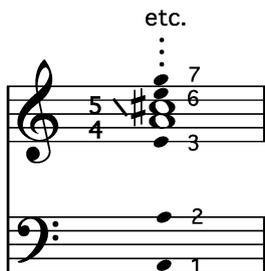


Abb. 10, Die Kombinationstonreihe gebildet durch die Terz 4:5.

Dass Intervalle nicht nur einen einzigen Kombinationston erzeugen, sondern eine ganze Reihe, wurde erst nach und nach entdeckt (vgl. dazu Abschnitt 3.8). Zu den Pionieren hinsichtlich der Beschreibung der Kombinationstonreihe können Sorge und Tartini gezählt werden. Von Sorge ist folgende Beobachtung überliefert:

Wie kömmt es denn, dass sich bey Stimmung einer Quint 2-3 auch noch der dritte Klang in einer subtilen Mittönung meldet und hören lässt, und zwar allemal eine Oktav zu dem tiefen Klang der Quint? [Antwortet der Lehrer:] Die Natur hat darinnen ihr liebliches Spiel, und weiset, dass bei 2-3 die 1 noch fehle, und sie solchen Klang gerne dabey haben wolle, damit die Ordnung von 1-2-3 z. E. c' g' vollkommen sey, daher kommt auch, dass eine Quinta 3 Fuß den Ton so vollkommen macht, und einen dritten Klang mit sich führet, der fast so stark ist, als ein gelindes Gedackt. Und dieses thun nicht nur die Quinten, sondern auch die Tertien; denn wenn man eine reine Tertiam majorem in einem Werke stimmt, so lässt sich ebenfalls ein tieferer dritter Klang mit hören, welches daher kommt, weil die Natur zu 5-4 auch noch 3, 2 und 1 haben will, dahero wenn man 5-4-3 oder c'' c' [sic: statt c' sollte c'' stehen.] g' rein gestimmt hat, so meldet sich noch der vierte Klang, nämlich c' mit der 2, ja wenn man genau Achtung gibt, auch wohl der fünfte c mit 1, weil die Natur kein Vacuum leidet.⁷⁴

Im Gegensatz zu Sorges konkreter Beobachtung ist bei Tartini nicht von einer hörbaren Kombinationstonreihe die Rede, sondern sie kommt in seiner Theorie auf einer mathematischen Ebene zum Ausdruck. Auch wenn für Tartini pro Zweiklang nur ein einziger terzo suono existiert, so erkennt er dennoch, dass das innere Wesen der terzo suono-Formel die gleiche harmo-

⁷⁴ Sorge (1744), S. 40f.

nische Natur aufweist wie die Teilungen der Saite 1, 1/2, 1/3, 1/4 etc.⁷⁵ In *De'principj* erklärt Tartini, dass der Raum, welcher zwischen dem terzo suono und dem gespielten Intervall entstehe, gedanklich mit »harmonischen Mitteln« (*mezzi armonici*) ausgefüllt werden könne.⁷⁶ Tartini meint hierbei die Glieder der harmonischen Reihe, welche fehlen, um den terzo suono und die gespielten Töne zu einer harmonischen Reihe (1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 etc.) zu verbinden. Sind beispielsweise die beiden harmonischen Glieder 1/4 und 1/5 gegeben, kann man benachbarte harmonische Glieder über das harmonische Mittel $H = 2ab/(a+b)$ berechnen. Gesucht ist im vorliegenden Fall aber nicht H, sondern es ist aufzulösen nach a (wobei $H = 1/4$, $b = 1/5$). Das Ergebnis ist $a = 1/3$. Auf diese Weise kann man sich weiter bis zur 1 vorarbeiten. Das Verfahren, die *mezzi armonici* zu bilden, spielt in Tartinis Betrachtungen in seiner Dissertation eine große Rolle. Dort operiert er jedoch meist mit Saitenlängen ausgedrückt durch natürliche Zahlen.

Angefangen mit der Saitenlänge 1, die der Einheit und gleichzeitig dem terzo suono entspricht, sind die gespielten Töne und die gedanklich eingefügten Glieder harmonische Teilungen der ganzen Saitenlänge (Einheit). Diese von ihm angegebenen Saitenlängen sind als relative Größen zu verstehen, welche die exakte Proportion der Saitenlängen (und Intervalle) beschreiben und nicht etwa einem festgelegten Längenmaß, wie beispielsweise Zentimeter, entsprechen.

War die »harmonische Natur«⁷⁷ der Kombinationstonreihe bei Sorge und Tartini noch eher eine Andeutung bzw. ein theoretisches Konstrukt, wurde sie später von J. Molineux 1827 klar als ein Komplex von tatsächlich erklingenden Tönen aufgefasst.⁷⁸ Auch bei Molineux ist die Kombinationstonreihe nach oben hin noch begrenzt, jedoch dehnte er den Bereich bis unterhalb des oberen Intervalltons aus. Somit kann eine kleine Sexte 5:8 zusätzlich zu 4, 3, 2, 1 auch die Kombinationstöne 7 und 6 erzeugen, welche zwischen den beiden gespielten Tönen liegen (siehe Abb. 11).

⁷⁵ Tartini (1767), S. 6: »[...] la natura di questa formola, è la stessa armonica natura delle frazioni 1, 1/2, 1/3, 1/4 etc.« — op. cit., S. 9: »[...] la legge voluta dalla fisico-armonica natura nel terzo suono è legge di armonica proporzione, e serie, la quale ha il suo principio primo nella unità come tutto.«

⁷⁶ op. cit., S. 9: »[...] interposti i [...] mezzi armonici [...] tutto il complesso [...] sarà in armonica propozione, e serie.«

⁷⁷ op. cit., S. 6.

⁷⁸ Hällström (1832). — J. Molineux, »On the grave harmonics«, in: *The Harmonicon, A Journal of Music*, London 1827, S. 108.

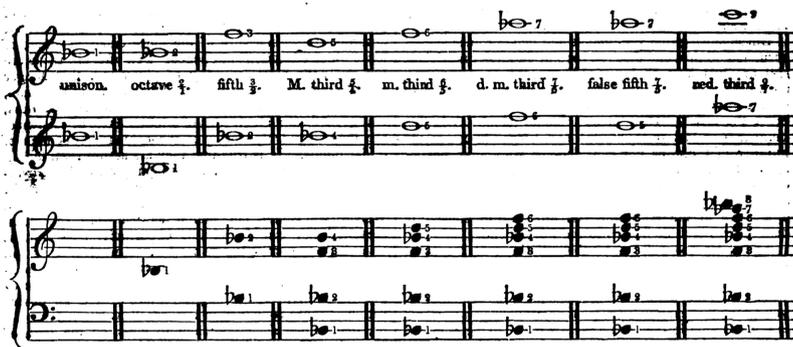


Abb. 11, Kombinationstonreihen bis zum oberen Primärtön
[Quelle: MOLINEUX 1827, S. 108].

Heute gilt als erwiesen, dass Kombinationstöne auch oberhalb der Primärtöne entstehen. Im Fall eines Sinustonpaars entscheidet der Grad der Nichtlinearität, wie stark dieser Effekt ist – man spricht in diesem Zusammenhang meist von Summationstönen. Bei musikalischen, obertonreichen Zweiklängen können Kombinationstöne oberhalb der beiden Grundfrequenzen noch leichter entstehen, weil alle Obertöne als Ausgangstöne fungieren. Kombinationstöne, die oberhalb der Grundfrequenzen auftreten, können in diesem Fall auch Differenztöne von Obertönen sein (4.2.2).

Nicht nur einfache, sondern auch komplexe Schwingungsverhältnisse können – zumindest im Gedankenexperiment – eine Kombinationstonreihe vom obigen harmonischen Typus erzeugen. Die Möglichkeiten des Ohrs, solche Reihen in unterscheidbare Klangkomponenten aufzulösen, nimmt jedoch mit ansteigender Komplexität der Schwingungsverhältnisse ab. Wenn sich ein Zweiklang von einem einfachen Schwingungsverhältnis entfernt – in musikalischem Jargon verstimmt wird –, entsteht zunächst der Eindruck, dass sich gleichzeitig auch die Kombinationstonreihe in sich verstimmt, bis sie im Extremfall gar nicht mehr als eine solche zu erkennen ist. Hierzu passt die Vorstellung von Stumpf, dass sich bei komplexen Verhältnissen die einzelnen Kombinationstöne in ihrer Diversität verlieren (vgl. Abschnitt 2.4).

In der Kombinationstonreihe manifestiert sich also ein mathematisch-harmonikales Prinzip, das in der Natur der Klänge in mehrfacher Form zutage tritt. Wesen dieses Prinzips ist die harmonische oder arithmetische Reihe. In der Praxis hängt es zudem nicht nur von der Einfachheit des Schwingungsverhältnisses ab, wie deutlich die Kombinationstonreihe entweder als extra-aurale Erscheinung (siehe Kapitel 8) oder in unserer Wahrnehmung

auftritt. Auch physikalische und physische Grenzen entscheiden, welche ihrer Komponenten tatsächlich bis zu unserem Ohr dringen.

Die Kombinationstonreihe ist die einfachste und direkteste Art, das Phänomen für musikalische Zwecke zu fassen und beschreiben zu können. Losgelöst von spezifischen Theorien aus der Akustik gibt sie jedoch keinen Aufschluss über die tatsächliche Hörbarkeit ihrer einzelnen Komponenten. Der folgende Abschnitt geht nochmals näher auf den Zusammenhang zwischen der Kombinationstonreihe und einfachen bzw. komplexen Schwingungsverhältnissen ein.

2.4 Einfache und komplexe Schwingungsverhältnisse

Dass die Bildung der Kombinationstöne unter anderem von der Komplexität eines Schwingungsverhältnisses abhängt, wurde bereits in den Abschnitten 2.2 und 2.3 angesprochen. Dazu folgen nun einige detailliertere Ausführungen.

Koinzidierende Obertöne und folglich eine große »Geschlossenheit« oder »Kohärenz«⁷⁹ in den zugehörigen Nervenimpulsmustern sind typische neuronale Merkmale in der Wahrnehmung von einfachen Schwingungsverhältnissen. Sie werden als konsonant empfunden. Auch die Kombinationstöne entfalten bei einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnissen eine spezielle Art der Wirkung. Ihrer Gesetzmäßigkeit folgend, bilden sie eine Proportionskette $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7$ etc., welche bei einigen Schwingungsverhältnissen nicht nur ein theoretisches Konstrukt ist, sondern tatsächlich wahrgenommen werden kann (vgl. auch Abschnitt 7.3.2).

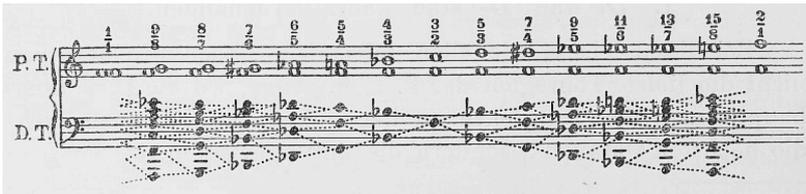


Abb. 12, Die Anzahl der Kombinationstöne steigt mit der Komplexität des Schwingungsverhältnisses an. Zusammen mit den Primärtönen bildet sich jeweils eine Kombinationstonreihe vom harmonischen Typus $1 : 2 : 3 : 4 : 5$ etc. In dieser Darstellung von Stumpf zeigt sich die Logik des Systems in der Symmetrie der Anordnung. Nach der Prime $1:1$ und der Oktave $1:2$, die unterhalb der Primärtöne keine Kombinationstöne bilden, ist die Quinte $2:3$ das nächst-einfache Schwingungsverhältnis mit nur einem Kombinationston unterhalb der Primärtöne [Quelle: STUMPF 1910, S. 41].

⁷⁹ Hesse (1989), S. 66 und S. 94–97.

Bei komplexeren Schwingungsverhältnissen steigt die Anzahl der Kombinationstöne an (vgl. Abb. 12). Je komplexer das Intervall, desto weniger Kombinationstöne koinzidieren. Dies wirkt sich auch auf ihre Hörbarkeit aus. Nach Stumpfs Theorie entstehen in einem solchen Fall mehr Kombinationstöne, dafür sind sie jeweils schwächer, weil die Gesamtintensität auf viele verschiedene Komponenten verteilt ist:

Die Erscheinung selbst aber gründet meiner Meinung nach darin, dass bei Abweichungen von der Reinheit zahlreichere sekundäre Combinationstöne auftreten müssen, auf welche sich die lebendige Kraft des Reizes verteilt. Wenn sie auch nur teilweise hörbar sind, können doch die der Rechnung entsprechenden Nervenregungen als solche stattfinden und jede ihren Bruchteil der Reizstärke absorbieren. [...] Unreine Consonanzen müssen ja durch grössere Verhältniszahlen ausgedrückt werden als reine, welche den kleinsten Zahlen entsprechen. Je grösser aber die Verhältniszahlen, um so zahlreicher die Differenztöne, da sich immer die Reihe der ganzen Zahlen unterhalb derselben ergänzt.⁸⁰

Tartini nimmt Stellung zum Fall, wenn Verhältnisse irrationale Werte annehmen: »Der dritte Ton erscheint nicht nur bei Intervallen, die aus einem rationalen Wert zusammengesetzt sind, sondern auch bei Intervallen, die aus einem irrationalen Wert bestehen.«⁸¹ Tartini beschreibt außerdem, wie es sich dabei mit der Hörbarkeit des dritten Tons verhält (siehe Abschnitt 2.2).

⁸⁰ Stumpf (1890), S. 246.

⁸¹ Tartini (1754), S. 17: »[...] il terzo suono si ha non solo dagl'intervalli composti da quantità razionale, ma si ha ancora dagl'intervalli composti da quantità irrazionale.«

3 Tartinis »terzo suono«

Tartini musste sich in der Theoriebildung über den *terzo suono* größtenteils auf seine Intuition verlassen. Als Pionier kam er dank seiner Unvoreingenommenheit und dem Vertrauen auf sein eigenes Gefühl zu Erkenntnissen, die heute auf mehr Wertschätzung stoßen, als es bei seinen Zeitgenossen der Fall war. Seine Formeln, die er für den *terzo suono* aufstellte, wurden in der Vergangenheit oft kritisiert oder als falsch bezeichnet. Neue Erkenntnisse aus der Akustik geben Tartinis Ideen – dreihundert Jahre später – überraschend eine neue Perspektive.

Dieses Kapitel dient der Klärung einiger Probleme, die sich aus der ersten Forschungsfrage ergeben; es soll herausgefunden werden, ob der Differenzton $f_1 - f_2$ mit dem *terzo suono* gleichgesetzt werden darf. Außerdem soll untersucht werden, inwiefern die von Tartini vorgeschlagenen Formeln mit denen anderer Gelehrter übereinstimmen. Schwerpunkt der Untersuchungen liegt auf der Zeitspanne zwischen Tartinis Entdeckung im Jahr 1714 bis zur Publikation von Helmholtz *Ueber Combinationstöne* aus dem Jahr 1856. Zu jenen Zeiten wurden Kombinationstöne grundsätzlich als ein Phänomen gesehen, das in musikalischen Zusammenhängen Bedeutung hat. Dies spiegelt sich in einer meist musikalischen Ausrichtung der Publikationen und Untersuchungen anhand von Intervallen wider, die in der Musikpraxis relevant sind.

3.1 Der »Tartini-Ton«

In den meisten Abhandlungen über Kombinationstöne fällt der Name Tartini. Viele dieser Referenzen sind oberflächlich gehalten oder inadäquat interpretiert. Manche Lehrbücher oder Fachschriften stellen den Differenzton $f_1 - f_2$ dem *terzo suono* gleich oder erklären diesen als ein »Verzerrungsprodukt«, erzeugt durch nichtlineare Mechanismen im Innenohr.⁸² Solche Darstellungen

⁸² Wilhelm Trendelenburg, *Die natürlichen Grundlagen der Kunst des Streichinstrumentenspiels*, Berlin 1925, S. 273: »die [...] von Tartini gefundenen Differenztöne«. An Wilhelm Trendelenburgs Handhabung, den *terzo suono* als einen Differenzton zu beschreiben, ist nichts auszusetzen. Die angegebenen Notenbeispiele hingegen sind problematisch. Erstens gibt er nur *einen* möglichen Differenzton pro Intervall an, zweitens entspricht dieser dem *ersten Differenzton* $f_1 - f_2$. — Clemens Schaefer, *Einführung in die theoretische Physik. Band 1*, Berlin 1929, S. 158: »Tatsächlich nimmt das Ohr diese Töne [2p, 2q, p+q, p-q,] wahr: der »Differenzton« ist zuerst von Tartini beobachtet worden, der »Summationston« ist zuerst aus der obigen von Helmholtz herrührenden Theorie von diesem erschlossen und dann auch von ihm beobachtet worden.« — Daniel Pickering Walker, *Studies in musical science in the late Renaissance*, Leiden 1978, S. 137f.: Walkers Annahme, dass der *terzo suono* von Tartini bzw. auch der »troisième son« von Serre ei-

gen stellen eine Vereinfachung der Realität dar. In einigen Fällen kann der Sachverhalt zwar zutreffen, jedoch handelt es sich nicht um eine ausnahmslos einsetzbare Regel. In welchen Hinsichten der Differenzton vom *terzo suono* abgegrenzt werden muss, wird in Abschnitt 3.7 untersucht.

Angesichts der Bedeutung Tartinis in der Literatur und aufgrund der vielfältigen Bezugnahme auf den »Tartini-Ton« besteht die Notwendigkeit, mehr Klarheit in dieser Angelegenheit zu schaffen. Es muss definiert werden, was unter dem Tartini-Ton zu verstehen ist.⁸³

Unter dem Tartini-Ton sollte naturgemäß nur dieser Ton verstanden werden, der tatsächlich auch von Tartini beobachtet und beschrieben wurde. Für

nem Differenzton $f_1 - f_2$ entsprechen, führt ihn zu unnötiger Kritik an den beiden. — Wolfgang Voigt, *Dissonanz und Klangfarbe*, Bonn 1985, S. 62: »Diese zusätzlich auftretenden Töne, vor allem der Differenzton 1. Ordnung, dessen Tonhöhe der Differenz der Frequenzen beider Primärtöne entspricht, und der offenbar bereits Musikern bzw. Gelehrten des 18. Jahrhunderts wie Georg Andreas Sorge, Jean Baptiste Romieu und Giuseppe Tartini bekannt war, wurden im 19. Jahrhundert Gegenstand eingehender und systematischer Untersuchungen, an denen sich unter anderen auch Hermann von Helmholtz beteiligte.« — Stüber (1989), S. 64f., S. 155ff. — Hall (1997), S. 394: »Im Jahre 1714 beobachtete der berühmte Geiger Tartini, daß er beim kräftigen Spielen eines Doppelgriffs mit zwei Noten gleichzeitig zuweilen noch eine dritte Note hören konnte. Dieser *Differenzton* DT hat die Frequenz $f_{DT} = f_H - f_T$, wobei f_H bzw. f_T die Frequenz des hohen bzw. tiefen anregenden Tons ist.« — Jülicher, Andor & Duke (2001), S. 9080: »The nonlinear nature of sound detection has been known for more than 250 years, ever since Tartini described the perception of combination tones that are not present in a complex sound stimulus.«, S. 9083: »The Tartini effect, then, can be explained by the combination of a nonlinear prefilter and active amplifier.« — Philippe Borer, »The Chromatic Scale in the Compositions of Viotti and Paganini: A Turning Point in Violin Playing and Writing for Strings«, in: *Diabolus in Musica*, hrsg. von Andrea Barizza, Turnhout 2010, S. 103. — Wikipedia, *Giuseppe Tartini*, <http://de.wikipedia.org/wiki/Giuseppe_Tartini> (abgerufen am 25.06.2014): »Nach ihm benannt sind die so genannten Tartini-Töne. Das sind Differenztöne, die durch die Überlagerung zweier Einzeltöne unterschiedlicher Frequenz entstehen. Sie werden durch die Nichtlinearität der Haarzellen in der Hörschnecke (Cochlea) und/oder durch andere Nichtlinearitäten am Musikinstrument verstärkt und somit besser hörbar. Dies betrifft vor allem Töne mit größerer Lautstärke, bei denen diese Nichtlinearitäten meist stärker ausgeprägt sind. Man nutzt die Wahrnehmung der Differenztöne auch zur medizinischen Diagnostik des Gehörs.« — Wikipedia, *Terzo suono di Tartini*, <http://it.wikipedia.org/wiki/Terzo_suono_di_Tartini> (abgerufen am 25.06.2014): »Il terzo suono, nel basso, è una nota la cui frequenza è la differenza fra quelle dei due suoni originari.«

⁸³ Der Begriffswandel sowie neue Bezeichnungen seit Tartinis Entdeckung der Kombinationstöne im Jahr 1714 sind auf neue Erkenntnisse in der Akustik und generell auf Fortschritte in der Erforschung des Phänomens zurückzuführen. Das Summarium an Termini hat sich vergrößert. Da sich das Phänomen auf so vielen verschiedenen Ebenen abspielen kann, ist es mitunter schwierig, terminologisch konsequent zu bleiben (siehe auch Abschnitt 1.2.3).

Kombinationstöne, die nicht von Tartini beschrieben wurden, steht ein anderes Vokabular zur Verfügung. In dieser Arbeit wird die Bezeichnung Tartini-Ton nicht verwendet. Stattdessen werden die Begriffe dritter Ton oder terzo suono eingesetzt, um bei Tartinis Ausdruck zu bleiben.

In den folgenden Abschnitten wird reflektiert, was Tartini genau unter terzo suono versteht, wie und in welchen Zusammenhängen man diesen Begriff in der heutigen Zeit verwenden sollte. Es wird sich dabei zeigen, dass auch bei Tartini eine Entwicklung stattfindet, was seine eigene Auffassung des terzo suono betrifft. Diese Entwicklung äußert sich in der Bekanntgabe zweier unterschiedlicher Formeln. Die Ausgangslage besteht also darin, dass für den dritten Ton generell nicht nur *ein* Ton, sondern *zwei verschiedene* Töne angenommen werden können. Dies ist vielen Verfassern offenbar nicht bewusst. Mit Einbezug der Formeln und Interpretationen anderer Gelehrter aus jener Zeit entsteht jedoch ein überraschend einheitliches Bild über die damaligen Anschauungen und Erklärungstheorien zum dritten Ton.

Der terzo suono ist für Tartini nicht nur eine akustische Begleiterscheinung von Zweiklängen, sondern seine Bedeutung reicht viel weiter. Der terzo suono ist der Grundpfeiler des Tartinischen Musiksystems, das in den musiktheoretischen Werken *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia* und *De' principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere* vermittelt wird. Auch in der *Scienza platonica fondata nel cerchio* (ca. 1764–1770) wird der terzo suono erwähnt.⁸⁴ Trotz Tartinis spürbarem Willen, seine Ideen und Visionen dem Leser verständlich zu machen, leiden seine Argumentationen teilweise an Inkonsequenz oder widersprüchlichen Aussagen. Eine dieser Schwierigkeiten sind Tartinis Haltungsunterschiede bezüglich gewisser Themen, die sich in der Dissertation gegenüber dem Traktat bemerkbar machen, zu denen Tartini selbst aber keine Stellung bezieht.

⁸⁴ Tartini [ca. 1764–1770] (1977), besonders S. 19–27.

3.2 Tartinis Formeln aus dem Traktat (1754), der Dissertation (1767) und der *Scienza platonica* (ca. 1764–1770)

Der Terminus *terzo suono* wird in dieser Arbeit nur dann verwendet, wenn tatsächlich die Töne gemeint sind, die Tartini selbst beschreibt. Dabei muss beachtet werden, dass Tartini im Verlauf seines Lebens zwei differierende Formeln vorlegte. Die erste Formel wurde in seinem *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia* von 1754 veröffentlicht. In seiner Dissertation *De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere* von 1767 verwendete er jedoch eine andere Formel. In Tartinis letztem Werk, *La scienza platonica fondata nel cerchio*, verfasst zwischen ca. 1764 und 1770, wird die Formel von 1767 bestätigt, es kommen keine grundlegenden Neuerungen hinzu. Hinsichtlich dieser zwei verschiedenen Formeln für den *terzo suono* wird in der vorliegenden Arbeit Wert darauf gelegt zu präzisieren, von welcher der beiden Formeln jeweils die Rede ist.

Die Formel von 1754

»[...] von jedem beliebigen einfachen Intervall der unendlichen, harmonischen Reihe wird sich immer derselbe dritte Ton ergeben, und er wird mit dem Ton, welcher $1/2$ der klingenden Saite entspricht, unisono sein.«

»Der dritte Ton, von dem ich sage, dass er konstant unisono mit $1/2$ sei, vorausgesetzt die Töne befinden sich in harmonischer Reihenfolge [...]«

»[...] da qualunque semplice intervallo della serie armonica infinita si avrà sempre lo stesso terzo suono, e sarà unisono al suono della corda sonora $1/2$.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 18]

»Il terzo suono che io dico unisono costantemente a $1/2$, quando i dati suoni siano in serie armonica [...]«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 170]

Die Formel von 1767

»[...] von diesem dritten Ton gibt es die Formel, die ihn bestimmt, und sie ist die Multiplikation der Zahlen, die immer teilerfremd sind [...].«⁸⁵

»[...] di questo terzo suono vi è la formola, che lo assicura, ed è la moltiplica tra loro de'due numeri sempre primi [...].«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 5]

Tartinis Formeln beziehen sich auf Saitenlängen, nicht auf Schwingungszahlen. Dadurch ergibt sich, dass der dritte Ton einer höheren Zahl entspricht als die Primärtöne. Damit die obige Formel funktioniert, müssen die Saitenlängen als natürliche Zahlen ausgedrückt sein (z. B. $5 \times 6 = 30$).⁸⁶

3.2.1 Eingrenzung der Formel von 1767

Für Tartini zeigt sich die Natur des dritten Tons in der »physikalisch-harmonischen Einheit als Prinzip und als Ganzes«, in der »harmonischen Proportion« und im »harmonischen Fundamentalbass«.⁸⁷ Auch hier ist die Idee der drei Ebenen *fisico*, *dimostrativo* und *musicale* erkennbar. Tartini nennt den terzo suono »basso armonico fondamentale« (harmonischer Fundamentalbass), wenn er auf seine harmonische oder satztechnische Funktion Bezug nimmt.⁸⁸ Um die Gültigkeit der Formel im musikalischen Bereich abzuschern, d. h. damit der terzo suono die Rolle des basso armonico fondamentale übernehmen kann, muss Tartini zusätzliche Bedingungen formulieren:

⁸⁵ Tartini macht darauf aufmerksam, dass für die korrekte Verwendung dieser Formel die Zahlen in ihrer teilerfremden Form (»forme prime«) und in einfachen Schwingungsverhältnissen stehen müssen (Tartini (1767), S. 5f).

⁸⁶ Tartini [ca. 1764–1770] (1977), S. 20: »La sua formola si ha unicamente dal numero aritmetico ed è la moltiplica fra loro dei due numeri della ragione, i cui sono i due dati suoni e il prodotto è il terzo suono.«

⁸⁷ Tartini (1767), S. 11: »La natura del terzo suono consiste in tre proprietà. Prima, nella sua intima essenza è natura di fisico-armonica unità come principio, e come tutto. Seconda, nei suoni da'quali risulta, è natura di armonica proporzione. Terza nel suo complesso, o sia simultanea sua congiunzione con i due dati suoni, e con tutti gli armonicamente dedotti dai mezzi interposti, da che positivamente risulta il consonante musicale sistema, è natura di basso armonico fondamentale dello stesso consonante sistema.«

⁸⁸ Tartini sah im terzo suono den physikalischen Beweis und die Begründung, weshalb man im Durmodus den Fundamentalbass so setzen soll, dass er mit der »Einheit« (*unità*) übereinstimmt. Siehe auch Abschnitt 6.3.

»Kurzum, die Natur dieser Formel ist von der gleichen harmonischen Natur wie die Teilungen 1, 1/2, 1/3, 1/4 usw.«

»[...] von jedem Verhältnis abgeleitet von einer beliebigen Differenz, vorausgesetzt, dass diese [Reihe] bei der Einheit beginnt, und dass sie sich unendlich in gleichen Differenzen zwischen den Nennern fortsetzt, ergibt sich immerwährend der dritte Ton in der Einheit, die das Ganze und das Prinzip der Reihe ist.«

»Insomma la natura di questa formola, è la stessa armonica natura delle frazioni 1, 1/2, 1/3, 1/4 ec.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 6]

»[...] da ciascuna ragione dedotta da qualsivoglia differenza, purchè incominci dalla unità, e prosegua indefinitamente per differenze uguali tra i denominatori, si ha perpetuamente il terzo suono nella unità, ch'è il tutto, e il principio della serie.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 11]

Nach Tartini müssen also folgende zusätzlichen Bedingungen erfüllt sein:

- Die beiden Töne müssen einer Reihe angehören, deren benachbarte Glieder immer die gleiche Differenz im Nenner aufweisen.
- Die vom Intervall implizierte Reihe muss auf den Ursprung (die Einheit) zurückzuführen sein.
- Bildet man aus zwei benachbarten Proportionen einer solchen Reihe ein Intervall, ergibt sich ein terzo suono, welcher immer der Einheit entspricht.

Unter Befolgung der obigen Anweisungen, ergeben sich also die Möglichkeiten:

»differenza 1«: 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, etc.

»differenza 2«: 1, 1/3, 1/5, 1/7, 1/9, etc.

»differenza 3«: 1, 1/4, 1/7, 1/10, 1/13, etc.

»differenza 4«: 1, 1/5, 1/9, 1/13, etc.

Um Tartinis Betrachtungsweise besser nachvollziehen zu können, sei das folgende Rechenbeispiel zur Reihe mit der »differenza 2« zwischen den Nennern angeführt:

»[...] weil die Reihe der ungeraden 1, 1/3, 1/5, 1/7 die Differenz 2 aufweist, resultiert aus jeder Kombination zweier Töne der dritte Ton = 1, wie es bereits an einer anderen Stelle gezeigt wurde; 35, 7, 5 = 1, 1/5, 1/7.«

»[...] perchè la serie degl'impari 1, 1/3, 1/5, 1/7 essendo per differenza 2, da ciascuna combinazione di due suoni si ha il terzo suono = 1, come altrove si è già dimostrato; e 35, 7, 5 = 1, 1/5, 1/7.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 85]

Ein mehrseitiger Diskurs in Tartinis Dissertation zeugt davon, dass ihm die Sexte 5:8 Kopfzerbrechen bereitet hat.⁸⁹ Sie passt nicht in sein System der bis dahin aufgestellten Zusatzbedingungen; Tartini stellt fest, dass sich die zugehörige Reihe dieses Zweiklangs mit der »Differenz 3« in 1/2 und nicht in 1 auflöst (1/2, 1/5, 1/8).⁹⁰ Der Versuch, das Intervall als Übereinanderschichtung einer kleinen Terz und einer Quarte (1/5, 1/6, 1/8) oder einer Quarte und einer kleinen Terz (1/15, 1/20, 1/24) in die harmonische Reihe zu integrieren, scheidet, weil diese Glieder nicht in »kontinuierlicher harmonischer Proportion« stehen.⁹¹ Die Interpretation der kleinen Sexte als Addition einer kleinen Terz und einer Quarte birgt das Problem, dass sich zwischen 1/5 und 1/6 die »Differenz 1« befindet, zwischen 1/6 und 1/8 hingegen die »Differenz 2«.⁹² Diese Tatsache lässt sich mit seinen Prinzipien ebenfalls nicht vereinbaren. Tartini kommt zu dem Schluss, dass die kleine Sexte 5:8 nur mithilfe der arithmetischen Teilung in das »konsonante System«⁹³ Eingang finden kann, da die Quarte und die kleine Terz der arithmetischen Reihe entspringen.⁹⁴ Tartini führt den Gedanken weiter, dass es in Anbetracht der arithmetischen Herleitung der kleinen Sexte ohnehin »absurd« wäre, diese in ein System integrieren zu wollen, das gänzlich auf einem harmonischen Prinzip beruhe.⁹⁵

⁸⁹ Tartini (1767), S. 38–48.

⁹⁰ op. cit., S. 44: »[...] la sola cagione di esser escluso questo unico accordo dalla sestupla sia la impossibilità di risolverlo nell'armonica unità«.

⁹¹ op. cit., S. 46.

⁹² op. cit., S. 46f.

⁹³ Zum Konsonanzbegriff bei Tartini siehe Exkurs II: Zum Konsonanzbegriff bei Tartini.

⁹⁴ Tartini (1767), S. 48: »Le due parti gravi aritmetiche di queste due ragioni divise essendo 3, 4 della dupla, o sia ottava, 5, 6 della sesquialtera, o sia quinta; e queste due parti componendo precisamente l'intervallo consonante della sesta minore«.

⁹⁵ op. cit., S. 48.

Wie der Titel seiner Dissertation nahelegt, war es Tartinis Anliegen, die Vereinbarkeit eigener Anschauungen (besonders der Theorie des *terzo suono*) mit dem traditionellen System herbeizuführen. Dieses erklärte das diatonische System mithilfe der Zahlen 1 bis 6. Tartini beruft sich hierbei auf den »senario« von Gioseffo Zarlino (1517–1590).⁹⁶ Anstelle des *senario* verwendet Tartini aber den Ausdruck »sestupla«, was sich wie Zarlinos »numero senario«⁹⁷ als »Sechsheit« übersetzen lässt. Tartini bezieht sich meist auf das »harmonische Sextuplum«⁹⁸ (*sestupla armonica* 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6), weil dieses die Grundlage des Durmodus wie auch des *basso armonico* fundamentale ist.⁹⁹ Im Zusammenhang mit dem Mollmodus des »konsonanten Systems« zieht Tartini auch das »arithmetische Sextuplum« (1, 2, 3, 4, 5, 6) zur Begründung heran.¹⁰⁰ Da sich der *terzo suono* aber nicht durch das arithmetische Sextuplum erklären lässt, sei es ausgeschlossen, dass dieser auch im Mollgeschlecht als harmonischer Fundamentalbass wirke.¹⁰¹

⁹⁶ Tartini (1754), S. 53: »Praticamente si conviene, che questo periodo, o compimento sia nella sestupla 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6; ed Zarlino sopra il numero senario ha detto cose belle, e molte, ma nulla concludenti.«

⁹⁷ Gioseffo Zarlino, *Le Istittioni harmoniche*, Venedig 1558. Im Kapitel 15 *Delle Proprietà del numero Senario, & delle sue parti; & come in esse si ritroua ogni consonanza musicale* erklärt Zarlino, dass sich aus den »perfekten Zahlen« (1, 2, 3, 4, 5, 6) durch das Zusammenfügen zweier Zahlen (welche auch immer) ein Verhältnis ergebe, das eine Proportion der musikalischen Konsonanzen darstelle, sei es »einfach« oder »zusammengesetzt«, S. 25: »ANCORACHE molte siano le proprietà del numero Senario, nondimeno per non andar troppo in lungo racconterò solamente quelle, che fanno al proposito; & la prima sarà, che egli è tra i numeri perfetti il primo; & contiene in se parti, che sono proportionate tra loro in tal modo; che pigliandone due qual si vogliano, hanno tal relatione, che ne danno la ragione, o forma di vna delle proportioni delle musicali consonanze, o semplice o composta che ella sia; come si può vedere nella sottoposta figura.« — Haase (2007), S. 62f.: »Zarlino bezeichnete die Zahlen 1 bis 6 und ihre Reziproken als *senario* und macht diese Zahlen zum Kriterium für den Konsonanzbegriff und für die freie Verwendung im Kontrapunkt (eine erlaubte Ausnahme bildet nur die kleine Sexte 5:8).«

⁹⁸ Rubeli übersetzt den Tartinischen Ausdruck »sestupla« mit »Sextuplum«. Rubeli (1966), S. 136ff.

⁹⁹ Tartini (1754), S. 58ff.

¹⁰⁰ Tartini (1767), S. 42f.: »sestupla aritmetica.«

¹⁰¹ op. cit., S. 16: »Indi ne viene, che da questo fenomeno resta essenzialmente esclusa la consonante armonia del modo minore, volgarmente di terza minore, perchè il terzo suono essendo il vero basso armonico, come si è detto, e si vedrà a suo luogo, è fisicamente impossibile, che sia basso aritmetico di due dati suoni qualunque.«

Tartini macht darauf aufmerksam, dass die harmonischen Glieder, die einen terzo suono erzeugen, grundsätzlich nicht an die Grenzen der Sestupla gebunden sind:

»[...] diese Grenze ist dem dritten Ton durch keine seiner Eigenschaften vorgeschrieben. Er schreitet unendlich fort über die Sestupla hinaus, gemäß der Natur und auf die Art und Weise irgendeiner beliebigen Reihe, die in gleichmäßigen Differenzen fortschreitet.«

»[...] questo confine non gli è prescritto da proprietà veruna del terzo suono, il quale ha indefinito progresso oltre la sestupla secondo la natura in genere di qualunque serie per differenza eguale.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 11]

Diese Aussage, die den physikalischen Aspekt reflektiert, muss in Tartini's System jedoch relativiert werden. Es fällt auf, dass der physikalische Gesichtspunkt stark in den Hintergrund tritt, sobald Tartini in die musikalische Argumentationsebene wechselt.

Seine Bestrebungen, die Theorie des terzo suono mit der Tradition des Senarius zu verbinden, sind auch bei seiner Behandlung der Verhältnisse, die die Zahl 7 enthalten, bemerkbar. Die Begründungen, weshalb die Sieben für die Theorie des terzo suono ungeeignet sein soll, wirken nicht nur künstlich und herbeigezwungen, sondern bilden auch einen Kontrast zu gewissen Inhalten des Traktats:¹⁰²

»Aber das Wesen der konsonanten Reihe besteht in den Verhältnissen und den entsprechenden Proportionen der Differenzen 1, 2 zwischen den Nennern der Brüche; die Differenz 3 zwischen den Nennern führt zum absurden Term $1/7$ und dem Verhältnis $1/4, 1/7$, das zwar die harmonische Proportion 1, $1/4, 1/7$ beinhaltet, jedoch zerstört es mit dem Term $1/7$ die konsonante Natur im Wesentlichen. Folglich zeigt sich bei der Differenz 3 die Unfähigkeit und Unmöglichkeit von anderen als einzig den Differenzen 1 und 2 in der konsonanten Reihe; und gleichsam zeigt sich die wesentliche Notwendigkeit des Ausschlusses von $1/7$ von beliebigen konsonanten Reihen universeller Art

»Ma la essenza della serie consonante consiste nelle ragioni, e rispettive proporzioni determinate dalle differenze 1, 2 tra i denominatori delle frazioni; e la differenza 3 tra i denominatori conduce all'assurdo termine $1/7$, e della ragione $1/4, 1/7$, che conserva bensì l'armonica proporzione 1, $1/4, 1/7$, ma nel termine $1/7$ distrugge in essenza la consonante natura. Adunque per la differenza 3 si dimostra l'incapacità, e impossibilità di altre differenze nella serie consonante, che delle sole 1, 2; ed egualmente si dimostra la essenziale necessità della esclusione di $1/7$ da qualunque serie consonante in genere universale. [...] La sostanza della dottrina si è, che la serie deve necessariamente cominciare dall'armo-

¹⁰² Tartini (1754), S. 17f., S. 126ff.

und Weise. [...] Die Materie der Lehre ist, dass die Reihe notwendigerweise bei der harmonischen Einheit beginnen muss, wie alles.«

nica unità come tutto.«

[TARTINI 1767, *De' principj*, S. 40f.]

Aus den obigen Ausführungen folgt, dass der terzo suono nur dann als basso armonico fondamentale fungieren kann, wenn sich das Intervall aus zwei benachbarten Gliedern einer der folgenden Reihen zusammensetzt:

»Superparticolare« (Differenz 1): 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6

»Super[bi]parziente« (Differenz 2): 1, 1/3, 1/5

Differenz 3 (supertripartient): 1, 1/4. Diese »Reihe« muss bei 1/4 aufhören, da das folgende Glied 1/7 die Sextuplungsgrenze übersteigen würde. Bei nur zwei Gliedern kann aber kaum von einer Reihe die Rede sein.

Differenz 4 (superquadripartient): 1, 1/5 (keine Reihe)

Differenz 5: 1, 1/6 (keine Reihe)

Die Regeln können demnach folgendermaßen zusammengefasst werden: Die Differenzen einer »konsonanten Reihe« müssen 1 oder 2 entsprechen. Die Reihe hört bei 1/6 auf, d. h. die Intervalle müssen aus den Zahlen 1 bis 6 bestehen, also aus der »Sestupla« gebildet werden können. Tartini reduziert den Wirkungsbereich des terzo suono somit auf den Bereich des Sextuplums.¹⁰³

Einerseits verbannt Tartini Reihen mit der »Differenz 3« (1, 1/4, 1/7) aus seinem terzo suono-System aufgrund der Zahl 7, weil sie »die konsonante Natur zerstört«.¹⁰⁴ Andererseits begründet er die Unbrauchbarkeit der Zahl 7 im diatonischen System mit der Tatsache, dass nur Reihen mit den Differenzen 1 und 2 verwendet werden können. Vogel bezeichnet dies als einen »eigenartigen Zirkelschluss«.¹⁰⁵

¹⁰³ Vgl. Tartini (1767), S. 12.

¹⁰⁴ op. cit., S. 40: »[...] 1/7 distrugge in essenza la consonante natura.« Während im Traktat Tartinis Absicht, die Zahl 7 in sein musikalisches System zu integrieren, in mehreren Passagen auffällt, lehnt er sie 13 Jahre später in der Dissertation klar ab. Dieser Meinungsumschwung könnte u. a. auf Jean-Philippe Rameaus Einfluss zurückzuführen sein (Philippe Borer, persönliche Mitteilung (Mai 2014)).

¹⁰⁵ Martin Vogel, *Die Natureseptime: ihre Geschichte und ihre Anwendung*, Bonn 1991, S. 126.

Eine Art Zirkelschluss oder Wechselwirkung zwischen dem Konzept der Sestupla und der Anwendbarkeit der Formel des terzo suono konnte auch beim Diskurs zur kleinen Sexte 5:8 beobachtet werden. Einerseits weist Tartini wiederholt auf die Unabhängigkeit des terzo suono in seiner physikalischen Form hin, andererseits scheint er nach Möglichkeiten zu suchen, die traditionelle Beschränkung auf die Sestupla auch durch den terzo suono als basso armonico fondamentale zu untermauern. In Verbindung mit seinen Aussagen, dass erstens die »Sestupla« als Grenze des »konsonanten Systems« durch ein »selbstverständlich verschiedenes Prinzip als das des dritten Tons«¹⁰⁶ bestimmt ist, zweitens diese Grenze durch keinerlei Eigenschaft des dritten Tons vorgeschrieben sei¹⁰⁷ und drittens dass er »in dieser Dissertation« gar nicht beabsichtige, das »bestimmende Prinzip der Sestupla« finden zu wollen,¹⁰⁸ sind Tartinis Argumentationen schwer nachvollziehbar. Viele seiner Schlussfolgerungen bauen auf dieser widersprüchlichen Basis, was zu eigentümlichen Verstrickungen und zweifelhafter Aussagekraft führt.

3.2.2 Gegenüberstellung der beiden Formeln

Es bleibt also zu untersuchen, inwieweit sich die beiden Formeln aus dem Traktat von 1754 und aus der Dissertation von 1767 im Detail unterscheiden.

Tartinis Traktat war allgemein bekannter und verbreiteter als seine Dissertation. Dies führt dazu, dass mit Tartini meist die Formel von 1754 in Verbindung gebracht wird. Wenigen Autoren ist bekannt, dass er in der 13 Jahre später erschienenen Dissertation und in der *Scienza platonica fondata nel cerchio* eine andere Formel für den terzo suono darlegte. Auch Helmholtz gehörte zu diesen Autoren, was zu einer noch größeren Verbreitung unvollständiger Angaben führte.¹⁰⁹

Überraschenderweise weist Tartini in der Dissertation nicht speziell darauf hin, dass er die Formel für den terzo suono seit der Publikation des Traktats gewechselt hat. Im Zusammenhang mit dem Problemfall der kleinen Sexte erwähnt er eher nebenbei, dass *beide* seiner Formeln »notwendig« seien. Die eine, die der Einheit entspricht, sei nötig, um den dritten Ton »auf einer Li-

¹⁰⁶ Tartini (1767), S. 11f.: »[...] alla legge del sestuplo confine prescritta al consonante sistema da un principio (qualunque sia) certamente diverso dal terzo suono, sia egualmente soggetto il terzo suono in ciascuna delle sue proprietà«.

¹⁰⁷ op. cit., S. 11.

¹⁰⁸ op. cit., S. 12: »Qual poi sia il principio determinante alla sestupla il consonante sistema, non si vuol produrre in questa Disertazione, in cui non dev'esservi luogo, che a cose di fatto.«

¹⁰⁹ Helmholtz (1856), S. 498.

nie« zu demonstrieren, die andere, entsprechend $1/2$, sei nötig, um ihn »in der Figur« zu demonstrieren.¹¹⁰

Abb. 13 zeigt Tartinis dritten Töne gemäß der Formeln von 1754 und 1767. Da sie sich genau um eine Oktave unterscheiden, ist die Tonqualität in beiden Varianten identisch.

gespielte Noten

terzo suono 1754

terzo suono 1767

Abb. 13, Gegenüberstellung der beiden Formeln von 1754 und 1767. Intervallauswahl gemäß einem Originalbeispiel aus dem *Trattato* [TARTINI 1754, S. 14]. Die Zahlen entsprechen Saitenlängen.

Aus Abb. 13 geht hervor, dass die beiden Formeln musikalisch keinen großen Unterschied bedeuten, da es sich um dieselbe Tonigkeit¹¹¹ handelt (Oktavverwandtschaft). Beide terzi suoni können somit die Rolle des *basso armonico* übernehmen. Diese Eigenschaft spiegelt sich in den Notenbeispielen der Dissertation wider. Tartini notierte den terzo suono nicht immer in jener Oktave, die seine Formel von 1767 vorgibt. Der Grund für diese Ungenauigkeit kann auf praktische Vorteile zurückzuführen sein:

1. Durch die Transposition um eine Oktave nach oben kann Platz gespart werden; man benötigt kein zusätzliches Notensystem.
2. Eine Transposition nach oben oder unten kann zu schöneren Basslinien im Verlauf des basso armonico fondamentale (terzo suono) führen.
3. Möglich ist auch die Annahme, dass es für Tartini generell irrelevant war, in welcher Oktave sich der dritte Ton befand, wenn er oktavenverwandt blieb und dem Prinzip der Tonigkeit unterlag.

¹¹⁰ Tartini (1767), S. 44f.: »[...] due formole necessarie del terzo suono, l'una necessaria per dimostrarlo in linea, ed è nella unità, l'altra necessaria per dimostrarlo in figura, ed è in $1/2$ [...]«

¹¹¹ Tonigkeit ist ein Begriff, der von Erich Moritz Hornbostel (1877–1935) eingeführt wurde und die Eigenschaft der Oktavenähnlichkeit beschreibt. Auch andere Bezeichnungen sind gebräuchlich: Chroma, Tonqualität, Toncharakter oder Selbigkeit. Siehe auch Jacques Handschin & Michael Maier, *Über reine Harmonie und temperierte Tonleitern ausgewählte Schriften*, Schliengen 2000, S. 320.

Der Vollständigkeit halber seien im Folgenden die Stellen aus Tartinis Dissertation angeführt, bei welchen die Notation des dritten Tons (seine Oktave betreffend) von der vorgeschlagenen Formel abweicht. Vorwegzunehmen ist, dass die im *Trattato* notierten Tonhöhen des terzo suono ausnahmslos mit den Resultierenden der Formel von 1754 übereinstimmen.

De'principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere (1767):

Eine Oktave höher notiert, als es seine Berechnungen nahelegen, sind folgende dritten Töne:

- S. 80, die erste Note c im Basssystem.
- S. 85, Note b im dritten Notenbeispiel.
- S. 109, es' und as in beiden Notenbeispielen.
- S. 111, die beiden Viertelnoten c' und g.

Eine Oktave tiefer notiert, als es seine Formel vorgibt, sind:

- S. 80, der 5. Ton (C) und 8. Ton (C) dieser Folge.

Übereinstimmend mit seiner Formel von 1767 sind folgende Töne aus Notenbeispielen:

- S. 80, 2., 3., 4., 6. und 7. terzo suono in dieser Akkordfolge.
- S. 109, Note c in beiden Notenbeispielen.
- S. 111, Note c mit Dauer einer halben Note.

Allgemein werden in der Dissertation deutlich weniger Notenbeispiele gegeben als im *Trattato*; erst ab Seite 80 finden sich Beispiele, die den terzo suono abbilden. Das Notenbeispiel auf Seite 92 ermöglicht keinen Aufschluss über die konsequente Handhabung bezüglich Formel und Notation. Tartini notiert nur die Haupttöne der Skala und eine Basslinie beschriftet mit »Basso armonico fondamentale, e terz. suon.«

Was die Oktave 1:2 betrifft, ändert Tartini seine Sichtweise zwischen 1754 und 1767 grundlegend. Im *Trattato* war er noch überzeugt, dass die Prime

und Oktave, im Gegensatz zu allen anderen Intervallen, keinen terzo suono produzieren.¹¹² In *De'principj* hingegen bekräftigt er, dass der terzo suono bei der Oktave und allen anderen Intervallen vom Typus 1:3, 1:4, 1:5 usw. mit der harmonischen Einheit, in diesen Fällen also mit der klingenden Saite des unteren Intervalltons, zusammenfalle.¹¹³ Weil der Ton der Saite aber viel stärker sei als der resultierende terzo suono, sei Letzterer nicht hörbar.¹¹⁴

In der obigen Gegenüberstellung (Abb. 13) bzw. allgemein in dieser Untersuchung geht es nicht darum, die eine oder andere Formel als richtig oder falsch zu klassifizieren. So oder so führen alle diskutierten Formeln zu richtigen Resultaten, solange es sich beim ursprünglichen Intervall um ein einfaches ganzzahliges Schwingungsverhältnis handelt. Aus allen vorgestellten Formeln resultiert ein Kombinationston, welcher sich als Komponente der Kombinationstonreihe erweist.

Wie stark ein einzelner Kombinationston schlussendlich wahrnehmbar ist, hängt von der jeweiligen Situation ab. Äußere Faktoren sind das Klangsignal wie auch die Präsenz von Hintergrund- oder Umgebungsgeräuschen. Zu den inneren Faktoren zählen individuelle Voraussetzungen wie Konzentration, Übung, Hörgewohnheiten oder Sensibilität des Hörorgans. In diesem Sinne möchte ich eher dazu auffordern, die Formeln mit der eigenen Hörwahrnehmung zu vergleichen, als Antworten vorwegzunehmen. Welche von Tartinis Formeln ist stimmiger mit dem eigenen Höreindruck? Dass es sich hierbei um keine banale Frage handelt, wird im Abschnitt 3.5 diskutiert.

¹¹² Tartini (1754), S. 14: »Dato l'unisono, e data la ragion dupla, o sia praticamente ottava, non risulta terzo suono di sorte alcuna.«, S. 17: »Rispondo, ch'ecettuato l'unisono, e la ottava, [il terzo suono] si produce da qualunque [intervallo] in genere generalissimo«, S. 19: »[...] perchè dalla dupla, o sia praticamente ottava non si abbia il terzo suono, quando si ha da qualunque dato intervallo in genere, si spiegherà in progresso a luogo opportuno, e necessario.«

¹¹³ Tartini (1767), S. 10: »[...] la prima ragione applicata a due suoni produce il terzo suono unisono al suono di una tesa corda sonora, che nel suo tutto esprime l'armonica unità principio comune di ciascuna serie. [...] in qualunque ragione di due dati suoni, la quale abbia per primo termine l'armonica unità, [...] il terzo suono [...] essendo eguale al primo dato, e proposto nell'armonica unità.«

¹¹⁴ op. cit., S. 36: »[...] nelle multipli 1, 1/2; 1, 1/3 ec., è sempre il tutto dato nella fisico-armonica unità, il di cui suono è molto più forte del risultato terzo suono, si sente quello, e non questo.«

3.3 Hinweise zu Tartinis Formeln in anderen Dokumenten

Erstaunlich ist, dass sich Tartini in seiner Dissertation von 1767 nicht ausdrücklich dazu äußert, dass seine hier vorgeschlagene Formel für den terzo suono nicht mehr jener des Traktats von 1754 entspricht.¹¹⁵ Jedoch können folgende Schriften mehr Klarheit in diese Angelegenheit bringen und geben zeitliche Anhaltspunkte, wie sich Tartinis Formelwandel vollzogen haben mag: *Brief von Francescantonio Vallotti* an Giordano Riccati aus dem Jahr 1738, Leonhard Eulers *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini* (1756), Tartinis *Risposta all'esame di Eulero* (1756) und in der *Regola del Terzo Suono* (ca. 1759).¹¹⁶

3.3.1 Vallotti: Brief an Riccati (1738)

Patrizio Barbieri erwähnt in seinem Artikel *Tartinis Dritter Ton und Eulers Harmonische Exponenten* einen bis dahin unbekanntenen Brief aus dem Jahr 1738 von Francescantonio Vallotti an Giordano Riccati.¹¹⁷ Vallotti und Tartini waren beide in der Basilica S. Antonio in Padova angestellt und dadurch in stetigem Austausch über Theorie und Praxis. Im besagten Brief ist von der »rissonanza [sic] osservata dal Sig. Tartini« die Rede. Bei dieser »rissonanza« handelt es sich um den dritten Ton. Außerdem gibt Vallotti die Gesetzmäßigkeiten hinter diesen Resonanzen an: Sie würden sich dann bilden, wenn Töne einer arithmetischen Reihe angehören, die durch ein einziges gemeinsames Maß (»una sola comune misura«) und eine einzige gemeinsame Wurzel (»una sola comune radice«) bestimmt sei. Vallottis Beispiele dieser Reihen erinnern stark an Tartinis Differenzreihen (Abb. 14).

1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 &c. Rissonanza 1

3 · 6 · 9 · 12 · 15 · 18 · 21 · 24 &c. Rissonanza 3

5 · 10 · 15 · 20 · 25 · 30 · 35 · 40 &c. Rissonanza 5

6 · 12 · 18 · 24 · 30 · 36 · 42 · 48 &c. Rissonanza 6

Abb. 14, Resonanzreihen aus Vallottis Brief von 1738. Er benützt hier Schwingungszahlen.

¹¹⁵ Siehe die Andeutung in op. cit., S. 44f.

¹¹⁶ Vallotti (1738), Abschrift davon in: Barbieri (1992), S. 228f. — Leonhard Euler, *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini*, Archivio Musicale della Cappella Antoniana, Padova Ms. D. VI. 1894, 16a–e, 1756, Abschrift davon in: De Piero (2010), S. 41–44. — Giuseppe Tartini, *Risposta all'esame di Eulero*, Archivio Musicale della Cappella Antoniana, Padova, Ms. D. VI 1894, 17a–f, Abschrift davon in: De Piero (2010), S. 45–50. — Giuseppe Tartini, *Regola del Terzo Suono*, British Library, London, Music Collections, Add MS 32150.

¹¹⁷ Barbieri (1992), S. 228f.

Vallotti erläutert, dass bei Intervallen wie 4:9 oder 9:16 keine Resonanzen auftreten würden, weil sie nicht nur eines, sondern zwei Maße in sich trügen, nämlich 2 und 3 bei 4:9, 3 und 4 bei 9:16. Folglich höre man keine Resonanz bei solchen Intervallen. Diese Argumentation ist jedoch nicht überzeugend, wenn man bedenkt, dass die Zahl 1 sehr wohl ein gemeinsames Maß von 4:9 oder 9:16 darstellen würde. Weder im Traktat noch in der Dissertation verwendet Tartini den Ausdruck »comune misura«. Es dürfte sich hierbei um eine eigene Interpretation Vallottis handeln oder um eine frühere Auffassung Tartinis, die in dieser Art jedoch nicht belegt werden kann.

Vallottis Idee, dass den Resonanzreihen ein gemeinsames Mass (»comune misura«) zweier oder mehrerer Töne zugrunde liegt, erinnert an Tartinis Konzept der gleichen Differenzen (»differenze uguali«), die in seiner Theorie von 1767 eine wichtige Rolle spielen und im Abschnitt 3.2.1 besprochen wurden.

Der Brief von Vallotti an Riccati ist nicht nur ein schriftlicher Beweis, dass sich Tartini tatsächlich vor Sorge (1744) und Jean-Baptiste Romieu (1752) intensiv mit dem Phänomen auseinandergesetzt hat, sondern legt auch nahe, dass Tartini um 1738 offenbar eine Theorie vertritt, die mit der Formel von 1767 vereinbar ist, nicht aber mit jener von 1754. Barbieri äußert den Verdacht, dass Tartinis 1767 publizierte Formel einer ursprünglicheren, intuitiveren Anschauung entsprach als jene von 1754.¹¹⁸ Im zweiten Kapitel des Traktats – *Del Circolo, sua natura, e significazione* – sucht Tartini den terzo suono auch geometrisch zu erklären. In den harmonischen Eigenschaften des Kreises sieht er das gleiche harmonische Prinzip, das sich im terzo suono manifestiert, genauer eine Übereinstimmung zwischen der Funktion des Kreisradius und dem terzo suono. In seinem Konzept entspricht der Durchmesser des Kreises der Größe 1. Da sich für den Kreisradius daraus die Größe $1/2$ ergibt, leitet Tartini daraus ab, dass der terzo suono ebenfalls dem Verhältnis $1/2$ entsprechen müsse.¹¹⁹ Barbieri vermutet, dass sich Tartini schlussendlich zugunsten der gewollten Übereinstimmung mit dem »harmonischen Kreis«¹²⁰

¹¹⁸ op. cit., S. 220: »Obwohl Tartini diese Formel nicht vor 1767 erwähnt, wird aus den Beispielen, die er 1751 an Padre Martini sandte und 1754 in den *Trattato* übernahm [...], deutlich, daß er sie bereits in jenen Jahren kennen mußte; der einzige Unterschied war, daß er den aus ihr abgeleiteten Kombinationston in die höhere Oktave transponierte.«

¹¹⁹ Tartini (1754), S. 30–32.

¹²⁰ Patrizio Barbieri, »Il sistema armonico di Tartini nelle »censure« di due celebri fisico-matematici: Eulero e Riccati«, in: *Tartini. Il tempo e le opere*, hrsg. von A. Bombi und M.N. Massaro, Bologna 1994, S. 324: »Tartini [...] tramite assai discutibili elucubrazioni sul »cerchio armonico«, cerca di giustificare la sua teoria anche dal punto di vista geometrico. Sull'insussistenza di tale analogia geometrico-acustica non esiste oggi più alcun dubbio.«

für die Formel $1/2$ entschied. Auch Riccatis Einwände, über die Tartini noch vor der Veröffentlichung des Traktats informiert wurde, änderten nichts an Tartinis Entschluss.¹²¹

Im *Trattato* scheint sich Tartini rechtfertigen zu müssen, weshalb er $1/2$ und nicht etwa die Einheit als *terzo suono* in Erwägung zieht:

»[...] es bleibt zu deduzieren, weshalb sich dieser dritte Ton nicht in der Einheit befindet, die der Anfang und das erste Glied des harmonischen Systems ist, sondern in $1/2$, was das zweite Glied des Systems ist [...].«

»[...] rimane a dedurre: Perchè poi non si trovi questo terzo suono nella unità, ch'è il principio, e il primo termine del sistema armonico, ma in $1/2$, ch'è il secondo termine del sistema [...].«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 19]

Was den Höreindruck betreffe, sei die Formel $1/2$ nicht immer befriedigend:

»Man kann zweifeln, ob der dritte Ton, den ich immer als unison zu $1/2$ definiere, wenn sich die gegebenen Töne in harmonischer Reihenfolge befinden, mit dem Ganzen übereinstimmt, d. h. mit der ersten Einheit der Reihe zusammenfällt. Tatsächlich ist die Qualität dieses dritten Tones verschieden von der Qualität des natürlichen Saitenklangs; diese Andersartigkeit kann Zweideutigkeit verursachen zur Schmach für den feinsten Hörsinn und Tausenden von Versuchen. Es bleibt in Form einer Hypothese: ob der dritte Ton nun der harmonische Bass ist oder nicht, oder ob er die harmonische Wurzel der gegebenen Töne ist, darüber sei hier nicht zu zweifeln. Dies genügt und bringt die physikalische Grundlage der Harmonie weiter: der einzige und hauptsächlichliche Gegenstand des vorliegenden Systems.«

»Il terzo suono, che io dico unisono costantemente a $1/2$, quando i dati suoni siano in serie armonica, si può dubitare che sia unisono al tutto, o sia alla prima unità della serie. Di fatto la qualità di questo terzo suono essendo diversa dalla qualità del suono naturale delle corde, questa diversità può cagionare equivoco ad onta del più esquisito senso di udito, e di migliaia di prove. Sia così in ipotesi; ma non vi è luogo a dubitare, se il terzo suono sia, o no il basso armonico, o sia la radice armonica de'dati suoni. Tanto basta, e avanza al fisico stabilimento dell'armonia: unico, e principale oggetto del presente sistema.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 171f.]

¹²¹ Giordano Riccati, *Delle corde ovvero fibre elastiche schediasmi fisico-matematici*, Bologna 1767, S. 83. — Barbieri (1992), S. 220.

Im letzteren dieser beiden Zitate deutet Tartini auf die »Zweideutigkeit« hin, die durch die andersartige Klangfarbe des dritten Tons entstehen kann. Aus dem Zusammenhang wird klar, dass Tartini damit auf die Schwierigkeit anspielt, den terzo suono eindeutig einer bestimmten Oktave zuzuordnen. Die Beobachtungen, die im Abschnitt 7.3 vorgestellt werden, bestätigen diese Ambivalenzen. Der Höreindruck konnte Tartini bei der Entscheidung, ob der dritte Ton nun in der Einheit oder bei $1/2$ auftritt, also nur bedingt helfen.

Die besprochenen Texte zeigen, dass Tartini zur Formelbildung physikalische und geometrische Ansätze wie auch seine eigene Hörwahrnehmung in Betracht zog. Vallottis Brief ist ein Hinweis, dass der dritte Ton ursprünglich als Resonanzphänomen gedeutet wurde, das sich mit der Formel von 1767 beschreiben lässt.

3.3.2 Euler: *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini (1756)*

Tartinis Traktat von 1754 wurde aufgrund seines teilweise undurchsichtigen Stils mit Skepsis aufgenommen. Seine Theorien und Ideen stießen nicht auf den Anklang, den sich Tartini erhofft hatte. Insbesondere seine Theorie vom harmonischen Kreis erntete bei Mathematikern Kritik.¹²² Da die terzo suono-Formel auf dem harmonischen Kreis basierte, wurde der Formel sozusagen ihre geometrische Grundlage entzogen. Hier kam wohl der Moment, an dem Tartini sich gezwungen sah, auf seine ursprüngliche Formel für den terzo suono zurückzugreifen. Zu diesem Schritt dürfte der Mathematiker Leonhard Euler beigetragen haben, welcher im Jahr 1756 Tartini eine in italienischer Sprache geschriebene Kritik mit dem Titel *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini* zukommen ließ.¹²³ Euler lobt in diesem Brief die »exzellente Beobachtung« Tartinis, welche jedoch »notwendigerweise aus den etablierten Prinzipien folge«. Euler zitiert Tartinis Erklärung zum physikalischen Ursprung des terzo suono und leitet fließend in seine eigenen Anschauungsmethoden über, indem er Tartinis Berechnungen in Saitenlängen in sein Denken in Schwingungszahlen oder Frequenzen überträgt. Anhand der Schwingungszahlen legt Euler seine eigene Version der Formel für den dritten Ton dar; es handelt sich dabei um einen gemeinsamen Teiler: »[...] generell erzeugen zwei Töne, aus welchen Zahlen auch immer sie bestehen, einen Ton ausgedrückt durch 1, oder durch einen gemeinsamen Teiler der beiden erste-

¹²² Rubeli (1966), S. 18–31.

¹²³ Euler (1756), Abschrift davon in De Piero (2010), S. 41–44. Zur Datierung siehe S. 20. Gemäß De Piero schickte Euler, der sich dazumal in Berlin befand, das *Esame* an Giuseppe Toaldo, der es an Vallotti weiterleitete, und die Kritik so schließlich in Tartinis Hände gelangte (siehe S. 19f).

ren.«¹²⁴ Die im *Esame* genannten Beispiele repräsentieren den terzo suono aber nicht nur als »gemeinsamen Teiler«, sondern, in der üblichen mathematischen Terminologie, als größten gemeinsamen Teiler. Euler erklärt: Zwei Töne mit 200 und 300 Schwingungen in der gleichen Zeit ergeben einen »terzo suono«, der 100 Schwingungen in der gegebenen Zeit macht und der Zahl 1 entspricht: »So produzieren zwei Töne, ausgedrückt durch die Zahlen 2 und 3, einen dritten Ton ausgedrückt durch die Einheit.« Weiter bemerkt er, dass Tartinis Regel sich von seiner um »eine oder einige Oktaven« unterscheidet, was jedoch »nicht substantiell« sei.¹²⁵ Wieso Euler nicht nur von »einer«, sondern auch von »einigen Oktaven« spricht, wird aus dem Text nicht klar. Eulers dritter Ton liegt genau eine Oktave unterhalb des terzo suono, den Tartini im Traktat angibt.¹²⁶ Auch wenn Eulers Ausführungen in einem auffallend neutralen Ton formuliert sind, mit der Betonung, dass das Phänomen des dritten Tons »notwendigerweise aus den etablierten Prinzipien folgt«, ist bemerkenswert, dass sich Euler in früheren Publikationen nie explizit zum dritten Ton geäußert hatte.¹²⁷ Es könnte sogar sein, dass Euler erst durch die Lektüre von Tartinis Traktat von der Existenz dieses Phänomens erfahren hat.

Eulers Erklärungen stehen nicht nur im Einklang mit Tartinis Formel von 1767, sondern auch mit jener Formel, welche Vallotti in seinem Brief von 1738 nennt. In der *Risposta all'esame di Eulero*, auf die im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird, zeichnet sich ab, dass Eulers Erklärungen aus dem *Esame* Tartini bereits im Jahr 1756 zur Umkehr zur älteren Formel bewegen.

Auch in Tartinis Dissertation deuten viele Textstellen darauf hin, dass Euler entscheidenden Einfluss auf seine Theoriebildung genommen hat. Tartini wiederholt an mehreren Stellen, dass der Eulersche »Exponent«¹²⁸ seiner

¹²⁴ De Piero (2010), S. 42: »[...] in generale due suoni espressi da due qualunque numeri producono un suono espresso da 1, o da un comun divisore dei due primi.«

¹²⁵ op. cit., S. 42: »Tutti gli esempi del S. Tartini sono congruenti con q.ta conclusione; ed il suono prodotto secondo q.ta regola non differisce dall'osservato dall'Autore che d'una o alcune ottave, la qual differenza non è sostanziale.«

¹²⁶ Eine Ausnahme bildet folgende widersprüchliche Aussage im *Esame*, die vermutlich ein Versehen von Euler darstellt: »[...] la sesta maggiore 3 : 5 un 1, che è d'una quinta al di sotto del più grave 3 [...]«

¹²⁷ Im *Tentamen* sind diese »Prinzipien« zwar im Zusammenhang mit der Konsonanz erwähnt, aber es wird nicht erklärt, dass dadurch auch die Empfindung eines zusätzlichen Tons erfolgen würde, vgl. hierzu Abb. 22 (Impulsketten) und den Abschnitt 3.4.

¹²⁸ Eulers »esponente della Consonanza« ist nicht im Sinne eines Exponenten im heutigen mathematischen Begriff zu verstehen. Euler beschreibt ihn als »kleinste teilbare Zahl« der Zahlen, welche die Töne ausdrücken. Euler (1756): »Se vi sono più suoni, io esprimo l'armonia loro col minor numero divisibile p. li numeri esponenti i suoni, il quale da me si chiama esponente della Consonanza [...]« Aus dieser Definition folgt, dass

Formel für den *terzo suono* entsprechen würde.¹²⁹ Numerisch entsprechen sich die Formeln auch tatsächlich, mit dem Unterschied, dass Euler Schwingungszahlen benutzt, Tartini hingegen rechnet anhand von Saitenlängen. Dies bedeutet aber für die Praxis, dass es sich bei Tartini um einen Ton handelt, welcher unterhalb der beiden gespielten Töne liegt (dies entspricht dem ersten gemeinsamen Unterton) und bei Euler um den »*minus communis dividuus*«,¹³⁰ welchen man musikalisch gedacht als ersten gemeinsamen Oberton bezeichnen kann.

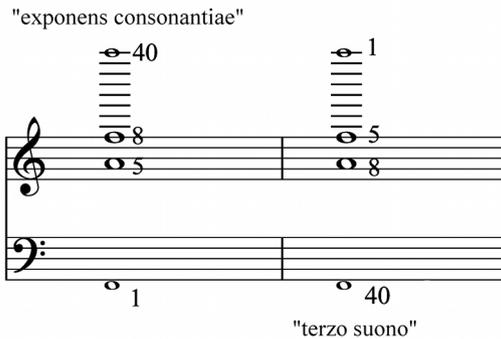


Abb. 15, Eulers Exponent und Tartinis *terzo suono* am Beispiel der kleinen Sexte. Euler argumentiert in Schwingungszahlen, Tartini hingegen in Saitenlängen.

Von einer gedachten Symmetrieachse aus, die horizontal zwischen die Intervalltöne gelegt wird, liegen sich der *terzo suono* und Eulers Exponent spiegelsymmetrisch in gleichem Abstand gegenüber. $1:5 = 8:40$. Der Abstand entspricht in beide Richtungen zwei Oktaven plus eine große Terz: $| F-a' | = | f'-a'''' |$. Es ist nützlich, sich diese Zusammenhänge zu vergegenwärtigen, gerade wenn man sich mit zwei Zeitgenossen auseinandersetzt, die für ihre Berechnungen reziproke Größen benutzen.¹³¹

der Exponent mit dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen gleichgesetzt werden kann. Siehe auch Barbieri (1992), S. 244 und Barbieri (1994), S. 337.

¹²⁹ Tartini (1767), S. 7f. und S. 112.

¹³⁰ Euler (1739), S. 43f.

¹³¹ Vgl. auch Barbieri (1992), S. 227 und Barbieri (1994), S. 340f.

3.3.3 Tartini: *Risposta all'esame di Eulero 1756*

In der *Risposta all'esame di Eulero*, die Tartini vermutlich in der zweiten Hälfte des Jahres 1756, spätestens aber Mitte 1757 schrieb,¹³² schwenkt er auf die Formel um, die der Zahl 1 entspricht.

»[...] während ich bis zum jetzigen Zeitpunkt größtenteils davon überzeugt war, dass sich dieser [dritte Ton] in 1/2 formiere, möchte ich mich nun als Erster mit Ihnen einigen, dass er sich in Wahrheit in der Einheit formiert. Auf diese Weise werden wir Ihre Regel mit größerer Genauigkeit mit dem Phänomen des dritten Tons vergleichen können [...].«

»[...] fin qui son stato persuaso con la maggior parte esser questo costituito in 1/2, voglio esser il primo ad accordarle, che sia veram.^{te} costituito nella unità. Così potremo con più esattezza e precisione comparar la di lei regola co'l fenomeno del terzo suono [...].«

[TARTINI ca. 1756, *Risposta*]¹³³

Sowohl in mathematischer als auch physikalischer Hinsicht schließt sich Tartini Eulers Meinung aus dem *Esame* an:

»So sagt man, dass von zwei gegebenen Tönen im Verhältnis der Quarte mit 4 und 3, von denen das Vielfache 12 ist, dieses der dritte Ton sein wird. Vom Verhältnis aus 9 und 8, deren Vielfaches 72 ist, wird dieses der dritte Ton sein usw., usw. Diese Regel kann unendlich fortgeführt werden, ist immer wahr und bestimmt konstant den dritten Ton und die gleichzeitigen Schwingungen der entsprechenden Saiten. Somit ist sie im Grunde die gleiche wie vom Exponenten und seinen relativen Teilern. Um es noch präziser auszudrücken: wie diese aus der Regel des Exponenten die relative Konsonanz ableitet, so leite ich sie vom dritten Ton als harmonischer Bass von den zwei gegebenen Tönen ab.«

»Così si dica dati due suoni in sesquiterza come 4 a 3, dalla di cui moltiplica si ha 12, e sarà il terzo suono: di sesquioctava come 9 a 8, dalla di cui moltiplica si ha 72, e sarà il terzo suono etc: etc. Ma questa regola procede in infinito, è sempre vera, e determina costantem.^{te} il terzo suono, e l'equitemporanee vibrazioni delle corde relative. Dunque in sostanza è la stessa dell'esponente e de suoi divisori relativi. Discendendo a maggior precisione, com'ella dalla regola dell'esponente deduce la consonanza relativa così io dal terzo suono come basso arm.^{co} de due dati suoni.«

[TARTINI ca. 1756, *Risposta*]¹³⁴

¹³² Tartini (ca. 1756), Abschrift davon in: De Piero (2010), S. 45–50. Zur Datierung siehe S. 20.

¹³³ De Piero (2010), S. 47.

¹³⁴ op. cit., S. 47.

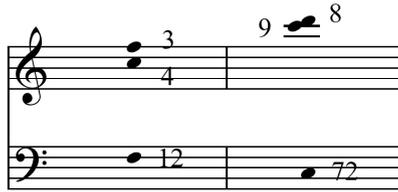


Abb. 16, Tartinis Beispiele aus der *Risposta*, hier in Noten dargestellt.

Diese Berechnung des terzo suono entspricht der Formel von 1767 und der von Vallotti genannten um 1738.

Wie an anderer Stelle bereits gezeigt (vgl. Abschnitt 3.3.2), legt Tartini in der Dissertation von 1767 die Idee offen, dass der terzo suono die Entsprechung des Exponenten von Euler sei:

»Diese gleiche Formel erscheint ebenfalls beim äußerst gelehrten Euler dargelegt in seinem Werk mit dem Titel: *Tentamen novae Theoriae Musicae*. Es ist nicht die gleiche: sie ist verschieden. Er leitet seine Formel von den Schwingungsgesetzen ab, und mit dieser, gemäß dem Term des von ihm benannten Exponenten *des Verhältnisses*, und gemäß der ganzen Teiler dieses Terms, bildet er einen klingenden, konsonanten Komplex von Zahlen, die auf Stimmen und Töne adaptiert werden können in simultaner konsonanter Harmonie.«

»Apparirà ugualmente questa formola la stessa del dottissimo Eulero esposta nella di lui opera intitolata: *Tentamen novae Theoriae Musicae*. Non è la stessa: è diversa. Esso deduce la sua formola dalle leggi delle vibrazioni, e con questa in forza del termine da lui chiamato esponente *della ragione*, ed in forza dei divisori integrali di questo termine forma un complesso consonante sonante di numeri adattibili a voci, e suoni in simultanea consonante armonia.«

[TARTINI 1767, *De' principj*, S. 7]

Im zweiten Teil der *Risposta* demonstriert Tartini seine Methode zur Ableitung des basso armonico von den Intervallen 1:2, 2:3, 3:4, 4:5 und 5:6, die er mit Eulers Exponenten in Verbindung bringt. Dabei stellt er fest, dass mit Eulers »Regel des Exponenten« beim Intervall 4:5 »Schwierigkeiten« auftraten, nicht so aber mit seinem eigenen Verfahren.¹³⁵ Auch kündigt Tartini in

¹³⁵ Tartini (ca. 1756), Abschrift in: De Piero (2010), S. 49: »Quest, ed altre simili sono le difficoltà che io trovo nella di lei regola, la quale essendo generalm.^{te} vera, non regge poi individualm.^{te} in pratica a tutti i nostri bisogni musicali, a quali sì generalm.^{te} che particularm.^{te} regge la regola del terzo suono. Perciò replico e confermo che se ella

seiner Antwort an Euler bereits an, dass er Inhaltliches aus ihrem Austausch in seine Dissertation, die sich in Planung befinde, einbinden wolle.¹³⁶ Wie sich Tartini in seiner Dissertation noch mehr in die vermeintliche Unvereinbarkeit seiner und Eulers Theorie verstrickt, zeigt der folgende Exkurs.

Exkurs I: Tartinis Kritik an Euler

In der *Risposta* ließ es Tartini mit seinen kritischen Ausführungen noch beim Intervall 4:5 bewenden. In der Dissertation jedoch behandelt er auch das Intervall 5:6, um die von ihm unterstellte Fehlerhaftigkeit von Eulers Formel noch klarer zu unterlegen.¹³⁷ Tartini ist fokussiert auf Eulers Beschreibung eines Zahlenkomplexes, der sich aus den ganzen Teilern des Exponenten ergibt und den Euler als »consonanza [...] completa« oder lateinisch »consonantia completa« bezeichnet.¹³⁸ Die Zahlenreihen, die Tartini für seine Argumentationen vergleicht, sind in folgender Tabelle gegenübergestellt:

Intervall	Tartini (Saitenlängen)		Tartinis Interpretation von Eulers Methode (Frequenzen)	
	Harmonische Reihen	terzo suono	<i>divisori integrali</i> (ganze Teiler) des Exponenten	Exponent
1:2	2, 1	2	2, 1	2
2:3	6, 3, 2	6	6, 3, 2, 1	6
3:4	12, 6, 4, 3	12	12, 6, 4, 3, 2, 1	12
4:5	20, 10, 6 $\frac{2}{3}$, 5, 4	20	20, 10, 5, 4, 2, 1	20
5:6	30, 15, 10, 7 $\frac{1}{2}$, 6, 5	30	30, 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1	30

Abb. 17, Darstellung von Tartinis Querverbindungen zu Eulers Konsonanzgradberechnung. Rot gekennzeichnet die Abweichungen zwischen den jeweiligen Zahlenkomplexen.

avesse avuto a fianchi un compositore da cui le fossero stati indicati in precisione i musicali nostri bisogni, avendo ella già colto nel punto sostanziale.«

¹³⁶ De Piero (2010), S. 49: »[...] e quando ella mi concede la grazia e licenza di aggiungere al mio trattato una breve dissertazione, in cui sia contenuta la sostanza di quanto si è privatam.¹⁶ tra noi conferito [...]«.

¹³⁷ Tartini (1767), S. 7–9.

¹³⁸ Euler (1756), Vgl. De Piero (2010), S. 41. — Euler (1739), S. 65: »Voco autem consonantiam completam, ad quam nullus sonus superaddi potest, quin simul ipsa consonantia ad altioem gradum sit referenda; seu eius exponens siat magis compositus; [...]«

Diese Zahlenreihen (im Sinne eines »klingenden Komplexes«) untersucht Tartini nun auf ihre Konsonanz. Für ihn selbst liegt das Kriterium für Konsonanz in der harmonischen Reihe, die einem Intervall zugrunde liegt.¹³⁹ Abgesehen von den Faktoren 1 und 2, von denen Tartini absieht,¹⁴⁰ ergeben Eulers *divisori integrali* bei den Schwingungsverhältnissen 2:3 und 3:4 harmonische Reihen. Die große Terz 4:5 ergibt die erste Abweichung in Bezug auf die Zahlenwerte, doch da Eulers Faktoren in sich noch konsonant sind, ist Tartini bis zu diesem Intervall mit Eulers Theorie einverstanden. Beim Intervall 5:6 ist die problematische Grenze aber endgültig erreicht; kombiniert man 1 oder 2 mit 15, ergibt dies in oktavierter Form 8:15 eine große Septime (Dissonanz).¹⁴¹



Abb. 18, Veranschaulichung zu Tartinis Kritik an Eulers Konsonanzgradberechnung. Dargestellt ist die kleine Terz 5:6 zusammen mit möglichen ganzen Teilern des »exponens consonantiae« (Zahl 30).¹⁴² Die Oktavierung von 1 und 2 ergibt nach Tartinis Interpretation zusammen mit dem Ton 15 eine Dissonanz (8:15).

Einerseits ist nachvollziehbar, dass Tartini aufgrund der sich ergebenden Dissonanz 8:15 eine Widersprüchlichkeit mit Eulers Ausdruck »consonanza completa« sieht, andererseits ist möglich, dass Tartini Euler missverstanden hat. Die entscheidende Passage im *Esame* lautet übersetzt: »Wenn alle diese

¹³⁹ Genaueres zu Tartinis Anschauungen siehe im Abschnitt 2.3 (»mezzi armonici«).

¹⁴⁰ Tartini (1767), S. 8: »[...] vi saranno in serie le stesse ragioni dell'altro complesso, in cui vi sono bensì più termini, ma non più ragioni, perchè 12, 6, 4, 3 sono termini comuni alle due formole, e i due divisori di più 1 : 2 formano ragioni replicate, cioè 3, 2 = 6, 4 : 2, 1 = 6, 3.«

¹⁴¹ op. cit., S. 9.

¹⁴² Euler (1739), vgl. S. 58f., §6.

Töne zusammen genommen werden, ist die Konsonanz komplett, weil man keinen neuen Ton hinzufügen könnte, ohne dass sie komplizierter würde.«¹⁴³

Inwiefern Tartinis Vergleich zwischen seinem Konsonanzbegriff und Eulers Konzept gerechtfertigt ist, ist schwierig zu beurteilen. Euler rechnet mit Schwingungszahlen, Tartini mit Saitenlängen. Im *Esame* betont Euler, dass es nicht an der Quantität des Exponenten liege, wie konsonant die Töne sind, sondern entscheidend sei die Einfachheit der Faktoren, die in den Tonzahlen enthalten sind. Der Exponent von Euler ist nur ein Zwischenschritt zur Berechnung eines Konsonanzgrades (*gradus suavitatis*¹⁴⁴). Angesichts dessen, dass Tartini auch Eulers *Tentamen* kennt, müsste ihm klar sein, dass Eulers Idee vielmehr darin besteht, Konsonanz als konkreten Zahlenwert darzustellen und nicht im Sinne von Resonanzeigenschaften, die zwischen den *divisori integrali* (ganze Teiler) auftreten.

Es ist nicht bekannt, dass Euler sich nochmals auf Tartinis *Risposta* zu Wort meldete.¹⁴⁵ Da Tartinis Kritik bis zu einem gewissen Grade berechtigt scheint, wäre eine Antwort von Euler tatsächlich aufschlußreich gewesen. Vielleicht wäre Tartini dadurch in der Dissertation zu einem etwas milderen Schluss gekommen:

»Somit ist die obengenannte Formel, die auf die ganzen Teiler gegründet ist, absolut falsch. Weil sie bei 5:6, ein zum konsonanten System gehörendes Verhältnis, nicht stimmt, so kann sie im gesamten System nicht stimmen.«

»E'dunque assolutamente falsa la suddetta formola fondata sui divisori integrali, perchè non reggendo alla sesquiquinta, ragione integrale del consonante sistema, non regge all'intiero sistema.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 9]

¹⁴³ De Piero (2010), S. 41: »Quando tutti q.ti suoni assieme si prendono, la consonanza sarà completa, poichè non si saprebbe aggiungere un nuovo suono, senza ch'ella diventasse più complicata.«

¹⁴⁴ Euler (1739), insbesondere S. 37–43. — Vogel (1975), S. 137–149. — Guerino Mazzola, Daniel Muzzolini & Georg Rainer Hofmann, *Geometrie der Töne. Elemente der mathematischen Musiktheorie*, Basel u. a. 1990, S. 56ff.

¹⁴⁵ De Piero (2010), S. 22.

3.3.4 Tartini und Naumann: *Regola del Terzo Suono* (ca. 1759)

Mit *Regola del Terzo Suono* wird ein Teil des Manuskripts Add MS 32150 bezeichnet, das in der British Library aufbewahrt wird.¹⁴⁶ Das gesamte Manuskript besteht aus 44 Seiten und ist ein gebundenes Heft. Es ist durchnummeriert von 1 bis 22 (zwei Seiten pro Nummer, *recto* und *verso*, hier *r* und *v*) und enthält Handschriften von Tartini, seinem Schüler Johann Gottlieb Naumann (1741–1801), Wilhelm Friedrich Riem (1779–1875) und eine Handschrift eines Unbekannten.¹⁴⁷ Das Manuskript ist relativ unerforscht, für die Frage nach der Formel Tartinis jedoch äußerst aufschlussreich. Die bedeutendste Seite daraus ist wohl die mit dem Titel *Regola del Terzo Suono*¹⁴⁸. Die direkt darauffolgende Seite kann ebenfalls noch zur *Regola* gezählt werden. Die nachfolgenden Seiten diversifizieren sich in verschiedene Gebiete der Musiktheorie und haben nicht mehr direkt mit dem *terzo suono* zu tun. Das Manuskript MS 32150 ist dreiteilig:

1. 1*r* und 1*v* enthalten biographische Aufzeichnungen Tartinis, verfasst von einem Unbekannten. Dieser »scetch of Tartini's life«¹⁴⁹ muss nach 1770 verfasst worden sein, da Tartinis Todesdatum erwähnt wird.
2. 2*r* trägt den Titel *Regola del Terzo Suono*, Text wie Notenbeispiele stammen hauptsächlich aus Tartinis Feder. Die letzten beiden Notenzeilen müssen von Naumann stammen (Umkehrungen der In-

¹⁴⁶ Tartini (ca. 1759). Zur Datierung der *Regola del terzo suono* gibt es unterschiedliche Angaben. Die maximale Datierungszeitspanne reicht von 1757 bis 1762. Da der *terzo suono* das eigentliche Fundament von Tartinis System darstellt und zudem auf der mit *Regola del terzo suono* betitelten Folgeseite ebenfalls Elementares der Musiktheorie behandelt wird, gehe ich davon aus, dass das Manuskript in der ersten Zeit des Lehrer-Schüler-Verhältnisses zwischen Johann Gottlieb Naumann und Tartini entstanden sein muss, das laut folgender Autoren im Jahr 1759 begann: Gerhard Poppe, Katrin Bemann & Kornél Magvas, »Johann Gottlieb Naumann«, in: *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 12 (Personenteil), Kassel u. a. 2004, Sp. 928. — Reiner Zimmermann, *Johann Gottlieb Naumann*, Dresden 1991, S. 58–60. Davon abweichende Datierungsvorschläge finden sich in Margherita Canale, »Fonti per una ricostruzione della didattica tartiniana nella «Scuola delle Nazioni», in: *Musicological Annual*, Ljubljana 1992, S. 20 und in Petrobelli (1968), S. 7.

¹⁴⁷ Diese Angaben sind dem Katalogeintrag der British Library zu entnehmen.

¹⁴⁸ Die *Regola del Terzo Suono* ist ebenfalls abgebildet in Brainards 1976 erschienenem Booklet zur Faksimile Ausgabe der *Piccole Sonate*: Paul Brainard, *Giuseppe Tartini. La raccolta di sonate autografe per violino. Manoscritto ms. 1888 Facs. 1 nell'Archivio Musicale della Veranda Arca del Santo in Padova*, Milano 1976, S. 24. Einige didaktische Aspekte zum Manuskript Add MS 32150 wurden 1992 von Margherita Canale Degrassi besprochen. Siehe Canale (1992), S. 20f.

¹⁴⁹ Vgl. Katalogeintrag von der British Library.

tervalle und die harmonische Reihe bis zum 6. Ton). Naumann war von 1759 bis 1762 ein Schüler von Tartini.¹⁵⁰ Er wurde in Musiktheorie, Komposition und Violine unterrichtet und wurde von seinem Lehrer sehr geschätzt.¹⁵¹

Anschließend folgen musiktheoretische Einträge, Beispiele und Übungen zur Harmonielehre, Satzlehre und zum Kontrapunkt, die ebenfalls von Naumann stammen dürften. Einschließlich der *Regola del Terzo Suono* handelt es sich bei 2r–16v um Unterrichtsmaterial. Dieses Übungsheft zeigt, welche Inhalte Tartini in Zusammenhang mit dem *terzo suono*, der Harmonielehre und dem Kontrapunkt lehrte. Typisch für Tartinis Lehrinhalte sind auch die Intervall- und Skalenberechnungen (auf Basis von Saitenlängen) 13v–16v. Abgesehen von ein paar Bemerkungen und Korrekturen durch Tartini ist dieser Teil in der Handschrift des Schülers verfasst.

3. Ab 17r folgt ein Autograph des Komponisten Riem, betitelt mit *Sechzehn Übungsstücke für angehende Klavierspieler*. Sie wurden dem Manuskript erst später hinzugefügt und haben keinen Bezug zum Thema *terzo suono* oder Kombinationstöne.

Für die Diskussion über die Formel des *terzo suono* ist die von Tartini stammende *Regola del Terzo Suono* von besonderer Bedeutung. Sie gibt neue Aufschlüsse zu Tartinis Verwendung der Formeln des *terzo suono* in seiner Unterrichtstätigkeit. In Anbetracht der Schlüsselrolle des *terzo suono* bei Tartini kann angenommen werden, dass es sich bei der *Regola* um elementares Grundwissen handelte, das er seinen Schülern in der ersten Unterrichtsphase beibrachte. Folglich müsste die *Regola* aus dem Jahr 1759 oder spätestens 1760 stammen, da Naumann im Jahr 1759 mit dem Unterricht in Padova begann. Die Notationen des *terzo suono* sind insofern wertvoll, da Tartini in der Dissertation von 1767 zwar die entsprechende Formel mathematisch genügend bespricht, jedoch fast keine Notenbeispiele hinzufügte. Die wenigen, die er notierte, sind in ihrer Oktave nicht konform mit der Oktave, die aus der Formel resultiert (vgl. Abschnitt 3.2.2). In der *Regola* sind die *terzi suoni* also eine Oktave tiefer notiert als im *Trattato* von 1754. Das Dokument *Regola* bestätigt gewissermaßen in Notenform das Umdenken zu einer anderen Formel, das bereits 1756 in der *Risposta* an Euler zu beobachten war. Die *Regola* ist ein Hinweis, dass Tartinis Formel von 1767 nicht nur ein theoretisches Konstrukt war, das aus der Notwendigkeit und unter dem Druck anderer Wissenschaftler entstand, sondern dass er seine Formel von 1767 schon Jahre vorher an seine Schüler weitergab und in die Praxis um-

¹⁵⁰ Poppe, Bemann & Magvas (2004), Sp. 928.

¹⁵¹ Petrobelli (1968), S. 7–9 und Canale (1992), S. 20.

setzte. Zudem sind alle Beispiele konsequent eine Oktave unterhalb des terzo suono von 1754 notiert. Wäre es Tartini egal gewesen, in welcher Oktave der terzo suono zu liegen kommt, hätte er kaum ein zusätzliches Basssystem eingeführt (vgl. Abb. 19).

Die ersten zwei Seiten aus Naumanns Übungsheft 2r und 2v (Abb. 19 und Abb. 20) sind von besonderem Interesse und werden im Folgenden detaillierter besprochen.

The image shows a handwritten musical manuscript page titled "Regola del terzo suono". It contains six staves of music with handwritten Italian text explaining the relationship between the "terzo suono" and the "nota grave" in various intervals. The text includes:

- Se il terzo suono è unisone alla nota grave dell'ottava, e per un si sono
- Se il terzo suono è in ottava della nota grave della quinta
- Se il terzo suono è in sesto con la nota grave della quarta
- Se il terzo suono è in quinta con la nota grave della terza maggiore
- Se il terzo suono è in quarta con la nota grave della terza minore

The bottom section is titled "Intervallo Composti" and shows intervals like Ottava, quinta, quarta, terza maggiore, and terza minore with their corresponding notes and accidentals.

Abb. 19, Ausschnitt aus Johann Gottlieb Naumanns Übungsheft, datiert zwischen 1759 und 1762, Titel: Regola del Terzo Suono, MS Add 32150, 2r. [Bild: © British Library Board].

Abschrift und Übersetzung von Tartinis Handschrift, vgl. Abb. 19:

Regel des dritten Tons	Regola del terzo Suono
ist die Oktave gegeben, ist der dritte Ton unisono zur unteren Note der Oktave, jedoch ist er nicht zu hören	data la ottava, il terzo suono è unisono alla nota grave dell'ottava, e però non si sente
ist die Quinte gegeben, liegt der dritte Ton eine Oktave unterhalb der tieferen Note der Quinte	data la quinta, il terzo suono è in ottava della nota grave della quinta
ist die Quarte gegeben, liegt der dritte Ton eine Duodezime unterhalb der tieferen Note der Quarte	data la quarta, il terzo suono è in duodecima con la nota grave della quarta
ist die große Terz gegeben, liegt der dritte Ton zwei Oktaven unterhalb der tieferen Note der großen Terz	data la terza maggiore, il terzo suono è in decima quinta con la nota grave della terza maggiore
ist die kleine Terz gegeben, liegt der dritte Ton zwei Oktaven plus eine große Terz unterhalb der tieferen Note der kleinen Terz	data la terza minore, il terzo suono è in decima settima con la nota grave della terza minore

Diese ersten fünf Zeilen (je ein erläuternder Text und das dazugehörige Notenbeispiel) stammen direkt von Tartini. Er erklärt die »Regel des dritten Tons« anhand der Oktave (1:2), Quinte (2:3), Quarte (3:4) sowie der großen und kleinen Terz (4:5 und 5:6). Auch im Unterricht bewegt sich Tartini offenbar innerhalb der Grenzen des Senarius. Intervalle aus Zahlen, die größer als 6 sind, behandelt er hier nicht. Bemerkenswert ist, dass Tartini den dritten Ton entsprechend seiner Formel von 1767 notiert, also eine Oktave tiefer als im *Trattato* von 1754. Bei den Beispielen der großen und kleinen Terzen fügt Tartini extra ein System im Bassschlüssel ein. Dies deutet darauf hin, dass es für ihn wichtig war, den terzo suono in jener Oktave zu notieren, die auch tatsächlich aus den Berechnungen resultiert. Im Gegensatz zu einigen Notenbeispielen aus der Dissertation besteht hier eine Übereinstimmung zwischen Notation und Berechnung. Tartini bietet dem Schüler ein Notenbild, das mit der Theorie übereinstimmt. In den Notensystemen mit den Beispielen der großen und kleinen Terzen notierte er beim jeweils ersten Intervall eine Art Hilfsnote (ein schwarzer Punkt oder Notenkopf), welche die Oktaven zwischen dem gespielten Zweiklang und dem dritten Ton angibt. Diese

Hilfsnote dürfte der besseren Orientierung oder zur Vermeidung von Rechenfehlern gedient haben.

Gleich unterhalb der Beispiele Tartinis folgen Ergänzungen in Naumanns Handschrift. Sie zeigen das »Verhalten« des *terzo suono* bei den Intervallen 4:5 und 5:6 und deren Komplementärintervallen 5:8 und 3:5. Dabei stehen 4:5 mit 5:8 und 5:6 mit 6:10 (3:5) in ihrer übereinander angeordneten, »konsonanten« Form (siehe auch Exkurs II: Zum Konsonanzbegriff bei Tartini). Die große Terz 4:5 erzeugt mit der kleinen Sexte 5:8 in der Übereinanderschichtung den gleichen *terzo suono*, weil alle Zahlen durch die gleiche Basis 1 miteinander verbunden sind. Die kleine Terz 5:6 und die große Sexte 6:10 erzeugen in dieser Abfolge einen *terzo suono*, der zwar die gleiche *Tonigkeit* besitzt, aber nicht in der gleichen Oktave zu liegen kommt. Dies ergibt sich automatisch aus den Zahlen, weil die Einheit von 5:6 1 ist, die Einheit von 6:10 (= die große Sexte im ungekürzten Zustand) aber 2. Somit erzeugen die beiden Intervalle einen *terzo suono*, der sich um eine Oktave unterscheidet. Offenbar ging es Naumann bei dieser Studie aber nicht primär um die korrekte Notierung der Formel, sondern darum, dass Komplementärintervalle einen harmonischen Bass (*terzo suono*) mit der gleichen *Tonigkeit* erzeugen.

Unterhalb der Übung zum Komplementärintervall sind der Schriftzug »Intervalli Consonanti« sowie Intervalle erkennbar, die sich aus dem Sextuplum erzeugen lassen, linkerhand in aufgesplitteter (und ab der Quarte transponierter) Form und rechterhand unten in der übereinandergeschichteten Form als harmonische Reihe (Oktave, Quinte, Quarte, große Terz, kleine Terz).

Auf der Seite 2^v (Abb. 20) setzen sich die Notenbeispiele in Naumanns Handschrift fort. Der oberste Abschnitt der Seite, bezeichnet mit einer 4 (links oben), zeigt als erstes die C-Dur Skala in der Form von Sukzessivintervallen. In der zweiten Hälfte dieser Notenzeile und auf den vier nachfolgenden Zeilen kombiniert Naumann Skalentöne zu Intervallen und Akkorden und ermittelt ihre *terzi suoni*. Ergeben diese den gleichen *terzo suono*, müssen die verglichenen Intervalle derselben harmonischen Reihe angehören und sind somit in Tartinis Verständnis untereinander »konsonant«. Diese Denkweise spiegelt sich auch in der siebten Notenzeile mit der Bezeichnung *intervalli consonanti* wider; alle angeführten Intervalle würden als *terzo suono* ein *c* oder *c'* erzeugen. Generell ist bei den Übungsbeispielen 4 festzustellen, dass die *Qualität* des resultierenden dritten Tons im Zentrum der Übung stand und nicht das Ziel verfolgt wurde, die Töne oktavgetreu zu notieren. Ein interessantes Detail in der obersten Notenzeile sollte diesbezüglich nicht außer Acht gelassen werden: Unterhalb der simultan gespielten Quarte sind zwei schwarze Notenköpfe notiert. Der Zusammenhang legt nahe, dass es sich bei der oberen Note nicht um einen zweiten Kombinationston, sondern lediglich um einen Hilfston handelt, der entweder der optischen Orientierung

3.3 Hinweise zu Tartinis Formeln in anderen Dokumenten

oder der Angabe des terzo suono auch in anderen Oktaven diene. Generell fällt auf dieser Seite auf, dass von der absoluten Tonlage des terzo suono bzw. von der Korrelation mit der Formel abgesehen wird. Stattdessen wird hier offensichtlich die harmonische Wirkung und Bedeutung des dritten Tons im Satzgefüge untersucht. Die Notenbeispiele ab Zeile sechs zielen nicht mehr auf das Studium des terzo suono ab.

The image shows a page from a handwritten musical manuscript. At the top, there are several staves of music with notes and clefs. Below this, there are staves with handwritten text and musical symbols. The text includes:

- Tempo stesso. Sta. insieme.*
- 5. Intervalli consonanti*
- Labels for intervals: *Quarta consonante*, *quinta consonante*, *terza ma. conson.*, *terza min. conson.*, *sesta min. conson.*, *sesta ma. conson.*
- Sistema consonante unisonante*
- A large handwritten text block: *Le Cadenze Musicali Sono tre: armonica e sia autentica arismetica, o sia plagata mesura.*
- Three examples of cadences:
 - Cadenza armonica* with musical notation and the label *microarmonica*
 - Cadenza arismetica* with musical notation and the label *mesura arismetica*
 - Cadenza mesura* with musical notation

Abb. 20, Ausschnitt aus Johann Gottlieb Naumanns Übungsheft, datiert zwischen 1759 und 1762, MS Add 32150, 2r [Bild: © British Library Board, MS Add 32150].

Exkurs II: Zum Konsonanzbegriff bei Tartini

Tartini verwendete den Begriff Konsonanz bewusst in einem anderen Sinn als die meisten seiner Zeitgenossen.¹⁵² In der Tartinischen Auffassung sind Intervalle dann konsonant, wenn sie in ihrem harmonischen Kontext entweder einem harmonischen oder arithmetischen Sextuplum angehören.¹⁵³ Alfred Rubeli, der Tartinis Traktat in die deutsche Sprache übersetzte, erklärt hierzu:

Zur Bestimmung der Konsonanz oder Dissonanz eines Intervalles muß man demnach erst den harmonischen Zusammenhang kennen, mit anderen Worten, man muß wissen, welches Sextuplum – (welche Dur- oder Mollharmonie) – als gegeben vorauszusetzen ist.¹⁵⁴

Gemäß Tartinis Konzept können demnach beispielsweise eine Quinte 2:3 oder eine Quarte 3:4 in der Abhängigkeit ihres harmonischen Kontexts entweder konsonant oder dissonant sein.¹⁵⁵ Eine kleine Sexte 5:8 jedoch kann nie konsonant sein, weil sie außerhalb des Sextuplums liegt. Die Oktave bildet für Tartini eine Ausnahme innerhalb der Intervalle des Sextuplums. Sie kann selbst im dissonanten Umfeld nie wirklich dissonant wirken.¹⁵⁶

Zudem unterscheidet Tartini unter den konsonanten Intervallen zwischen vollkommenen oder unvollkommenen.¹⁵⁷ Als vollkommen bezeichnet er ein Intervall dann, wenn es in Bezug auf seine auf den harmonischen Kreis basierenden Tonreihen bestimmte Kriterien erfüllt.¹⁵⁸ Vollkommene Intervalle

¹⁵² Rubeli (1966), S. 204.

¹⁵³ op. cit., S. 138 und 168–220. — Tartini [ca. 1764–1770] (1977), S. 22: »Rimane a verificare l'altra parte ed è quai siano i numeri consonanti. Nella musica attuale cinque sono le ragioni consonanti: dupla, sesquialtera, sesquiterza, sesquiquarta e sesquiquinta. Due sono le serie di questa consonante armonia in genere: l'armonica espressa dalle frazioni in armonica proporzione e serie 1 : 1/2 : 1/3 : 1/4 : 1/5 : 1/6, e dal numero 60 : 30 : 20 : 15 : 12 : 10 = 1 : 1/2 : 1/3 : 1/4 : 1/5 : 1/6 e questa praticamente si chiama del modo maggiore: l'aritmica espressa dal numero in aritmica proporzione e serie 1:2:3:4:5:6 e questa praticamente si chiama del modo minore.«

¹⁵⁴ Rubeli (1966), S. 205f. Originalzitat in Tartini (1754), S. 85: »Dunque lo stesso identico intervallo è consonante, e dissonante secondo il diverso rispetto di tutta l'armonia. Dunque per determinarlo o consonante, o dissonante bisogna supporre tutta l'armonia. Ma questa è la sestupla.«

¹⁵⁵ Tartini (1754), S. 75f.

¹⁵⁶ Rubeli (1966), S. 167, 171, 185. — Tartini (1754), S. 62: »Dunque se ben sia impossibile cosa, che la ragion dupla dell'armonico sistema in qualunque modo possa diventar dissonanze attuale, nondimeno è chiara la disconvenienza, quando si disponga nella stessa proporzione, da cui procedono le dissonanze attuali.«

¹⁵⁷ Rubeli (1966), S. 206–212. — Tartini (1754), S. 85–88.

¹⁵⁸ Tartini (1754), S. 85ff. Die Tonreihen, auf die sich Tartini bezieht, sind als »musikalische Beispiele« (*esempi musicali*) im Anhang des Traktats abgedruckt (siehe Figura VII).

haben die Eigenschaft, dass sie in den Reihen 2 und 3 (»esempio musicale« 2 und 3, Fig. VII) als harmonisches Mittel aufgefasst werden können.¹⁵⁹ Gleichzeitig weisen die betreffenden Töne, vertikal verglichen, in beiden Reihen dieselbe Tonqualität auf. Dies ist für die Quinte, für die große Terz und die Oktave der Fall, wobei die Oktave gemäß Tartini als »potentielles Prinzip des harmonischen Systems« (*principio potenziale dell'armonico sistema*) ohnehin einen Sonderstatus einnimmt und nicht nur ein »konsonantes, vollkommenes Verhältnis« (*ragione consonante perfetta*), sondern das »vollkommene« (*perfettissima*) darstellt.¹⁶⁰ Diese Unterscheidung legt nahe, dass Tartini Intervalle nicht nur als vollkommen oder unvollkommen kategorisiert, sondern graduelle Abstufungen bezüglich der Schwingungsverhältnisse annimmt. Unvollkommen sind Intervalle dann, wenn sie von »doppelter Natur« (*doppia natura*) sind. In diese Kategorie fallen für Tartini Intervalle, die in der Reihe 2 (harmonische Reihe) als harmonisches Mittel auftreten, in der Reihe 3 (*avanzzi, complementi del diametro*)¹⁶¹ hingegen, als arithmetisches Mittel aufzufassen sind. Dass die betreffenden Töne in den beiden Reihen unterschiedliche Tonqualitäten aufweisen, verwendet Tartini als weiteres Argument, dass sie als »unvollkommene Intervalle« (*ragioni consonanti imperfetti*) zu verstehen sind. Als Beispiele gibt er die Quarte und die kleine Terz an.¹⁶²

Im Durmodus können die Konsonanzen folglich auch daran erkannt werden, dass der aus ihnen resultierende terzo suono der gleichen Tonigkeit angehört wie die Tonika der Tonart. Ist das Intervall konsonant, so ist der terzo suono auch gleichzeitig basso armonico. Hierzu stellt Tartini die Bedingung, dass ihr gekürztes Intervallverhältnis aus den Zahlen 1 bis 6 bestehen müsse.¹⁶³ Beim Mollmodus hingegen stellt Tartini fest, dass dessen Konsonanzen nicht über den dritten Ton bestimmt werden können:

¹⁵⁹ op. cit., S. 68ff. Vgl. auch Figura VII im Anhang von Tartinis Traktat.

¹⁶⁰ Rubeli (1966) S. 206. — Tartini (1754), S. 85: »La dupla, o sia ottava, è principio potenziale dell'armonico sistema, ed è *a priori*. Dunque è la perfettissima di tutte le ragioni consonanti. La sesquialtera, o sia quinta, è il principio attuale del sistema armonico, di cui è la ragione determinante. La quinta dunque sarà perfettissima ragione consonante, ed avrà maggior forza fisica della ottava.«

¹⁶¹ Die Zahlen bzw. Töne der Reihe 3 ergeben sich aus den Ergänzungen (*complementi*) der Reihe 2 zum Durchmesser des Kreises (*diametro*). Für die Reihe 2 verwendet Tartini die Werte 60, 30, 20, 15, 12, 10, was 1, 1:2, 1:3, 1:4, 1:5 und 1:6 entspricht. Für die Reihe 3 nennt Tartini die Zahlen 30, 40, 45, 48, 50, was in Bezug auf den Durchmesser 60 den Verhältnissen 1:2, 2:3, 3:4, 4:5 und 5:6 entspricht. Vgl. Tartini (1754), S. 68.

¹⁶² Rubeli (1966), S. 206f. — Tartini (1754), S. 85f.

¹⁶³ Rubeli (1966), S. 170: »[...] wird man erkennen, daß der musikalische Begriff »konsonant« dem mathematischen Begriff »harmonisch« entspricht, wobei die Grenzen dieser Begriffe, wie bewiesen wurde, durch das Sextuplum abgesteckt sind.«

»Der konsonante Mollmodus, welcher der arithmetische [Modus] (im praktischen Sinne der kleinen Terz) ist, ist nicht nur, sondern kann nicht über den dritten Ton = 1 als konsonant bestimmt werden, wie es beim Durmodus der Fall ist, weil vom System des Mollmodus nicht nur einer, sondern vier dritte Töne zwischen ihren Teilern resultieren. Wenn folglich diese gleichermaßen hörbar wären wie die gegebenen Töne, aus denen sie resultieren, würde die konsonante Harmonie des Mollmodus dissonant und könnte sich in keiner Weise in der gegenwärtigen Musik entfalten.«

»Il modo minor consonante ch'è Paritmetico (praticamente di terza minore) non solamente non è, né può esser determinato consonante dal terzo suono = 1, come lo è il modo maggiore, ma dal sistema del modo minore risultando non uno, ma quattro terzi suoni tra loro diversi, ne viene che se questi fossero sensibili egualmente che i dati suoni, dai quali risultano, la consonante armonia del modo minore diverrebbe dissonante, né in guisa veruna potrebbe aver luogo nella musica attuale.«

[TARTINI [ca. 1764–1770] 1977, *Scienza platonica*, S. 23]

Dennoch kultiviert Tartini – auch wenn es aufgrund seiner stellenweise dogmatischen Aussagen anders zu erwarten wäre – im Bezug auf seine eigenen Formulierungen eine gewisse Inkonsequenz. Auch im *Übungsheft von Naumann* ist Widersprüchliches zu den obigen Aussagen zu finden: Wie soeben behandelt, erwähnt Tartini im *Trattato* mehrmals, dass für ihn die Intervallattribute konsonant oder dissonant nur im harmonischen Kontext sinnvoll wären und dass es ein Fehler sei, Intervalle in ihrer isolierten Form auf Konsonanz zu beurteilen.¹⁶⁴ In der Annahme, dass vermutlich alle Notizen Naumanns von Tartini kontrolliert wurden, mutet es seltsam an, dass unter den in Abb. 20, Punkt 5 aufgeführten »intervalli consonanti« plötzlich auch die *sesta minore* 5:8 »consonante« sein darf, obwohl sie erstens das Sextuplum sprengt und zweitens nicht mit Tartinis Konsonanzbegriff übereinstimmt. Interessant ist auch die darauffolgende Abbildung der harmonischen Reihe mit der Bezeichnung *Sistema consonante universale*, obwohl diese harmonische Reihe nur bis zum 6. Ton geführt wird. Tartini könnte damit die universelle Anwendung des Sextuplums gemeint haben, andernfalls wirken die beiden Eigenschaften »universell« und »begrenzt durch das Sextuplum« widersprüchlich.

¹⁶⁴ Tartini (1754), S. 85: »Dunque lo stesso indentico intervallo è consonante, e dissonante secondo il diverso rispetto di tutta l'armonia. Dunque per determinarlo o consonante, o dissonante bisogna supporre tutta l'armonia. Ma questa è la sestupla. Dunque l'errore è nella pratica, la verità è nel presente sistema.« — Rubeli (1966), S. 205f. — Tartini (1754), S. 65: »[...] bisogna [...] corregger la idea delle consonanze concepite fin'ora (come si è detto sopra) ciascuna da se, come elemento primo, e indipendente dall'altro [...]«.

3.4 Der dritte Ton und die Koinzidenztheorie

Obwohl sich Tartini primär nicht die Aufgabe stellte, physikalische Erklärungsmodelle für den terzo suono zu entwickeln, machte er sich dennoch Gedanken zur möglichen Entstehungsweise und dem Ursprung dieses Phänomens. Da er den dritten Ton unabhängig sowohl bei unterschiedlichen Instrumenten wie auch bei Sängern feststellen konnte, folgerte er, dass der dritte Ton in der Luft entstehen müsse und nicht im Instrument oder im Gehör: Stoßen zwei von den Tönen bewegte, pulsierende Luftmassen zusammen, entsteht der terzo suono.

»Wenn sich der Hörer in der Mitte zwischen beiden Spielern positioniert, wird er diesen dritten Ton viel stärker hören, als wenn er sich nahe bei einem der beiden Spieler aufhält: dies ist ein offensichtlicher, physikalischer Hinweis auf die Ursache des dritten Tones, welcher der Zusammenprall der beiden betreffenden Luftvolumina ist, angeregt durch die Schwingungen der zwei gespielten Saiten.«

»[...] wenn dieses [Phänomen] nicht von der Beschaffenheit des Klangkörpers abhängt, ohne den es keinen Klang gibt, in dem die zwei schwingenden Luftmassen der zwei Klangkörper gegenseitig aufeinander einwirken, und in dem die Aktion und Reaktion der beiden Massen physikalisch in einem dritten Glied aufgehen, das der dritte Ton in der Luft ist, als Ausgleich der Kraft, Resistenz, Elastizität, Gestalt, Masse, Erschütterung etc.? Ist es also ein Phänomen speziell von der Musik oder universell von der Natur der Luft [...] ?«

»L'uditore posto nel mezzo rispettivo de'due suonatori sentirà molto più questo terzo suono, che vicino a ciascuno de'due suonatori: segno fisico evidente della cagione del terzo suono, ch'è l'urto de'due rispettivi volumi d'aria mossi dalle vibrazioni delle due corde suonate.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 14]

»[...] se questo non dipende altrimenti dalla essenza del dato corpo sonoro, senza di cui non vi è suono, in cui agiscono tra loro le due porzioni d'aria mosse dai due dati corpi sonori, ed in cui l'azione, e reazione delle due porzioni si risolve fisicamente in un terzo termine ch'è l'aereo terzo suono, a ragguaglio di forza, resistenza, elasticità, figura, massa, tremori ec.? E' dunque un fenomeno particolare della musica, o universale dell'aerea natura [...] ?«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 35]

Das Bild, welches Tartini hier von der Entstehungsweise des terzo suono vermittelt, ist bereits implizit in früheren Erklärungen für die Konsonanzempfindung enthalten. Daniel Muzzolini zeigt in seiner Dissertation *Genealogie der Klangfarbe* auf, wie sich ausgehend von Isaac Beecman (1588–1637) eine Konsonanztheorie bildete, deren Kerngedanke die Koinzidenzen periodischer Impulsfolgen (zweier Töne) sind und die als Koinzidenztheorie be-

zeichnet wird.¹⁶⁵ Beeckman nannte den Schwingungsimpuls *ictus* (lat. Schlag, Stoß). Sowohl die Begriffe Schläge oder Stöße, als auch Beeckmans Grundgedanken fanden Eingang in die Überlegungen anderer Gelehrter (Marin Mersenne, René Descartes, Euler u. a.). Außerdem zeigt sich eine Auffassung, die mit derjenigen Beeckmans kompatibel ist, in den Dialogen von Galileo Galileis *Discorsi e dimostrazioni matematiche* (1638), in denen drei Gesprächspartner zu Worte kommen (Saluiati, Sagredo und Simplicio):

»[SALUIATI:] Konsonant und als angenehm erlebt werden jene Klangpaare, die mit einer gewissen Ordnung auf das Trommelfell stoßen; diese Ordnung sucht zuerst, dass die Stöße, die darinnen gleichzeitig gemacht werden, in ihrer Zahl kommensurabel seien, sodass der Knorpel des Trommelfells nicht in ständiger Qual sein muss, sich auf zwei verschiedene Weisen zu bewegen, um mitzuschwingen und den immer diskordanten Schlägen zu gehorchen [wie es bei den Dissonanzen der Fall ist].«

»[SALUIATI:] Consonanti, e con diletto ricevute saranno quelle coppie di suoni, che verranno à percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual'ordine ricerca prima, che le percosse fatte dentro all'istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non habbia à star'in un perpetuo tormento d'inflattersi in due diverse maniere per acconsentire, & ubbidire alle sempre discordi battiture.«

[GALILEI 1638, *Discorsi e dimostrazioni matematiche*, S. 104]

In der sechs Jahre später erschienenen *Cogitata physico-mathematica* von Mersenne ist bemerkenswert, dass die »Hörnerven« in die Überlegung miteinbezogen werden:

»Das Erfassen der Konsonanzen oder der zusammenklingenden Stimmen ist nichts anderes als die Vergleichung (Verhältnisbestimmung) zweier oder mehrerer verschiedener Bewegungen, die zur gleichen Zeit den Hörnerv erregen.«

»Consonantiarum, vel sonorum consonorum perceptio nil est aliud quam duorum vel plurium motuum diversorum collatio, qui eodem tempore nervum auditorium afficiunt.«

[MERSENNE 1644, *Cogitata physico-mathematica*, S. 262]

(Übersetzung von Martin Vogel)¹⁶⁶

¹⁶⁵ Muzzolini (2004), S. 104–107. Siehe auch Isaac Beeckman, *Journal tenu par Isaac Beeckman, de 1604 à 1634* [1604–1634], La Haye 1939.

¹⁶⁶ Vogel (1991), S. 85.

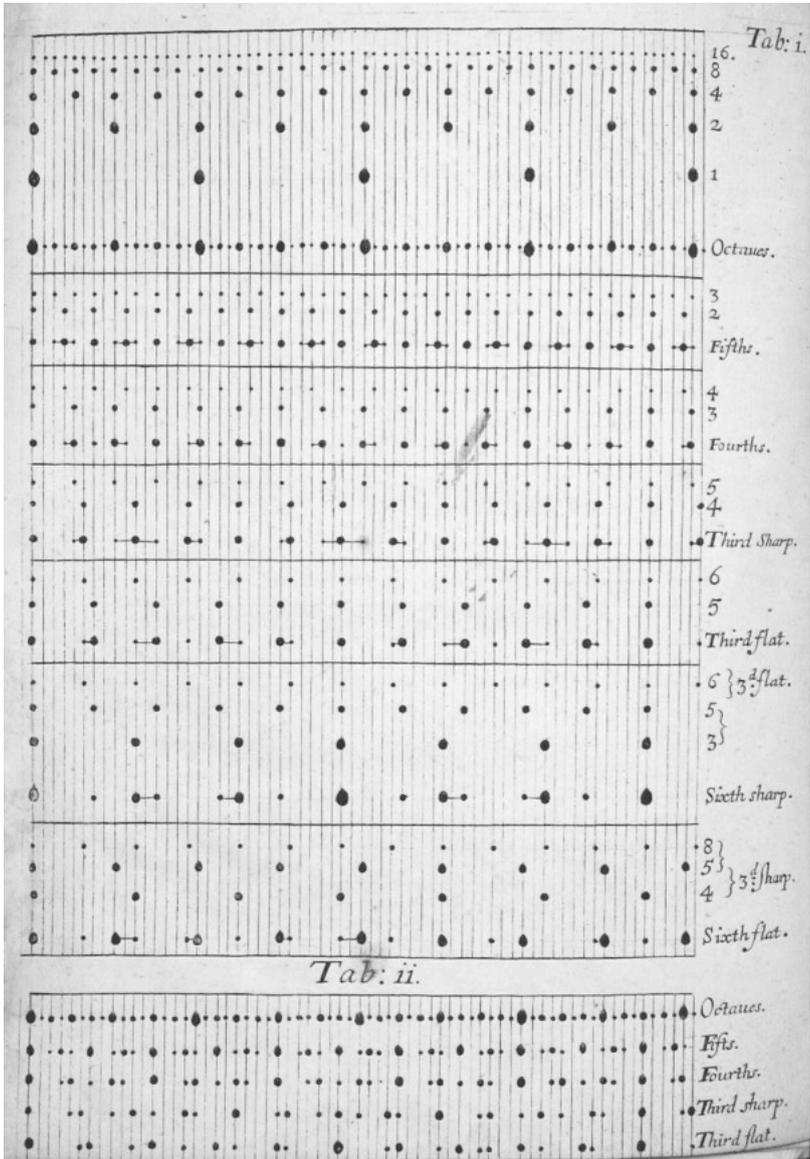


Abb. 21, Francis North (1677) studierte die Impulsmuster, die sich aus den Tonbeziehungen 1:2:4:8:16 (Oktaven), 2:3 (Quinte), 3:4 (Quarte), 4:5 (große Terz), 5:6 (kleine Terz), 3:5 (große Sexte) und 5:8 (kleine Sexte) ergeben (von oben nach unten). Zuunterst werden die resultierenden Koinzidenzmuster untereinander verglichen [Quelle: NORTH 1677, S. 2. Bild: © Whipple Library, University of Cambridge].

Aus dem Jahr 1677 stammt eine Abbildung von Francis North, die eine Übersicht der Koinzidenzmuster einiger konsonanter Intervalle enthält (Abb. 21).¹⁶⁷

Ungefähr sechzig Jahre nach North war es Tartinis Zeitgenosse Euler, der zur Veranschaulichung seiner Konsonanztheorie Koinzidenzmuster einsetzte.

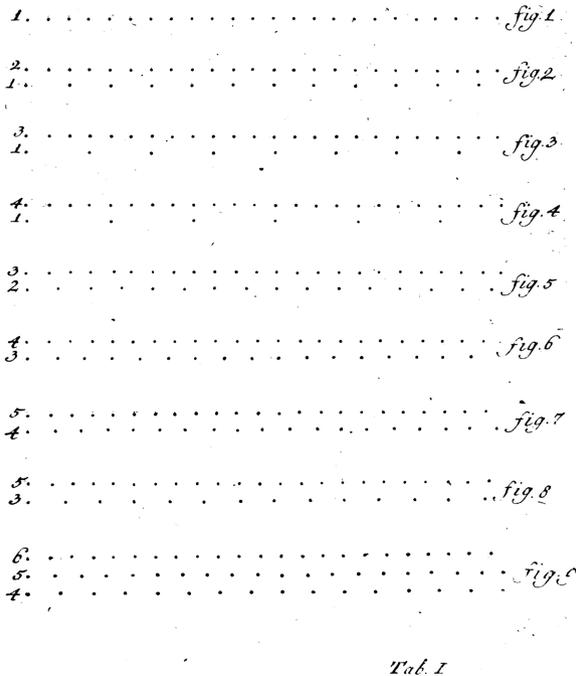


Abb. 22, Leonhard Euler. Punktreihen von Tönen, deren Schwingungen in einem einfachen Zahlenverhältnis zueinander stehen. Die Häufigkeit der Koinzidenzen sind ein Zeichen von Konsonanz [Quelle: EULER 1739, Tab. I, folgt auf S. 36].

¹⁶⁷ Francis North, *A Philosophical Essay of Musick. Directed to a Friend*, London 1677, S. 2. Vgl. auch Jamie Croy Kassler, *The beginnings of modern philosophy of music in England. Francis North's A philosophical essay of musick (1677) with comments of Isaac Newton, Roger North and in the Philosophical Transactions*, Aldershot 2004, S. 137 und Penelope Gouk, *Music, science, and natural magic in seventeenth-century England*, New Haven, Conn. u. a. 1999, S. 211. Die Abbildung ist online verfügbar bei der Whipple Library, University of Cambridge, die über das Copyright verfügt: <<http://www.hps.cam.ac.uk/library/universalharmony/bacon.html>> (abgerufen am 19.07.2014).

Die Beschreibungen des Konsonanzphänomens durch Beeckman, Galilei, Mersenne und Euler weisen Parallelen zu Tartinis »Zusammenprall der Luftvolumen« auf. Gemäß Tartini führt die Kommensurabilität¹⁶⁸ der Schwingungen aber nicht *nur* zu einer Konsonanzempfindung – so wie Galilei, Mersenne und Euler es auffassen –, sondern durch die Koinzidenzen der Impulse entstände die Empfindung eines zusätzlichen, dritten Tons. Dieselbe physikalische Deutung des dritten Tons findet sich ein halbes Jahrhundert später beim Akustiker Chladni und beim Mathematiker Jean-Baptiste Biot wieder.¹⁶⁹ Beide verwenden Punktreihen zur Veranschaulichung von Koinzidenzen der Schwingungsimpulse (vgl. auch Abschnitt 4.5). Im Gegensatz zu Tartini vermuten Biot und Chladni den Ursprung des dritten Tons jedoch auf Gehörebene und nicht in der Luft.¹⁷⁰

Die früheren Erklärungstheorien für Konsonanz (Beeckman, Galilei, Mersenne, Euler) und die darauf aufbauenden Theorien für den dritten Ton (Tartini, Euler¹⁷¹, Chladni, Biot) haben eine gemeinsame Grundidee: Die Schwingungsimpulse von ganzzahligen einfachen Proportionen koinzidieren in periodisch wiederkehrenden Zeitabständen. Für Tartini, Euler, Chladni und Biot erklärt die Koinzidenztheorie also nicht nur die Konsonanz von Intervallen, sondern auch das Auftreten eines zusätzlichen dritten Tons.

Auch Romieu, der 1752 den Artikel *Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves*¹⁷² publizierte, argumentiert im Sinne der Koinzidenztheorie. Wie auch

¹⁶⁸ Vogel (1991), S. 94: »Wie Mersenne, Leibniz und Euler kam auch Christiaan Huygens (1629–1695) durch seine Konsonanzauffassung dazu, sich mit der Sieben auseinander zu setzen. Er vertritt die Lehre von der Kommensurabilität. Ein Intervall sei um so konsonanter, je häufiger die Schwingungen der Töne zusammentreffen.«

¹⁶⁹ Ernst Florens Friedrich Chladni, *Akustik* [1802], Leipzig 1830, S. 163. — Ernst Florens Friedrich Chladni, *Traité d'Acoustique*, Paris 1809, S. 252. — Jean Baptiste Biot, »De la production et de la propagation du son«, in: *Traité de Physique experimental & mathématique*, Paris 1816, S. 48.

¹⁷⁰ Biot (1816), S. 48. — Ernst Florens Friedrich Chladni, »Ueber die Nachtheile der Stimmung in ganz reinen Quinten und Quartan, nebst noch einigen, ältere und neuere Musik betreffenden, Bemerkungen«, in: *Cäcilia, eine Zeitschrift für die musikalische Welt*, Band 5, 1826, S. 281.

¹⁷¹ Vgl. Abschnitt 3.3.2.

¹⁷² Romieu (1752), S. 81: Wichtig für Romieu war die Differenzierung zwischen *battemens* und *sons harmoniques graves*. Er unterscheidet drei verschiedene Fälle von Interferenzphänomenen: 1. Fall – *Battemens*, die man bis zu zehn Mal pro Sekunde noch als *battement* (Schwebung) wahrnehmen kann (S. 81f.). 2. Fall – man hört kein *battement* mehr, aber es sind auch zu wenige »Zusammentreffen der Schwingungen« (*rencontres des vibrations*), als dass daraus die Empfindung eines Tons resultieren würde. (Diese Beschreibung trifft auf das heutige Verständnis von »Rauigkeit« zu.) 3. Fall – »[...] das Zusammentreffen der Schwingungen erfolgt mit einer ausreichend starken Frequenz, sodass

Tartini nimmt er an, dass der wahrgenommene dritte Ton seinen Ursprung im Medium Luft haben müsse:

»Es war interessant für die Theorie der Harmonie, die tiefen harmonischen [Töne] in der Natur & ohne die Beihilfe der Kunst erscheinen zu sehen: Die Beobachtungen, die ich schildern werde, bestätigen ihre Existenz in den Akkorden & üben folglich eine gesamtheitliche Wirkung auf die tiefen harmonischen Partikel der Luft aus.«

»Il étoit intéressant pour la théorie de l'Harmonie, qu'on vit paroître dans la nature & sans le secours de l'art, les harmoniques graves: Les expériences que je vais rapporter, constatent leur existence dans les Accords, & y établissent conséquemment une action totale sur les Particules harmoniques graves de l'air.«

[ROMIEU 1752, *Nouvelle Découverte*, S. 79]

»[...] Schläge auf die Luft & consequenterweise auf das Gehörorgan, die den gleichen Eindruck erwecken als dieser eines Tons, der UT [Do] entspricht.«

»[...] coups sur l'air, & consequemment sur l'organe de l'ouïe, qui feront la même impression que celle d'un Son qui est à l'UT.«

[ROMIEU 1752, *Nouvelle Découverte*, S. 83]

Sowohl bei Romieu (1752) als auch bei Tartini (1754) finden sich in den besagten Publikationen keine Referenzen zu bestimmten Akustikern. Es ist unklar, ob beide ihre Theorien aus eigener geistiger Auseinandersetzung oder in Zusammenarbeit mit anderen Gelehrten entwickelt haben. Nennenswert ist der Umstand, dass nicht nur Tartini, sondern auch Galilei in Padova lebte und wirkte. In *De Principj* stellt Tartini den Bezug her zwischen seiner physikalischen Anschauung zum terzo suono und Galileis Errungenschaften im Gebiet der Akustik:

»[...] in diesem Prinzip des Autors [Tartini] finden sich hauptsächlich ihre physikalischen Entdeckungen aus der Zeit des berühmten Galilei vereint und gesammelt bis in die Gegenwart [...].«

»[...] in questo principio dell'autore si trovano essenzialmente congiunte, e raccolte le loro fisiche scoperte dal tempo del famoso Galilei fin'al presente [...].«

TARTINI 1767, *De principj*, S. 83

sich daraus die Empfindung eines schwachen Tons einstellt; vorausgesetzt er ist nicht allzu tief [...].« (S. 82f).

In seiner Dissertation beruft sich Tartini auf Eulers Koinzidenztheorie und schlägt den Bogen von seiner Formel des terzo suono zu Eulers Konsonanzgradberechnung:

»Es handelt sich um den dritten Ton, in dem sich bewahrheitet, dass zwei oder mehrere Klangkörper durch irgendein Gesetz einen einzigen dritten Ton zu Gehör bringen. [Dieser Ton ist] immer harmonisch, entweder in der Proportion oder in der Reihe und gänzlich unabhängig von jeglicher Natur und Eigenschaft zweier gegebener Körper. Es reicht, dass sie fähig sind, zu klingen und dass sie gleichzeitig in Schwingung versetzt werden. Man wird antworten, dass dieser dritte Ton nur mit dem Element der Luft zusammenhängen kann, das elastisch ist; er [der dritte Ton] ist der physikalische Beweis der Schwingungen und Koinzidenzen, in denen sich das Prinzip der Harmonie ausdrückt, und aufgrund derer [koinzidierenden Schwingungen] dieser dritte Ton in der Luft vorkommt. Ausgezeichnet und so sei es. Im Paragraf 3 des ersten Kapitels wurde gezeigt, dass die Formel des dritten Tones die gleiche ist wie von den Vibrationen und Koinzidenzen und es ist die gleiche wie der Exponent des äußerst gelehrten Eulers.«

»Si tratta del terzo suono, in cui si verifica, che due, o più corpi per qualsia legge sonori fanno sentire un solo terzo suono sempre armonico o di proporzione, o di serie, e affatto indipendente da qualunque natura, e proprietà de'due dati corpi, bastando che siano capaci di suono, e siano posti in azione simultanea. Si risponderá che questo terzo suono non potendo riferirsi che all'elemento dell'aria come elastica, è appunto la fisica dimostrazione delle vibrazioni, e coincidenze, nelle quali si è risposto il principio dell'armonia, e per le quali si ha questo aereo terzo suono. Ottimamente, e sia così. Ma nel paragrafo 3 del primo capo si è dimostrato, che la formola del terzo suono è la stessa delle vibrazioni, e coincidenze, ed è la stessa dell'esponente del dottissimo Eulero.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 112]

Der Bezug zu Euler ist im *Trattato* noch nicht erkennbar. Es ist naheliegend, dass im Zuge des Briefverkehrs mit Euler die Koinzidenztheorie für Tartini nochmals an Relevanz gewann (vgl. Abschnitte 3.3.2 und 3.3.3).

Bemerkenswert ist, dass durch die moderne Hörtheorie eine neue Basis geschaffen wurde, die das im 18. und 19. Jahrhundert herrschende Denken in Schlägen oder Stößen (*pulsibus* oder *ictibus*) wieder leichter verständlich und zugänglicher macht. Zwischen den Periodizitätstheorien von heute und der Koinzidenztheorie von damals bestehen Parallelen, was die Vorstellung koinzidierender Impulse und der Periodizität der Signale betrifft. Im Gegensatz zu modernen Theorien berücksichtigt die Koinzidenztheorie jedoch nicht, dass Töne in der Natur meist phasenverschoben sind. Würde man

diesen Aspekt berücksichtigen, verschöben sich die Impulsketten gegeneinander. Es käme zu weniger oder gar keinen Koinzidenzen. Der gemeinsame Startpunkt der Impulsketten ist bei den Modellen von North oder Euler also Voraussetzung, ansonsten sind die mathematischen Eigenschaften der Tonbeziehung nicht mehr erkennbar.

3.5 Tartinis dritter Ton aus perzeptorischer Sicht

Theorien und Modelle, die zur Erklärung der Tonhöhenempfindung herangezogen werden, haben sich in den letzten 70 Jahren stark gewandelt. Unumstritten ist heute, dass für die Entstehung einer Tonhöhenempfindung Periodizitäten im Signal eine entscheidende Rolle spielen.¹⁷³ Akustische Untersuchungen von heute stützen die Theorie, dass die Welleninformation im Gehör sowohl örtlich (Ort des ausgelösten Nervenimpulses auf der Basilarmembran) als auch zeitlich (*Spikes* zwischen den einzelnen Nervenimpulsen) verarbeitet wird.¹⁷⁴ Aus der örtlichen und zeitlichen Information kann das

¹⁷³ Gerald Langner, »Die zeitliche Verarbeitung periodischer Signale im Hörsystem: Neuronale Repräsentation von Tonhöhe, Klang und Harmonizität«, in: *Zeitschrift für Audiologie*, Band 46, Heft 1, 2007, S. 10: »Die Tonhöhe ist eine fundamentale Eigenschaft von harmonischen oder periodischen Schallsignalen. Der Begriff ›periodisch‹ weist auf ihre regelmäßige Wellenform hin, der Begriff ›harmonisch‹ auf ihren spektralen Aufbau aus Grundfrequenz und ganzzahligen Vielfachen dieser Frequenz, den sogenannten Obertönen.« — Christopher J. Plack & Andrew J. Oxenham, »Overview: The Present and Future of Pitch«, in: *Pitch. Neural Coding and Perception*, hrsg. von Christopher J. Plack, Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay und Arthur N. Popper, New York 2005, S. 48: »[...] the auditory system is extremely sensitive to stimulus regularity. [...] pitch is not a simple function of waveform repetition rate or of harmonic spacing.« — Alain de Cheveigné, »Pitch perception models«, in: *Pitch. Neural Coding and Perception*, hrsg. von Christopher J. Plack, Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay und Arthur N. Popper, New York 2005. — Hesse (1972), S. 86: »Periodisch wiederkehrende Zeitintervalle in der durch den Schallreiz ausgelösten Nervenimpulsfolge sind die Grundlage der Tonhöhenempfindung.«, S. 98: »Die Basis der Tonhöhenbeurteilung wäre dann also das Zeitintervall zwischen zwei Impulsgruppen.«, S. 163: »Wenn außer der Grundperiode des Schallvorganges auch die Mikrogliederung sehr gleichmäßig ausgebildet ist, so treten in regelmäßiger Folge weitere Zeitstrecken im Nervenimpulsmuster auf, die im ›Autokorrelator‹ ausgemessen werden und deren Wahrnehmungskorrelate bei einiger Aufmerksamkeit als Obertöne oder Formanttonhöhen aus dem Gesamtklang herausgehört werden können.«

¹⁷⁴ Yost (2007), S. 134ff., 229ff. — Peter Cariani & Bertrand Delgutte, »Neural Correlates of the Pitch of Complex Tones. I. Pitch and Pitch Saliency, II. Pitch Shift, Pitch Ambiguity, Phase Invariance, Pitch Circularity, Rate Pitch, and the Dominance Region for Pitch«, in: *Journal of neurophysiology*, Band 76, Heft 3, 1996. — William S. Rhode, »Interspike intervals as correlate of periodicity pitch in cat cochlear nucleus«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 97, Heft 4, 1995. — G. L. Romani, S. J. Williamson & L. Kaufmann, »Tonotopic organization of the human auditory cortex«, in: *Science*, Band 216, Heft 1339–1340, 1982.

Gehirn aufgrund von Autokorrelationsmechanismen Periodizitäten erkennen, die sich in Form von Tonhöhenempfindungen manifestieren.¹⁷⁵

Diese neuen Erkenntnisse werfen ein neues Licht auf die Erklärungstheorien der Kombinationstöne. Der dritte Ton, wie ihn beispielsweise Romieu oder Tartini beschreiben, fällt aus phänomenologischer Perspektive mit den akustischen Fachbegriffen Residualton¹⁷⁶ oder Periodikton zusammen (vgl. auch Abschnitt 6.5). Über die Wahrnehmung allein lassen sich diese neuronalen Kombinationstöne nicht von Kombinationstönen unterscheiden, die durch die Nichtlinearität des Innenohrs entstehen.¹⁷⁷ Nach den heftigen Diskussionen, die aufgrund der revolutionären Hörtheorie von Helmholtz stattfanden (u. a. in Bezug auf die Kombinationstöne), entstand mit Jan Frederik Schoutens Untersuchungen zum Residualton (1940)¹⁷⁸ eine neue theoretische Basis, die dritten Töne auf neuronaler Ebene erklären zu können. Dadurch erhalten die oft falsch geglaubten Formeln von Romieu, Tartini oder Serre neuen Rückhalt.

Ergebnissen aus der Psychoakustik zufolge steht Tartinis Formel von 1754 gegenüber derjenigen von 1767 im Vorteil; der 1754 beschriebene dritte Ton liegt eine Oktave höher als jener von 1767. Generell gilt, dass tiefe Töne deutlich mehr Intensität besitzen müssen, um in der gleichen Lautstärke wahrgenommen zu werden als Töne in mittlerer oder hoher Lage. In Hörbereichen, die tiefer als 100 Hz liegen, wird die Tonhöhenempfindung schwierig oder gar unmöglich. Michelangelo Abbado (Geiger und Komponist) setz-

¹⁷⁵ Christopher J. Plack, Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay & Arthur N. Popper, *Pitch. Neural Coding and Perception* (= Springer handbook of auditory research, New York 2005; Enrique A. Lopez-Poveda, Alan R. Palmer & Ray Meddis, *The Neurophysiological Bases of Auditory Perception* 2010).

¹⁷⁶ Für eine mögliche Definition des Residualtons siehe z. B. Brian C. J. Moore, *An introduction to the Psychology of Hearing*, UK 2012, S. 429: »Residue pitch: Also known as virtual pitch, low pitch, and periodicity pitch. The low pitch [is] heard when a group of partials is perceived as a coherent whole. For a harmonic complex tone, the residue pitch is usually close to the pitch of the fundamental component, but that component does not have to be present for a residue pitch to be heard.« Die Bezeichnung »residue« geht auf Schouten zurück: Jan Frederik Schouten, »The perception of pitch«, in: *Philips Technical Review*, Band 4, 1940a, S. 290. — Jan Frederik Schouten, »The residue, a new component in subjective sound analysis«, in: *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Band 43, 1940b, S. 359.

¹⁷⁷ Um diese Phänomene trennen bzw. unterschiedlichen Ursprüngen zuordnen zu können, wäre ein psychoakustisches Forschungsunternehmen nötig, das diese Problematik auch hinsichtlich musikalischer Klänge untersucht.

¹⁷⁸ Schouten (1940b); siehe auch Jan Frederik Schouten, »The perception of subjective tones«, in: *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Band 41, 1938.

te die Grenze für die Wahrnehmung der *suoni concomitanti*¹⁷⁹ bei 32 Hz, darunter existierten sie nur noch »virtuell«.¹⁸⁰ Nimmt man an, dass es sich beim terzo suono von 1767 um einen Residualton handelt, so wird sein Existenzbereich der wahrgenommenen Tonhöhe heute mit 50 bis 1.400 Hz angegeben.¹⁸¹

Tartinis terzo suono von 1754 liegt eine Oktave höher als jener von 1767 und fällt dadurch in den meisten Fällen in einen günstigeren Hörbereich. In tieferen Tonlagen hat das Gehör eher Schwierigkeiten eindeutig zu bestimmen, in welcher Oktave der Ton liegt. Dass Tartini mit der Formel und seiner eigenen Hörwahrnehmung haderte, wurde bereits in zwei Zitaten festgehalten (siehe Abschnitt 3.3.1). Abb. 23 illustriert, dass das Potential für Oktavverwechslungen mit zunehmender Tiefe der Intervalllage erhöht wird. Bei den zwei unterschiedlichen Fällen werden die meisten Personen das identische f hören, obwohl das Intervall um eine Oktave nach unten verschoben wurde. Der Kombinationston mit ~92 Hz ist aufgrund seiner Tiefe sehr schwach und wird von der oberen Oktave bei ~183 Hz maskiert.

¹⁷⁹ Wörtlich übersetzt bedeuten »suoni concomitanti« »Begleittöne« oder »Nebentöne«. Abbado verwendet diese Bezeichnung aber nicht nur für Obertöne, die ebenfalls oft Nebentöne genannt werden, sondern auch für Kombinationstöne, vgl. Abbado (1970), S. 107, S. 109.

¹⁸⁰ op. cit., S. 136: »[...] terzi suoni che, essendo prodotti da un numero di vibrazioni semplici inferiore a 32, non risultano percepibili dall'orecchio umano, e quindi esistono solo virtualmente.« Nach der internationalen Norm der ISO (International Organization for Standardization) erstreckt sich der Hörbereich von 16 Hz bis ungefähr 20.000 Hz und wird durch eine untere Hörschwelle und eine obere Schmerzgrenze in Abhängigkeit der Lautstärke (db) begrenzt. Deutlich wahrnehmbare Tonhöhen befinden sich jedoch in einem noch begrenzteren Schallfeld.

¹⁸¹ Moore (2012), S. 224: »[...] residue pitches can be perceived for periodic sounds with repetition rate up to about 1400 Hz.«; Aus dem mathematischen Ansatz – basierend auf der Autokorrelation – gibt Martin Ebeling für die Obergrenze des Residualtons je nach vorliegender Unschärfe einen Bereich zwischen 625 und 1.250 Hz an, siehe Ebeling (2007), S. 94. — Fricke (2005), S. 146: »Die Entstehung eines Residualtones ist an bestimmte Bedingungen geknüpft, was seine Tonhöhe und die Tonhöhe der Tonkomponenten angeht, aus denen er entsteht. Die Grenzen für seinen Tonhöhenbereich (50 Hz bis 800 Hz) resultieren einerseits aus dem Tonhöhenbereich für die Grundtöne der Sprache, sind andererseits aber stark abhängig von den Teiltonkomponenten, die ihn bilden (150 bis 5.000 Hz). Daraus ergibt sich eine »existence region«, die mit verschiedenen Methoden untersucht wurde.« — Roelof J. Ritsma, »Existence region of the tonal residue. I«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 34, 1962 und Roelof J. Ritsma, »Existence region of the tonal residue. II«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 35, 1963.

3.6 Michelangelo Abbado: Terzo e quarto suono

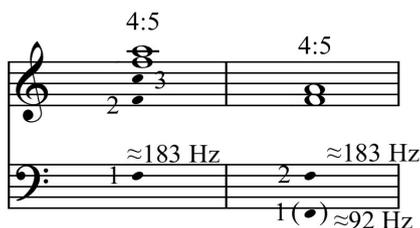


Abb. 23, Die große Terz 4:5 gespielt in unterschiedlichen Lagen mit Kombinationstönen. Im ersten Fall $f'' - a''$ liegt der Basiskombinationston (Zahl 1) in einem günstigen Hörbereich. Im zweiten Fall $f' - a'$ liegt der Basiskombinationston zu tief, um deutlich wahrgenommen zu werden. Es ist wahrscheinlich, dass stattdessen der Kombinationston mit der Proportionszahl 2 dominiert.

Aus perzeptorischer Sicht lässt sich beobachten, dass, je höher ein Intervall zu liegen kommt, desto eher die Formel von 1767 zutrifft; der Basiskombinationston dominiert durch seine prägnante Natur als Periodikton. Und vice versa, je tiefer ein Intervall zu liegen kommt, desto mehr Vorteil gewinnt die Formel von 1754 gegenüber der von 1767. Der Basiskombinationston verliert mit zunehmender Tiefe an Stärke in der Wahrnehmung bis er im Nichts verschwindet.

3.6 Michelangelo Abbado: Terzo e quarto suono

Abbado beschäftigte sich in seinen Untersuchungen mit ähnlichen Fragestellungen, wie sie dieser Arbeit zugrunde liegen. Sein Ausgangspunkt war die Frage, wie viel Tartinis terzo suono mit der modernen Theorie der Kombinationstöne zu tun hat.¹⁸² In der Synthese von geschichtlicher Recherche, systematischer Aufarbeitung, eigener Erfahrungen als Musiker und Durchführung von akustischen Experimenten entwickelte Abbado eine Theorie, die nicht nur dem dritten Ton, sondern auch einem *vierten Ton* besondere Bedeutung beimisst. Seine in den 1970er Jahren am Instituto di Fisica tecnica del Politecnico di Milano durchgeführten Versuche bestätigten seine Beobachtungen auf der Violine.¹⁸³ Zusätzlich zum terzo suono, welchen er mit dem größten gemeinsamen Teiler gleichsetzte, beobachtete er einen »quarto

¹⁸² Abbado (1965), S. 76: »Punto di partenza fu la discordanza fra gli esempi offerti dal Tartini [...] e la teoria enunciata da H. Helmholtz.«

¹⁸³ Abbado (1970).

suono« (vierter Ton),¹⁸⁴ welcher sich näher bei den Primärtönen befindet als der terzo suono.

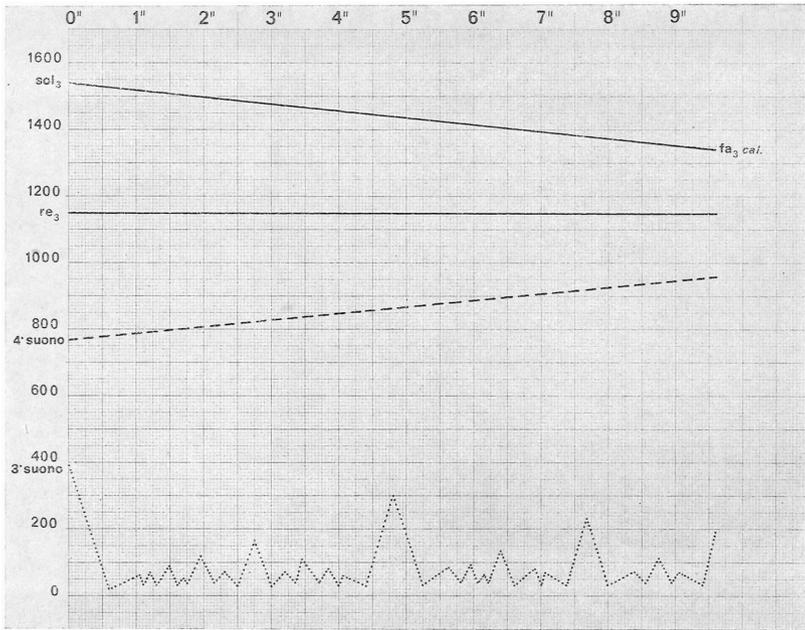


Abb. 24, Der resultierende »dritte und vierte Ton« im Tonraum zwischen der Quarte 3:4 und der septimalen Kleinterz 6:7 [Quelle: ABBADO 1970, S. 135, © Mit freundlicher Genehmigung der Società Italiana di Musicologia].

Die Analyse von Abbados Resultaten zeigt, dass sein quarto suono für Intervalle von der Prime bis zur Quinte dem Differenzton D_{21} entspricht, für Intervalle von der Quinte bis zur Oktave dem Differenzton D_{11} . Abbados Vorschlag stimmt größtenteils mit den Beobachtungen, die ich im Rahmen dieser Arbeit machen konnte, überein (siehe Abschnitt 7.3.2). Auch Max Friedrich Meyer beobachtete in seinen Experimenten Kombinationstöne, welche dem quarto suono von Abbado entsprachen.¹⁸⁵ Bei einigen Intervallen aus Meyers Versuchen wurde zusätzlich zum quarto suono ein zweiter

¹⁸⁴ op. cit., S. 109: »Si produce cioè und suono concomitante di secondo grado, che può essere denominato quarto suono.«

¹⁸⁵ Meyer-Eppler, Sendhoff & Rupprath (1959), S. 74: »Nach M. F. MEYER ergeben zwei sinusförmige Primärsignale im Frequenzverhältnis 9:13 einen Residualton der relativen Höhe 5, während ein Primärfrequenzverhältnis von 11:15 auf einen Residualton der relativen Höhe 7 führt.« — Meyer (1954a) und Meyer (1954b).

Kombinationston beobachtet.¹⁸⁶ In einigen Fällen handelt es sich um den Basiskombinationston, den Abbado terzo suono nennt. Trotz Meyers Hervorhebung, dass ein entscheidender Unterschied zwischen Helmholtz' und Tartinis Beobachtungsgrundlage in der Verwendung des Tonmaterials lag, verwendete Meyer für die Experimente Sinustöne und keine komplexen Töne. Ob er mit dieser Untersuchungsmethode tatsächlich »zum Wissen über Tartini-Töne«¹⁸⁷ beitragen konnte, ist fraglich. Dass Meyer für seinen Versuchsaufbau dennoch auf Sinusschwingungen zurückgriff, mag in der Annahme gründen, dass Phänomene, die auf Basis zweier Sinustöne beobachtet werden konnten, bei Hinzufügung von Obertönen noch deutlicher hervortreten würden.¹⁸⁸ Unter dieser Annahme wären Resultate aus Sinustonexperimenten auch auf Situationen mit komplexen harmonischen Klängen übertragbar. Violinklänge sind grundsätzlich schwierig zu untersuchen, weil sie aufgrund ständiger Fluktuationen nur schwer reproduzierbar sind.¹⁸⁹ Demnach können zwei dargebotene Sinustöne keinen auf der Violine gespielten Zweiklang ersetzen.

Der bei Abbado dargestellte Tonhöhenverlauf des terzo suono (Abb. 24) erinnert an Helmholtz' Grafiken des Rauigkeitsverlaufs (Konsonanzgradberechnungen, Abb. 25) oder an Darstellungen aus Stumpfs Untersuchungen zur Verschmelzung.¹⁹⁰ Aber auch die gemessenen Feuermuster in Axonen des Hörnervs der Katze¹⁹¹ und *Interspike Intervals (ISI)*-Histogramme,¹⁹² die für die Autokorrelationstheorie verwendet werden, weisen Ähnlichkeiten mit dem graphischen Verlauf des terzo suono von Abbado auf.

¹⁸⁶ Meyer (1954c).

¹⁸⁷ op. cit., S. 763: »As a contribution to the science of Tartini pitches I have experimented with the ratios 13:19, 12:17, 13:17, 15:19, and report below. None of them has any esthetic significance in music.«

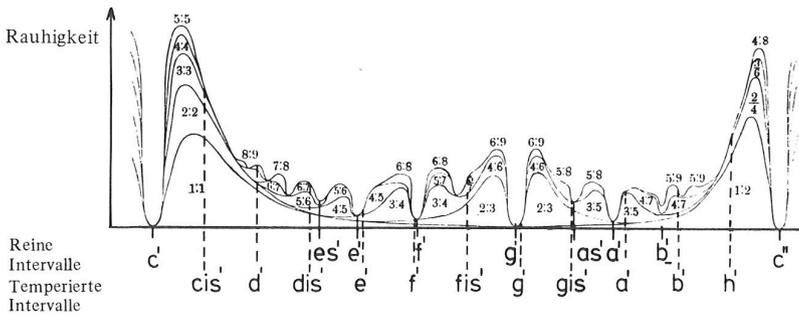
¹⁸⁸ Martin Ebeling, persönliche Mitteilung (März 2014).

¹⁸⁹ Christoph Reuter, *Der Einschwingvorgang nichtperkussiver Musikinstrumente. Auswertung physikalischer und psychoakustischer Messungen*, Frankfurt am Main, Wien u. a. 1995, S. 148 und S. 154.

¹⁹⁰ Siehe Ebeling (2007), S. 114.

¹⁹¹ op. cit., S. 72–75.

¹⁹² op. cit., S. 143–145.



Rauhigkeit² von Simultanintervallen im Bereich c'-c''.

Abb. 25, Helmholtz' Grafik zu Rauigkeitsberechnungen auf Basis von Zweiklängen einer Violine mit Ergänzungen von Wolfgang Voigt [Quelle: VOIGT 1985, S. 54. Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Orpheusverlag, Bonn].

Darstellungen von Nervenimpulsmustern, die ich von 2011 bis 2014 zusammen mit Susanne Rell erarbeitet habe, zeigen bei einzelnen komplexen Tönen mit harmonischen Obertonkomponenten ebenfalls die Merkmale dieses fraktalartigen Musters (vgl. Abb. 60 und Abb. 61).¹⁹³ Es ist interessant, dass dieses charakteristische Muster in unterschiedlichsten Zusammenhängen auftaucht. Offenbar ist es eine mathematische Konsequenz von harmonischen Klängen, die entweder auf arithmetischen oder harmonischen Reihen basieren. Martin Ebelings Koinzidenzgleichung liefert eine mathematische Erklärung für dieses Phänomen.¹⁹⁴ Anders gesagt, es scheint ein harmonikales Prinzip vorzuliegen, das in vielen musikalischen Sachverhalten wirkt und durch visuelle Darstellungen als charakteristisches Muster wiedererkennbar wird.

Der Tonhöhenverlauf des terzo suono gleicht einer fraktalen Berglandschaft (vgl. Abb. 24 und Abb. 26). Die Spitzen ragen in einen Frequenzbereich hinein, in dem Tönhöhen vom Gehör leichter gebildet werden können als im Frequenzbereich der Täler dieser Landschaft. Die Grafik suggeriert hiermit, dass der terzo suono bei Annäherung eines einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnisses aus dem Nichts auftaucht und beim sich Entfernen von einem solchen wieder in eine Art Grauzone verschwindet, die sich dem Auflösungsvermögen unseres Gehörs entzieht. Bemerkenswert ist, dass Tartini

¹⁹³ Siehe auch Angela Lohri & Susanne Rell, »Visualisation of Musical Intervals: Patterns, Fractals and Coincidences«, in: *The Journal of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS-Symmetry)*, Heft 1–2, 2012.

¹⁹⁴ Ebeling (2007), S. 125f.

im *Trattato* denselben Sachverhalt beschreibt. Bei irrationalen Schwingungsverhältnissen sei der terzo suono »unerkennbar« oder »unfassbar«, bei rationalen, einfachen Schwingungsverhältnissen nehme er eine »erkennbare« oder »fassbare« Form an.¹⁹⁵

Den quarto suono hingegen charakterisiert Abbado durch einen linearen Verlauf, der nicht von der Einfachheit oder Komplexität des Schwingungsverhältnisses abhängt (vgl. Abb. 24). Diese Eigenschaft ist nicht nur theoretischer Natur, sondern die Kontinuität in seiner Tonhöhenveränderung ist auch mit dem Gehör feststellbar (siehe hierzu Abb. 72 im Abschnitt 7.3.2). In Abb. 72 kennzeichnen die gewellten Linien (*Glissando*) die Räume, in denen Kombinationstöne kontinuierlich beobachtet werden konnten. Sehr gut zu beobachten ist dieses Phänomen im Bereich zwischen der kleinen Terz und der Quarte.

Was in Abbados Publikationen nicht diskutiert wird, ist die Tatsache, dass es zumindest für den Basiskombinationston auch eine neurophysiologische Erklärung gibt, und dieser gegenüber dem quarto suono oder anderen Kombinationstönen eine spezielle Rolle einnimmt (siehe Abschnitte 6.1 und 6.5). Das unterschiedliche Verhalten dieser Kombinationstöne, entweder graduell oder im Sinne eines Verschwindens und Auftauchens in oder aus den Grauzonen, könnte dadurch erklärt werden.

Unter Mithilfe des Mathematikers Vasileios Chatzioannou erweiterte ich Abbados Darstellung (Abb. 24) auf den Bereich einer Oktave. Die blaue horizontale Linie stellt den unteren Intervallton dar, welcher auf konstanter Tonhöhe gehalten wird. Der obere Intervallton (blaue ansteigende Linie) ändert seine Tonhöhe, links beginnend bei der Prime 1:1 bis hin zum Schwingungsverhältnis 1:2 (Oktave). Die Zusammenhänge zwischen dem terzo suono von Abbado (rot), dem Differenzton D_{11} (grün) und D_{21} (schwarz gestrichelt) werden in dieser erweiterten Darstellung besonders deutlich.¹⁹⁶

¹⁹⁵ Tartini (1754), S. 17: »In qualunque punto fisico di tal continuo si voglia fermar il dito dal suonatore, si avrà sempre il terzo suono o cognito, o incognito: voglio dire o distinguibile, o indistinguibile nella sua intonazione.« Für die deutsche Übersetzung siehe Abschnitt 2.2.

¹⁹⁶ Zur Schreibweise von Differenztönen als D_{11} oder D_{21} siehe Abschnitte 4.2.1 (Das Husmann'sche Ordnungssystem) und 4.3.

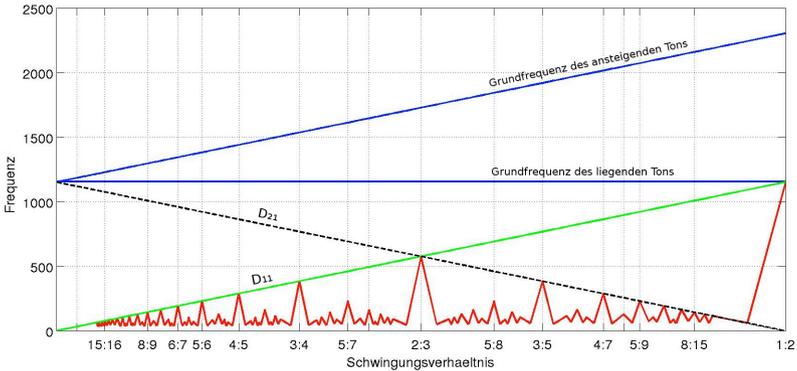


Abb. 26, Die wichtigsten Kombinationstöne für Intervalle von der Prime bis zur Oktave. Gespielte Töne blau: einer liegend, der andere kontinuierlich ansteigend bis zur Oktave, Abbados terzo suono (rot), die Differenztöne D_{11} (grün) und D_{21} (schwarz gestrichelt). Abbados quarto suono entspricht bis zur Quinte 2:3 dem D_{21} , ab der Quinte bis zur Oktave dem D_{11} .

Anmerkungen: Bei den Frequenzzahlen dieses Schemas handelt es sich nicht um die Einheit Hz.

Abbado verwendet als C die Schwingungszahl $2^7 = 128$.¹⁹⁷ Der liegende Ton d" erhält dadurch die Schwingungszahl 1.152. Die rote gezackte Linie repräsentiert diskrete Werte, die sich aus der Berechnung ergaben und die miteinander verbunden wurden.

Abb. 26 zeigt auf, dass bei allen wichtigen Intervallen Tartinis terzo suono von 1767 entweder mit dem D_{11} oder mit dem D_{21} zusammenfällt. Im Bereich zwischen 1:1 und 2:3 bildet der D_{11} eine Tangente, welche die Spitzen der Berg- und Tallandschaft des terzo suono berührt. Im Bereich zwischen 2:3 und 1:2 ist es der D_{21} , welcher diese Tangente bildet. Der quarto suono, von Abbado als der am besten hörbare Kombinationston beschrieben,¹⁹⁸ entspricht im Intervallbereich von 1:1 bis 2:3 dem D_{21} und von 2:3 bis 1:2 dem D_{11} . Die Grafik verdeutlicht auch, dass der quarto suono generell in einem günstigeren Hörbereich liegt als der terzo suono.

Abbados Untersuchungen zeigen, wie die Differenzierung zwischen terzo suono, Differenzton und seinem eigenen Begriff eines quarto suono vorge-

¹⁹⁷ Vgl. Abbado (1970), S. 107, 118 und 133ff.

¹⁹⁸ op. cit., S. 129: »Circa l'udibilità del terzo suono, non bisogna però dimenticare che spesso la sua frequenza è così bassa da non permettere né all'orecchio umano né ai registratori elettromagnetici di percepirne la esistenza; mentre risulta molto più facile udire suoni più acuti, come quello ch'io ho definito quarto suono.« S. 136: »Dal primo diagramma risulta chiaramente quale importanza pratica può assumere il quarto suono, qualora si rinforzi la sua intensità, dato che esso è sempre collocato in zona udibile, nelle vicinanze del bicordo eseguito.« S. 142: »Spesso il quarto suono è più facilmente udibile del terzo suono, specie quando questo è regalato nel registro più grave.«

nommen werden kann. Seine Resultate sind eine wichtige Grundlage für die Schlussfolgerungen des nächsten Abschnitts.

3.7 Differenzierung zwischen Differenzton und terzo suono

Ausgangspunkt zur Untersuchung von Tartinis Formeln bildete der unklare Gebrauch des Terminus Differenzton im Zusammenhang mit Tartinis terzo suono. Um diese Situation zu verbessern, sollte folgenden Punkten Beachtung geschenkt werden:

1) Die Untersuchungen in diesem Kapitel führen zum Ergebnis, dass der Terminus terzo suono nur für den Basiskombinationston oder seine obere Oktave eingesetzt werden kann. Nur diese beiden Kombinationstöne wurden von Tartini beschrieben (siehe Abb. 13). Abb. 27 zeigt, dass der Differenzton $f_1 - f_2$, welcher meist als *der* Differenzton, erster Differenzton oder Differenzton erster oder zweiter Ordnung bezeichnet wird, nicht in allen Fällen mit einer der Tartinischen Formeln deckungsgleich ist (z. B. beim Intervall 5:8).

gespielte Noten	
♢ terzo suono 1754	
♣ terzo suono 1767	
▢ Differenzton f1-f2	

Abb. 27 shows a comparison of Tartini's formulas and the difference tone $f_1 - f_2$. The top staff shows the played notes (G, A, B, C, D, E, F, G). The second staff shows the 'terzo suono 1754' formula, which is the same as the played notes. The third staff shows the 'terzo suono 1767' formula, which is also the same as the played notes. The bottom staff shows the 'Differenzton f1-f2' formula, which is the difference tone (G, A, B, C, D, E, F, G) an octave lower. The numbers 10, 15, 6, 13 1/3, 7 1/2, 20, 30, 12, 20, 15, 40 are written below the notes in the bottom staff, representing string lengths.

Abb. 27, Gegenüberstellung von Tartinis Formeln und dem Differenzton $f_1 - f_2$. Dies ist eine Abschrift von Beispielen aus Tartinis *Trattato*, S. 14. Die Zahlen entsprechen Saitenlängen.

Einige Autoren berechnen den terzo suono, indem sie die Frequenzen der Primärtöne subtrahieren (Differenzton $f_1 - f_2$). Diese Vorgehensweise sollte nur mit Vorbehalt gewählt werden; für überteilige Verhältnisse vom Typus $n : (n + 1)$ führt sie tatsächlich zu einem Resultat, das mit Tartinis Formel von 1767 übereinstimmt. Bei allen anderen Intervallen bedarf es jedoch einer differenzierteren Verfahrensweise. Der terzo suono entspricht laut Tartinis Formeln immer der harmonischen Einheit (1767) oder der Oktave derselben (1754). Ohne Bezug zu Tartinis Schriften kann der Terminus terzo suono zu Missverständnissen führen.

2) Allein der Terminus Differenzton wird je nach Fachgebiet mit unterschiedlichen Bedeutungen konnotiert. Es muss also zuerst geklärt werden, was überhaupt mit »Differenzton« gemeint ist. Schlussendlich können *alle* Kombinationstöne, zumindest aus mathematischer Sicht, auch als Differenz-töne bezeichnet werden. In der Übersetzung von der Theorie in die Praxis, insbesondere für die Berechnung der Kombinationstöne, ist dieser Diskurs

essentiell. Zwischen anwendungsorientierten (Musikpraxis) und naturwissenschaftlichen (Akustik) Untersuchungen klafft eine Verständniskluft. Nur ein kleiner Teil der Literatur bemüht sich darum, hier eine Brücke zu schlagen und einen Bezug zur jeweils anderen Seite zu schaffen (gute Beispiele sind Helmholtz, Riemann, Stumpf, Meyer-Eppler, Reinecke, Ernst Terhardt, Hesse u. a.). Ein großer Unterschied besteht beispielsweise darin, dass Akustiker dazu tendieren, mit Sinustönen zu forschen, Musiker oder Musiktheoretiker hingegen mit natürlichen Klängen. Daraus ergibt sich automatisch, dass Formeln aus der Akustik in die musikalische Anwendung (und umgekehrt) meist nicht 1:1 übertragen werden können. Ist die Klassifizierung von Kombinationstönen in »höheren Ordnungen« für spezifische Untersuchungen im Fachgebiet Akustik sinnvoll, so stiftet eine solche Klassifizierung bei Musikpraktizierenden Verwirrung. Ich sah deshalb Bedarf, diese Gratwanderung zwischen der naturwissenschaftlichen und der musikalischen Anschauung zu unternehmen (Kapitel 4).

3) Undifferenziertes Verfahren in der Terminologie der Kombinationstöne ist nicht nur bezüglich terzo suono und Differenzton festzustellen. Diese Unsicherheiten sind ein Spiegel der Komplexität und Vielschichtigkeit des Phänomens. In der Akustik, Physiologie, Musiktheorie, Musikpraxis und im Instrumentenbau ist eine große Diversität an Termini und Begriffen vorzufinden. Identische Termini können unterschiedliche Deutungen erfahren, die zudem immer einem gewissen Begriffswandel unterliegen. Welchen Aspekten ein Forscher Bedeutung beigemessen hat und was für sein Fachgebiet zweckmäßig erschien, zeigt sich oft unmittelbar in dessen Wahl der Terminologie. Das variiierende Vokabular assoziiert unterschiedliche Aspekte des Phänomens und dessen Theorie: Ursache, Ursprung, Berechnungsmethode, Bildungsgesetz, Anwendung, Wirkung und Funktion. Die unterschiedliche Handhabung von Termini und Formeln wird in Kapitel 4 diskutiert.

3.8 Entwicklung der Kombinationstonformeln bis Helmholtz

Grundlage für die bisherigen Diskussionen in Kapitel 3 bildete das Studium der Primärquellen zur Formel des dritten Tons. Da mit der Einführung der Hörtheorie von Helmholtz ein Bruch in der Konzeption der Tonphänomene entstand, wurde die Recherche auf die Entwicklung bis zu diesem Zeitpunkt beschränkt. Die zugehörige chronologische Übersicht der Primärquellen, die ein zentraler Bestandteil dieser Forschungsarbeit ist, befindet sich aus praktischen Gründen im Anhang dieses Buches. Sie zeigt tabellarisch auf, wie sich die Kombinationstonformeln bis zu Helmholtz' Publikation *Ueber Combinationstöne* (1856) entwickelt haben. Um ein kompletteres Bild vom Anwendungsbereich der Formel abzugeben, wurde auch der Frage nachgegangen, wie viele Kombinationstöne die jeweiligen Forscher beobachteten und welcher Benennung sie den Vorzug gaben. In der Tabelle wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit auf die Angaben über die physikalische Entstehungsweise oder Ursache der Kombinationstöne verzichtet. Bemerkenswerte Aspekte, die aus der Zusammenschau der Tabelle gewonnen werden konnten, werden im Folgenden zusammengefasst:

Die von unterschiedlichen Forschern vorgeschlagenen Formeln zur Berechnung von Kombinationstönen sind eng mit der Vorstellung ihrer physikalischen Entstehungsweise verbunden. Im 18. Jahrhundert war primär von einem einzigen Kombinationston die Rede, der durch koinzidierende Schwingungsimpulse erklärt wurde (Koinzidenztheorie, siehe Abschnitt 3.4). Bei einfachen Schwingungsverhältnissen mit teilerfremden Zahlen stimmt dieser Ton mit der Proportionszahl 1 überein, bei Schwingungszahlen wird in den untersuchten Quellen auch vom größten gemeinsamen Maß oder vom größten gemeinsamen Teiler gesprochen.

Die heutige Bezeichnung Kombinationston wurde 1805 von Vieth eingeführt. Im Englischen tendierte man zur Bezeichnung »grave harmonic«, in französischsprachigen Gebieten finden sich die Termini »son harmonique grave« oder »son résultant«. Solange die Ansicht herrschte, dass es nur einen einzigen »dritten Ton« gibt, findet sich dieser Ausdruck auch im Französischen als »troisième son« und im Englischen als »third sound«. Es handelt sich hiermit um eine Eins-zu-eins-Übersetzung von Tartinis »terzo suono«.

Es dauerte bis ungefähr Anfang oder Mitte des 19. Jahrhunderts, bis die Beobachtung mehrerer Kombinationstöne als allgemein bekannt vorausgesetzt wurde. Vorreiter waren Sorge (1744), Matthew Young (1784) und Thomas Young (1800). Man könnte auch sagen, dass ab der Jahrhundertwende die Fokussierung auf einen einzigen Kombinationston verschwand.

Fragwürdig ist, wieso über so lange Zeit nur ein einziger Kombinationston beobachtet werden konnte. Das Fehlen einer alternativen Theorie ist eine mögliche Erklärung dafür. Da üblicherweise nur beobachtet oder beschrieben werden kann, was im eigenen Vorstellungsbereich liegt, wurde ein abweichendes Phänomen vielleicht nicht als solches erkannt. Man hielt daran fest, was durch die Theorie zu beobachten war und zog andere mögliche Töne erst gar nicht in Betracht. Kann sich eine Theorie negativ auf die Beobachtungsqualität auswirken? Die Koinzidenztheorie könnte ein solches Negativbeispiel darstellen. Tatsächlich ist es für ein geübtes Ohr nicht sonderlich schwierig, aus einem Zweiklang mehrere Kombinationstöne gleichzeitig wahrzunehmen. Wenn die Theorie aber beschreibt, dass es nur einen einzigen Kombinationston geben kann und keine anderen, so ist es durchaus möglich, dass gar nicht nach anderen gesucht wurde.

Erst mit Hallström (1832) und Röber (1834 und 1839) wurden neue Theorien aufgestellt, die es erlaubten, mehrere Kombinationstöne zu beschreiben. Helmholtz schließlich entwickelte ein physikalisches Erklärungsmodell, mit welchem es möglich wurde, alle beobachteten Kombinationstöne zu beschreiben, sowohl intra-aurale »subjektive«, als auch extra-aurale »objektive«.¹⁹⁹ In Anlehnung an seine Berechnungsmethode führte er die Begriffe Differenzton und Summationston ein. Auch war Helmholtz der erste, welcher sein Bildungsgesetz klar auf die »einfachen Töne« (Teiltöne) bezog. Für »zusammengesetzte Klänge« müsste man das Modell auf alle möglichen Ober-tonkombinationen anwenden.²⁰⁰

Zwischen 1805 und 1934 wurden allein in den *Annalen der Physik* mindestens 19 Artikel über Kombinationstöne publiziert²⁰¹ Dies zeigt, dass das Thema

¹⁹⁹ Helmholtz (1856). — Helmholtz [1863] (1870).

²⁰⁰ Helmholtz [1863] (1870), S. 243.

²⁰¹ Vieth (1805). — Vieth (1806). — Wilhelm Eduard Weber, »Ueber die Tartinischen Töne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band T91, 1829. — Hällström (1832). — August Röber, »Untersuchungen des Hrn. Scheibler in Crefeld über die sogenannten Schläge, Schwebungen und Stöße«, in: *Annalen der Physik*, Band 32, 1834. — Georg Simon Ohm, »Bemerkungen über Combinationstöne und Stösse«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 47, 1839. — Helmholtz (1856). — Rudolph König, »Ueber den Zusammenklang zweier Töne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 157, 1876. — Otto Lummer, »Ueber eine empfindliche objective Klanganalyse«, in: *Verhandl. Phys. Gesellsch. Berlin*, Band 5, 1887. — William Thierry Preyer, »Ueber Combinationstöne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 274, 1889. — Karl L. Schaefer, »Über die Erzeugung physikalischer Kombinationstöne mittels des Stentortelephons«, in: *Annalen der Physik*, Band T322, 1905. — Erich Waetzmann, »Zur Frage nach der Objektivität der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T325, 1906. — Erich Waetzmann, »Zur Theorie der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T329, 1907. — Erich Waetzmann, »Kritisches zur Theorie der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T333, 1909. — Erich Waetzmann, »Über die Intensitätsverhältnisse und

nicht nur die Musikwelt faszinierte, sondern auch zunehmend Physiker beschäftigte und an Bedeutung gewann. Es ist beachtlich, dass Karl L. Schaefer's Artikel *Über die Erzeugung physikalischer Kombinationstöne mittels des Stenortelephons*²⁰² in den gleichen Annalen erschien wie Albert Einsteins spezielle Relativitätstheorie *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*.²⁰³

Mit dieser Entwicklung entfernte man sich in der Kombinationstonforschung immer mehr von den ersten Konzeptionen des Phänomens. Der Graben zwischen Tartinis Konzept des dritten Tons und damaligen Auffassungen in der Akustik vergrößerte sich zunehmend. Erst in der Akustik des 20. und 21. Jahrhunderts, genauer in den letzten 70 Jahren, ergaben sich durch die Residualtontheorie und neuronale Untersuchungen wieder deutlich mehr Berührungspunkte mit Tartinis Ideen.

die Entstehungsweise der Differenztöne höherer Ordnung«, in: *Annalen der Physik*, Band T338, 1910. — Erich Waetzmann, »Die Entstehungsweise von Kombinationstönen im Mikrophon-Telephonkreis«, in: *Annalen der Physik*, Band T347, 1913. — Clemens Schaefer & Ernst Juretzka, »Theorie der Kombinationstöne an Saiten und Membranen«, in: *Annalen der Physik*, Band T346, Heft 9, 1913. — Clemens Schaefer, »Der Ursprung subjektiver Kombinationstöne (Antwort an Hrn. J. Peterson)«, in: *Annalen der Physik*, Band T346, Heft 9, 1913. — Georg von Békésy, »Über die nichtlinearen Verzerrungen des Ohres«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band T412, 1934.

²⁰² Schaefer (1905).

²⁰³ *Annalen der Physik* 1905, T322, S. 891–921.

4 Systematik und Darstellungsweisen von Kombinationstönen

Mit der Entdeckung und Beschreibung mehrfacher Kombinationstöne und unterschiedlicher Ursprungstheorien entstand parallel eine Systematik, um die Phänomene zu durchleuchten und einordnen zu können. Dieses Kapitel stellt eine Vielfalt an Darstellungsweisen und Ordnungssystemen der Kombinationstöne vor, die je nach Fachbereich für unterschiedliche Zwecke eingesetzt werden. Der Überblick über verschiedene Konzepte und Methoden zur Darstellung der Kombinationstöne ermöglicht nicht zuletzt eine Definition der Berührungspunkte und Diskrepanzen, die sich zwischen heutigen Ansätzen und denen von Tartini ergeben.

4.1 Grundlegendes für eine Kombinationston-Systematik

4.1.1 Einfache und zusammengesetzte Schwingungen

In der Systematisierung von Kombinationstönen gibt es grundsätzlich zwei Ansätze, die klar zu unterscheiden sind: Entweder man geht von Sinusschwingungen aus oder von zusammengesetzten Schwingungen (mit Obertönen). In beiden Fällen werden die beiden Töne des Ausgangsintervalls in der Literatur als Primärtöne bezeichnet. Dabei muss also beachtet werden, dass im ersten Fall ein Primärton aus nur einer Frequenz besteht. Im zweiten Fall hingegen besteht der Primärton aus einer Reihe von Schwingungen, die den ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz entsprechen. Im musikalischen Kontext ist mit Primärton normalerweise ein natürlicher, teiltonreicher Ton gemeint. Schon Stumpf sah die Notwendigkeit, den Begriff der Primärtöne, in seiner Benennung »Primärklänge«, zu klären. Im zweiten Band seiner *Tonpsychologie* von 1890 differenziert er beide Fälle und verwendet zur Unterscheidung die Ausdrücke »einfache Primärklänge« (bei zwei Sinustönen) und »zusammengesetzte Primärklänge« (bei zwei komplexen Tönen).²⁰⁴ Diese grundlegend verschiedene Ausgangssituation wird in den meisten Publikationen über Kombinationstöne nicht klar dargelegt, da es im Fachgebiet intern meist eindeutig ist, ob mit Sinustönen oder natürlichen, teiltonreichen Tönen gearbeitet wird. Im interdisziplinären Austausch jedoch führen gerade solche Details früher oder später zu Missverständnissen.

Helmholtz war der erste Wissenschaftler, welcher seine Kombinationstheorie auf Basis von »einfachen Tönen« stellte.²⁰⁵ Arbeitet man mit »zu-

²⁰⁴ Stumpf (1890), S. 243, Anmerkung.

²⁰⁵ Helmholtz (1856), S. 501: »Um sich vom Einflusse der Obertöne frei zu machen, und wo möglich regelmässiger Resultate zu erhalten, schien es mir daher nothwendig zu

sammengesetzten Klängen«, so würden *dieselben* Kombinationstöne wie bei den »einfachen Tönen« entstehen, jedoch »auch als Combinationstöne der Obertöne«. ²⁰⁶ »Sucht man die Combinationstöne von zwei zusammengesetzten Klängen auf, so können sowohl deren Grundtöne als deren Obertöne mit einander sowohl Summationstöne als Differenztöne geben.« ²⁰⁷

Wie fundamental es ist, zunächst klarzustellen, ob eine Untersuchung als Ausgangsmaterial einfache oder zusammengesetzte Schwingungen annimmt, zeigt sich in den Abschnitten 4.2 und 4.3, die sich den Ordnungssystemen in der Akustik und der Musik widmen.

4.1.2 Kombinationstöne und Kombinationsfrequenzen

Einige Akustiker legen besonderes Augenmerk auf die Unterscheidung zwischen Kombinationstönen und Kombinationsfrequenzen oder Differenztönen und Differenzfrequenzen. ²⁰⁸ Kombinationsfrequenzen gehorchen der Formel

$$K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2| \text{ mit } p, q \text{ (natürliche Zahlen).}$$

Durch die Kombinationsfrequenz kann entweder die Reizung der Haarzellen (intra-aural) oder eine außerhalb des Gehörs messbare Schwingung (extra-aural) beschrieben werden, wenngleich in der Praxis auf dieser Frequenz nicht unbedingt eine Tonempfindung auftreten muss. ²⁰⁹ Vollständig treffend ist der Ausdruck Kombinationsfrequenz aber erst im Zusammenhang mit dem »Linienmodell« (siehe Abschnitt 4.6). Dort werden Kombinationsfrequenzen als Linien dargestellt und repräsentieren mögliche »Orte« einer Schwingung, eines Reizes oder einer Tonhöhe. Ob auf den dargestellten Frequenzen tatsächlich eine Schwingung, ein Reiz oder eben eine Tonwahrnehmung existiert, bleibt dahingestellt. Kombinationstönen hingegen entsprechen streng genommen nur wirklich wahrnehmbare Töne mit entsprechenden Tonhöhen. Der Fokus ist bei dieser Benennung auf die sinnliche Wahrnehmung gerichtet.

seyn, wie auch G. S. Ohm schon vorgeschlagen hatte, die Combination solcher Töne zu beobachten, welche keine Obertöne haben. Es entstand also zunächst die Aufgabe, dergleichen Töne herzustellen, welche wir im Gegensatze zu den zusammengesetzten, von Obertönen begleiteten Tönen der gewöhnlichen musikalischen Instrumente *einfache Töne* nennen wollen.«

²⁰⁶ Helmholtz [1863] (1870), S. 243.

²⁰⁷ op. cit., S. 240.

²⁰⁸ Meyer-Eppler, Sendhoff & Rupprath (1959), S. 73. — Reinecke (1962a), S. 236. — Reinecke (1964), S. 64. — Hesse (1972), S. 47 und 49.

²⁰⁹ Reinecke (1964), S. 34: »Somit dürfen weder Differenzfrequenzen mit »Differenztönen« gleichgesetzt werden, noch ist das Hörerlebnis identisch mit seiner akustischen oder physiologischen Reizstruktur.« — Hesse (1972), S. 130: »Die Tonhöhenempfindung ist nicht an sinusförmige Schallkomponenten gebunden.«

Mögen diese Unterscheidungen spitzfindig erscheinen, treffen sie doch die Problematik der Kombinationstöne am entscheidenden Punkt: Kombinationstöne können in ihren diversen »Aggregatzuständen« als messbare Schwingung (extra-aural), als messbarer Reiz (physiologisch oder neuronal), als wahrgenommene Tonhöhe oder im Linienmodell als Kombinationsfrequenz verstanden werden. Frequenz, Schwingung und Ton werden zudem im allgemeinen Sprachgebrauch oft nicht klar getrennt. Die differenzierte Verwendung der Begriffe Kombinationston und Kombinationsfrequenz ist ein wichtiger Schritt, um das Bewusstsein für diese Problematik zu schärfen.

In Bezug auf den Begriff Kombinationston konstatiert Hans-Peter Reinecke, dass zu Helmholtz' Zeiten die Vorstellung herrschte, jede Tonhöhenempfindung sei auf eine entsprechende einfache Schwingung zurückzuführen.²¹⁰ Dahingehend war die Unterscheidung zwischen Kombinationsfrequenz und Kombinationston überflüssig. Heute jedoch, mit der modernen Definition der Tonhöhe, kann auf eine differenzierte Verwendung der Begriffe Kombinationston und Kombinationsfrequenz in einer akustisch-fundierten Diskussion nicht mehr verzichtet werden. Die Diskussion lässt sich übrigens analog auf das Begriffspaar Differenzton und -frequenz übertragen. Um einen Differenzton als Tonqualität von einer Differenzfrequenz klar unterscheiden zu können, schlägt Reinecke die Bezeichnungen »Dv« für eine Kombinationsfrequenz und »DT« für einen Differenzton vor:

So wäre die aus $2m-n$ gebildete Differenz-Frequenz als »Dv₂₁« zu bezeichnen, während eine Tonqualität, deren Grundtonhöhe dieser Frequenz entsprechen würde, dann als »DT₂₁«, also als Differenz-Ton bezeichnet werden müsste, weil nicht geklärt ist, ob ihr allein die Frequenz »Dv₂₁« zugrunde liegt, oder etwa weitere Schallstrukturen.²¹¹

Im musikalischen Zusammenhang ist die Unterscheidung zwischen Kombinationston und -frequenz grundsätzlich weniger bedeutend als in der Akustik. Meist liegt der Fokus klar auf dem Wahrnehmbaren, also auf dem Kombinationston. Möchte man als Musiker die Tonhöhenverläufe möglicher Kombinationstöne veranschaulichen, kann das Linienmodell aber dennoch ein passendes Werkzeug sein. Die Unterscheidung zwischen Kombinationsfrequenz und Kombinationston verdeutlicht in diesem Zusammenhang den Unterschied zwischen der mathematischen Beschreibung und einem tatsächlich erscheinenden Ton.

²¹⁰ Reinecke (1962a), S. 232 und 234.

²¹¹ op. cit., S. 236, Anmerkung.

4.2 Vielfalt der Bezeichnungsweisen

Die Terminologie für Kombinationstöne entwickelte sich in den letzten zweihundert Jahren zweckgebunden an spezifische Erklärungstheorien der Akustik. Dadurch entstand eine große Vielfalt an Bezeichnungsweisen. Für die Ordnung mehrfacher Kombinationstöne finden sich verschiedene Ansätze und entsprechend unterschiedliche Benennungen. Wie bereits in der Einleitung dargelegt wurde, fand in der Musik hingegen keine vergleichbare terminologische Entwicklung statt. Vielmehr orientierten sich Musiker bei Bedarf am Forschungsstand der Akustik und bedienten sich der Begriffe, die jeweils aktuell waren. Nur selten erkennen Musiker, dass die spezifischen Methoden aus der Akustik und das daran gekoppelte Vokabular nicht für die musikalische Praxis gedacht ist. Daher sah ich die Notwendigkeit aufzuzeigen, aus welchen Zusammenhängen die akustischen Begriffe entstanden sind, zu welchem Zweck sie gebraucht werden und wo in der transdisziplinären Verwendung Vorsicht geboten ist.

4.2.1 Ordnungssysteme aus der Akustik

In der heutigen Akustik werden Ordnungsbezeichnungen im Zusammenhang mit der Nichtlinearitätstheorie verwendet. Die Untersuchung mehrfacher Kombinationstöne erforderte allerdings schon im 18. und 19. Jahrhundert entsprechende Ordnungssysteme. Die Ausdrücke Kombinationstöne höherer Ordnungen oder höheren Grades wurden bereits Anfang und Mitte des 19. Jahrhunderts verwendet, bevor von Nichtlinearitäten des Gehörs die Rede war.²¹² Die Grad- oder Ordnungsbezeichnungen bezogen sich damals nicht auf den Nichtlinearitätsgrad, sondern wurden von der Reihenfolge abgeleitet, in der Kombinationstöne und Primärtöne untereinander interferieren würden.

Schon 1784 beschrieb Matthew Young, dass Kombinationstöne untereinander oder Kombinationstöne mit den Primärtönen weitere Kombinationstöne erzeugen konnten.²¹³ Der Wunsch, Kombinationstöne zu ordnen, kam erstmals mit Hällström 1832 auf, welcher mehrere Kombinationstöne beobachtete und diese gemäß seiner Methode systematisch ableitete.

Hällström nahm an, dass die Anzahl der Kombinationstöne durch die Eigenschaften der Proportionszahl begrenzt sind. Nach seiner Vorstellung entsteht der »erste Combinationston« aus »den ursprünglichen Tönen« (den Primärtönen), alle weiteren Kombinationstöne resultieren aus der Interferenz zwi-

²¹² Röber (1834), S. 503, 521f. und 524.

²¹³ Matthew Young, »Of the Grave Harmonic Tones, Sect. VI«, in: *Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings*, Dublin 1784, S. 199.

schen einem bereits vorhandenen Kombinationston und einem ursprünglichen Ton (vgl. Abb. 29).²¹⁴ Hällströms Theorie stieß bei anderen Forschern auf große Resonanz und wurde viel zitiert. Sie weist jedoch einen problematischen Punkt auf, der zu Missverständnissen führen kann: Hällström führte seine Versuche auf Orgel und Geige durch. Seine Argumentationen beziehen sich jedoch nur auf zwei Frequenzen. Auf den ersten Blick hat es also den Anschein, als basiere seine Theorie auf zwei Sinustönen.²¹⁵ Aufgrund seiner auf Musikinstrumenten durchgeführten Experimente kann jedoch davon ausgegangen werden, dass er mit einer Frequenzangabe die Tonhöhe eines komplexen Tons meinte, die auf jener Frequenz erschien. Seinen Versuchstabellen sind Angaben zu den Schwingungszahlen von beobachteten und berechneten Tönen zu entnehmen.²¹⁶ Das folgende Schema findet sich in Hällströms Artikel *Von den Combinationstönen*.

Ursprüngliche Töne.	Combinationstöne.
r, s	s—r erster
s—r, r	2r—s zweiter
2r—s, s	2(s—r) dritter
2r—s, s—r	3r—2s vierter
u. s. w.	u. s. w.

Abb. 28, Gustav Hällströms Vorgehen zur Berechnung mehrfacher »Combinationstöne« [HÄLLSTRÖM 1832, *Von den Combinationstönen*, S. 444].

Wie Stumpf richtig bemerkte, muss in der vierten Zeile aber ein Versehen oder Druckfehler vorliegen. Linkerhand der vierten Zeile müsste $2(s-r)$, r stehen, damit die Logik weitergeführt wird und damit die linke Seite mit rechts ($3r-2s$) übereinstimmt.²¹⁷ Um Hällströms System schneller überblicken zu können, habe ich für diese Arbeit seine Formeln in eine verbale Version überführt:

²¹⁴ Hällström (1832), S. 444f.

²¹⁵ In diesem Fall hätte er aber *alle* möglichen Partialtonpaare seiner vorgeschlagenen Berechnung unterziehen müssen (vgl. Schema). Dabei hätte er wohl festgestellt, dass »zweite«, »dritte« oder »vierte« Kombinationstöne mit den »ersten« Kombinationstönen eines anderen Partialtonpaares koinzidieren und dass sich die Frage nach verschiedenen Ordnungen sehr viel komplexer gestaltet.

²¹⁶ Hällström (1832), S. 455–461.

²¹⁷ Carl Stumpf, »Beobachtungen über Kombinationstöne«, in: *Beiträge zur Akustik und Musikwissenschaft*, Band 5, 1910, S. 40.

Hällströms Ableitung der Kombinationstöne (Hällström 1832, S. 444):

höherer Primärton (PT)	9	5	8
tieferer Primärton	8	4	5
<i>erster Kombinationston</i> (KT): höherer PT minus tieferer PT	1	1	3
<i>zweiter Kombinationston</i> : tieferer PT minus erster KT	7	3	2
<i>dritter Kombinationston</i> : höherer PT minus zweiter KT	2	2	6
<i>vierter Kombinationston</i> : tieferer PT minus dritter KT	6	2	-1

Logische Fortführung nach der Methode von Hällström:

fünfter Kombinationston: höherer PT minus vierter KT	3	3	9
sechster Kombinationston: tieferer PT minus fünfter KT	5	1	-4
siebter Kombinationston: höherer PT minus sechster KT	4	4	12

Abb. 29, Hällströms Ableitung mehrfacher Kombinationstöne. Hier angewendet auf die Intervalle 8:9, 4:5 und 5:8.

So erzeugt beispielsweise eine große Terz 4:5 die Kombinationstöne 3, 2 und 1. Eine große Sekunde 8:9 würde nach Hällströms System die Töne 7, 6, 5, 4, 3, 2 und 1 hervorbringen. Seine Beispiele auf S. 445 in *Von den Combinationstönen* enthalten nur überteilige Verhältnisse. Aus den Beobachtungen und Berechnungen, die er im selben Artikel in Tabellenform auf den Seiten 455 bis 461 darstellt, wird jedoch klar, dass er auch mit superpartienten Verhältnissen auf dieselbe Art und Weise vorgeht. Für die kleine Sexte 5:8 gibt er vier mögliche Kombinationstöne an. Im Sinne der Proportionen entsprechen seine Angaben den Zahlen 3, 2, 6 und 1. Das Beispiel 5:8 wird in Abb. 29 nachgerechnet. Der Fall mit dem Verhältnis 5:8 zeigt, dass Hällströms Formeln auch Minuswerte hervorbringen (vgl. Spalte 3 in Abb. 29). Da Hällström in seiner Tabelle auf S. 459 aber keine Minuszahlen angibt, kann davon ausgegangen werden, dass er die Terme in einem solchen Fall in ver- tauschter Reihenfolge voneinander abzog, sodass sich die Minus- in Pluswerte veränderten.

Matthew Young und Hällström unterschieden in ihren Betrachtungen weder nach einfachen Tönen, wie später Helmholtz, noch nach komplexen Tönen. Die Vorstellung, dass Obertöne quasi gleichwertige Schwingungen zur Grundfrequenz sind, etablierte sich erst durch Georg Simon Ohms Theorie. 1839 bemerkte Ohm, dass Hällströms sekundäre Kombinationstöne auch aus den Obertönen abgeleitet werden können:

4.2 Vielfalt der Bezeichnungsweisen

Dagegen gibt es einen anderen eben so kurzen Weg zu diesen folgenden, in der Erfahrung gegründeten, Combinationstöne zu gelangen, wenn man sie aus den, die ursprünglichen Töne begleitenden, harmonischen Tönen hervorgehen lässt.²¹⁸

Zu Hällströms Zeit stellt man zudem fest, dass die Koinzidenztheorie – Hällström spricht von der »alten Theorie« – nicht ausreicht, mehrfache Kombinationstöne zu erklären.²¹⁹ Mitunter sind durch Einführung neuer Erklärungstheorien Anfang bis Mitte des 19. Jahrhunderts terminologische Verschiebungen und Begriffswandel zu beobachten. Ob die Termini Schläge, Stöße oder Stoßtöne im Sinne der »alten« Koinzidenztheorie oder im Sinne von Schwebungen verstanden werden sollen, ist in einigen Untersuchungen nicht eindeutig. Auch Hällströms Artikel enthält in dieser Hinsicht unklares Material. Dass Kombinationstöne eine Verwandtschaft mit dem Schwebungsphänomen aufweisen, wird bereits von Joseph Louis Lagrange vermutet.²²⁰ Obwohl der aktuelle Wissensstand in der Akustik dieser Theorie keinen Rückhalt mehr gibt, sind auch heute noch, insbesondere im Internet, Sätze zu finden, die Kombinationstöne als sehr schnelle Schwebungen definieren, die durch ihre hohe Frequenz nicht mehr als Schwebung, sondern als Ton wahrgenommen werden.²²¹ Diese Annahme ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass beide, Schwebung wie auch Differenzton, durch die mathematische Operation der Subtraktion beschrieben werden können.

Helmholtz weist die »Schwebungstheorie« für Kombinationstöne mit Bestimmtheit ab.²²² Für die Ordnungsbezeichnungen der Kombinationstöne, die aus zwei »einfachen Tönen« resultieren, greift Helmholtz noch auf Häll-

²¹⁸ Ohm (1839), S. 465.

²¹⁹ Hällström (1832), S. 462.

²²⁰ Ullmann (1986), S. 41.

²²¹ Z. B. Gerhard Nierhaus, Hauptmikrofonverfahren [Magisterarbeit], Institut für elektronische Musik, Universität für Musik und darstellende Kunst Graz, 1999, <<http://iem.kug.ac.at/fileadmin/media/iem/projects/2012/nierhaus.pdf>>, S. 15 (abgerufen am 27.06.2014).

²²² Helmholtz [1863] (1870), S. 245: »Man glaubte, wenn solche Schwingungen schnell genug wären, könnten die einzelnen Schwellungen der Tonstärke, gerade so wie es ebenso viele gewöhnliche einfache Luftstöße thun würden, die Empfindung eines neuen Tones hervorbringen, dessen Schwingungszahl der Zahl der Schwebungen gleich sei. Diese Ansicht erklärt aber erstens nicht die Entstehung der Summationstöne, sondern nur die der Differenztöne; zweitens lässt sich nachweisen, dass unter Umständen die Combinationstöne objectiv existiren, unabhängig vom Ohr, welches die Schwebungen zu einem neuen Tone zusammen addiren soll; und drittens lässt sich diese Ansicht nicht mit dem durch alle übrigen Erfahrungen bestätigten Gesetze vereinigen, dass das Ohr nur diejenigen Töne empfindet, welche einfachen pendelartigen Bewegungen der Luft entsprechen.«

ströms Ordnungsbezeichnungen zurück.²²³ Bei komplexen Klängen wendet er eine andere Ordnungsmethode an und leitet die Kombinationstöne aus den Obertönen ab.²²⁴

Felix Krueger (1874–1948) verwendet das »Prinzip der fortgesetzten Subtraktion der kleinsten von der nächstgrösseren Schwingungszahl (bzw. Verhältniszahl) wodurch die von ihm als D_1 bis D_j bezeichneten D. T. [Differenztöne] entstehen«.²²⁵ Stumpf, der Kruegers Versuche kommentiert und unter verbesserten Bedingungen wiederholt, gebraucht Kruegers Bezeichnungsweise, wenn er sich auf dessen Ergebnisse bezieht, für eigene Untersuchungen hingegen bedient Stumpf sich der arithmetischen Ausdrücke und sieht keine Notwendigkeit, Kombinationstöne nach Ordnungen zu unterscheiden.²²⁶

²²³ op. cit., S. 243: »Man kann in diesen Fällen mit Hallstroem die Entstehung der mehrfachen Combinationstöne so darstellen, als wenn der erste Differenzton, der *Combinationston erster Ordnung*, mit den primären Tönen selbst wieder Differenztöne giebt, *Combinationstöne zweiter Ordnung*, diese wieder neue mit den primären Tönen und den Tönen erster Ordnung und so fort.« Was die einfachen Töne betrifft, bemerkt Hesse, dass Helmholtz die Summationstöne nur bei obertonreichen Zungenklängen (z. B. Harmonium) nachweisen konnte. Daher vermutet Hesse, dass auch Helmholtz' einfache Töne keine Sinusschwingungen und die von ihm beobachteten Summationstöne womöglich Differenztöne von Obertönen waren (Hesse (1972), S. 45).

²²⁴ Helmholtz [1863] (1870), S. 242: »Letztere [zusammengesetzte Klänge] geben, wie schon erwähnt ist, auch noch eine Anzahl von Differenztönen der harmonischen Obertöne, die leicht die Aufmerksamkeit von dem Differenzton der Grundtöne ablenken. Dergleichen Combinationstöne der Obertöne hört man namentlich bei der Violine und am Harmonium häufig.« Es folgt ein Rechenbeispiel zur Herleitung der Differenztöne aus den Obertönen. Aus den möglichen Kombinationen Primärton/Oberton oder Oberton/Oberton bildet er jeweils den Differenzton $f_1 - f_2$.

²²⁵ Stumpf (1910), S. 40, siehe auch S. 4. Laut Stumpf nutzt schon Johann Heinrich Scheibler (1777–1837) dasselbe Berechnungsprinzip (S. 40).

²²⁶ op. cit., S. 40.

4.2 Vielfalt der Bezeichnungsweisen

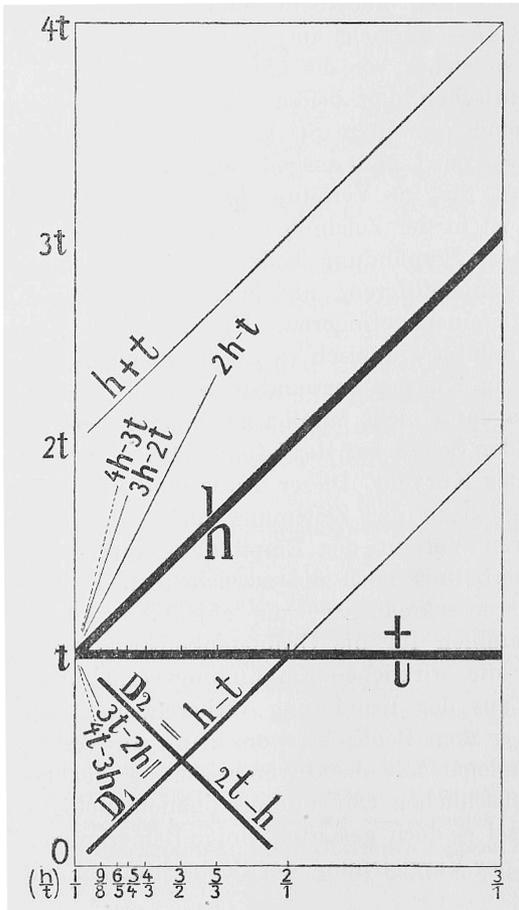


Abb. 30, Beobachtungsergebnisse von Stumpf und seinen Mitarbeitern aus dem Jahr 1910. Im Gegensatz zu anderen Akustikern unterscheidet Stumpf Kombinationstöne nicht nach Ordnungen. Die arithmetischen Ausdrücke beschreiben als Linien den Verlauf der Tonhöhen der Kombinationstöne (Allgemeines zum Linienmodell siehe Abschnitt 4.6). Die beiden fettgedruckten Linien (horizontal t , diagonal aufsteigend h) repräsentieren die Primärtöne [Quelle: STUMPF 1910, S. 135].

Ein noch größerer Fundus an verschiedenen Ordnungsbezeichnungen liegt im Zusammenhang mit der Nichtlinearitätstheorie vor. Basierten die vorherigen Ansätze auf zwei Primärtönen, die als wahrgenommene Tonhöhen oder komplexe Töne aufgefasst wurden, wird in der Nichtlinearitätstheorie meist auf Basis von zwei Sinustönen als Primärtöne argumentiert. Auch die daraus abgeleiteten Ordnungsbezeichnungen beziehen sich somit auf die Sinustön-

perspektive und sind für musikalische Zwecke ungeeignet. Die für die Diskussion relevanten Bezeichnungen aus der Nichtlinearitätstheorie werden im Folgenden kurz erläutert.

Folge von Nichtlinearität des Gehörs sind nicht nur Kombinationstöne, sondern auch die sogenannten »Ohrobertöne« oder »aural harmonics« (vgl. Abb. 31).²²⁷ »Einen wirklich obertonfreien Ton kann es in der musikalischen Praxis [...] nicht geben, weil das Ohr als ein nichtlinear arbeitendes Übertragungsglied den Sinuston von sich aus mit Obertönen anreichert. [...] Dass es diese sich erst im Ohr bildenden Obertöne geben müsse, hatte schon Helmholtz vermutet. Entdeckt wurden sie aber erst in den 30er Jahren.«²²⁸

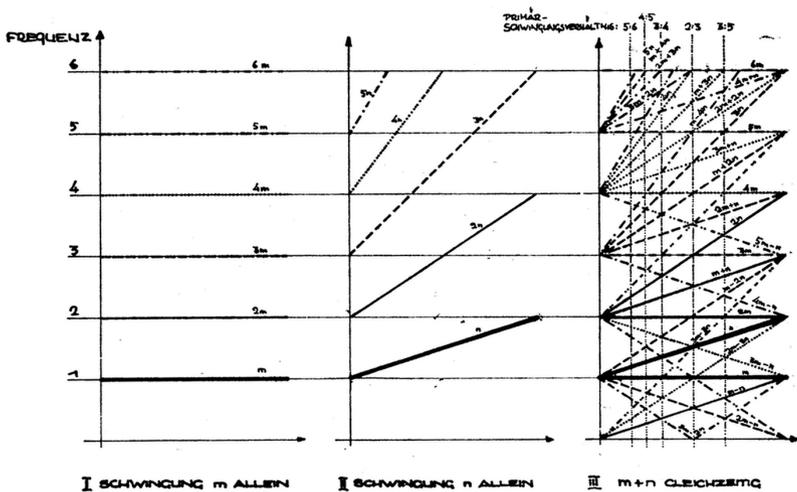


Abb. 31, Nichtlinearität kann sich entweder in Form von Ohrobertönen äußern (links und Mitte) oder in Form von Kombinationstönen, die erst auftreten wenn zwei unterschiedliche Schwingungsfrequenzen (m und n) kombiniert werden (rechts)

[Quelle: REINECKE 1964, S. 31. Abdruck mit Genehmigung © MUSIKVERLAG HANS SIKORSKI GMBH & CO. KG, Hamburg].

Bei zwei Sinustönen bilden sich aufgrund nichtlinearer Übertragung nicht nur aurale Obertöne, sondern zusätzlich Kombinationstöne, die Summen oder Differenzen der Primärtöne oder deren ganzzahligen Vielfachen ent-

²²⁷ Stanley Smith Stevens & Hallowell Davis, *Hearing, Its Psychology and Physiology* [1939], Hoboken 1966, S. 184–207. — Eberhard Zwicker & Richard Feldtkeller, *Das Ohr als Nachrichtenempfänger*, Stuttgart 1967, S. 218f. — Stanley A. Gelfand, *Hearing. An introduction to psychological and physiological acoustics*, New York u. a. 2004, S. 369. — Yost (2007), S. 161.

²²⁸ Vogel (1975), S. 46f.

sprechen (siehe Abb. 32).²²⁹ Zwei Sinustöne können gleichzeitig mehrere Kombinationstöne generieren, deren Anzahl abhängig ist vom Grad der Nichtlinearität des Systems.²³⁰ Mit ansteigendem Nichtlinearitätsgrad entstehen zusätzliche Kombinationstöne. In Donald Halls Darstellung *Hierarchie der Kombinationstöne* (siehe Abb. 32) ist ersichtlich, dass die Ausgangstöne (Primärtöne) zunächst »Sekundärtöne« (Kombinationstöne zweiten Grades) erzeugen, bei höherer Nichtlinearität aber auch »Tertiärtöne« (Kombinationstöne dritten Grades) und »Quartärtöne« (Kombinationstöne vierten Grades).

Die Hierarchie der Kombinationstöne. Die Werte in der letzten Spalte stellen die gewöhnliche harmonische Verzerrung dar und sind auch bei einem einzelnen Ausgangston vorhanden. Bei einfacher Nichtlinearität und gemäßigten Pegeln reduzieren sich die jeweiligen Schallpegel um etwa gleiche Beträge von Zeile zu Zeile. Die Formeln können gelegentlich eine negative Frequenz für den Differenzton ergeben; das Minuszeichen muß dann ignoriert werden.

Ausgangstöne	f_T	f_H	
Sekundärtöne	$f_H - f_T$	$f_H + f_T$	$2f_T, 2f_H$
Tertiärtöne	$2f_T - f_H, 2f_H - f_T$	$2f_T + f_H, 2f_H + f_T$	$3f_T, 3f_H$
Quartärtöne	$3f_T - f_H, 3f_H - f_T,$ $2d_H - 2f_T$	$3f_T + f_H, 3f_H + f_T,$ $2f_H + 2f_T$	$4f_T, 4f_H$
.....usw.....

Abb. 32, Hierarchie der Kombinationstöne [Quelle: HALL 1997, S. 396.
© Mit freundlicher Genehmigung SCHOTT MUSIC, Mainz].

Anstatt Sekundär- oder Tertiärtöne sind heute auch die Bezeichnungen quadratische bzw. kubische Kombinationstöne in Gebrauch. Diese Begriffe rühren von den quadratischen und kubischen Polynomfunktionen her, mithilfe derer nichtlineare Übertragung im Gehör beschrieben werden kann.²³¹ Der

²²⁹ Stevens & Davis [1939] (1966), S. 184–207.

²³⁰ Hartmann (2005), Kapitel 22: *Nonlinear distortion*, siehe auch Appendix K. — Zwicker & Feldtkeller (1967).

²³¹ Vgl. Helmholtz [1863] (1870), S. 618–620; Siehe auch *Quadratische Verzerrungen des Gehörs und Kubische Verzerrungen des Gehörs* in: Zwicker & Feldtkeller (1967), S. 220ff.; Roland Eberlein, »Akustik, III. Geschichte der musikbezogenen Akustik«, in: *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 1 (Sachteil), Kassel u. a. 1994, Sp. 383: »Eine endgültige Bestätigung der Helmholtzschen These gelang erst 1980 durch Messungen von On Kim, Charles E. Molnar und John W. Matthews an Hörnervfasern, die zeigten, daß nichtlineare Verzerrungsprodukte im Mittel- und Innenohr entstehen und auf der Basalmembran wie von außen kommende Schwingungen spektral getrennt und an unterschiedlichen Orten repräsentiert werden.«

Exponent 2 (quadratisch) weist auf eine Nichtlinearität zweiten Grades hin, der Exponent 3 (kubisch) auf eine Nichtlinearität dritten Grades.

Die Nichtlinearität des Innenohrs wird heute meist auf die quadratischen (2. Grad) und die kubischen (3. Grad) Kombinationstöne begrenzt angenommen: »Distortions of the fourth order are almost inaudible.«²³² Guido F. Smoorenburg weist Kombinationstöne im menschlichen Ohr bis zur 5. oder 6. Ordnung nach,²³³ Reinier Plomp unter geeigneten Voraussetzungen bis zur 7. Ordnung.²³⁴ Heinrich Husmann nimmt eine Nichtlinearität bis zum 8. Grad oder höher an.²³⁵ Es mutet seltsam an, dass Husmann diese Annahme trifft, indem er sich auf Versuchsergebnisse Kruegers bezieht, wemgleich er konstatiert, dass dessen Resultate mit Vorsicht zu genießen seien:

Die älteren Versuche leiden unter unserem Gesichtspunkt zumeist darunter, daß die erzeugenden Töne keine reinen Sinustöne waren. Die ersten in diesem Sinne einwandfreien Versuche in größerem Maßstabe unternahm F. Krueger 1898/99. Seine Versuche wurden von C. Stumpf stark kritisiert und unter verschärfter Kontrolle der Einfachheit der Primärtöne und mit glänzenden Mitarbeitern (v. Hornbostel, Abraham, Köhler u. a.) wiederholt. [...] Die Ergebnisse [Kruegers] dürfen daher nur mit aller erdenklichen Vorsicht benutzt werden.²³⁶

Zudem führte Krueger diese Experimente nur mit neun Personen durch.²³⁷ Auch in dieser Hinsicht können aufgrund von Kruegers Resultaten keine allgemeingültigen Aussagen gemacht werden.

Jobst Peter Fricke weist in seinem Beitrag *Kombinationstöne in Die Musik in Geschichte und Gegenwart* darauf hin, dass die Ordnungsbezeichnungen in der Literatur nicht immer einheitlich verwendet werden.²³⁸ Bei Helmholtz gehörte ein Differenzton $f_1 - f_2$ der ersten Ordnung an, seit Husmann jedoch kate-

²³² Fastl & Zwicker (2007), S. 281.

²³³ Guido F. Smoorenburg, »Audibility region of combination tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 52, 1972.

²³⁴ Plomp (1965), S. 1180–1120.

²³⁵ Husmann (1953), S. 19, 39 und 62ff.

²³⁶ op. cit., S. 17f.

²³⁷ Felix Krueger, »Beobachtungen an Zweiklängen«, in: *Philosophische Studien*, Band 16, 1900, S. 318.

²³⁸ Jobst Peter Fricke, »Kombinationstöne«, in: *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 5 (Sachteil), Kassel u. a. 1996, Sp. 484: »Man unterscheidet verschiedene Ordnungen, die in der Literatur nicht immer einheitlich angegeben werden. Hier sind sie durch Addition der Indexzahlen gegeben. Es ist ein Vorzug dieser Bezeichnungsweise, daß sie sich an die mathematische Beschreibung der Entstehung von KT durch nichtlineare Übertragung anlehnt. [...] Der Grad der Nichtlinearität und die Ordnung der KT stimmen dann überein. So muß zur Erzeugung eines D_{32} eine Nichtlinearität mindestens 5. Grades vorhanden sein.«

gorisiert man diesen normalerweise als Differenzton zweiter Ordnung. Das neuere Ordnungssystem, das von Husmann eingeführt wurde, ist aus zwei Gründen praktisch: Erstens gibt die Ordnungszahl den jeweiligen Grad der Nichtlinearität wieder, der zudem mit den Exponenten der Polynomformeln übereinstimmt.²³⁹ Zweitens entspricht die Ordnungszahl der Addition der Indices, sofern die Indexnotation gemäß Husmann (siehe nachfolgend) verwendet wird. Die Unterschiede zwischen Husmanns und Helmholtz' Ordnungsbezeichnungen werden im direkten Vergleich deutlich. Zu beachten ist, dass die folgenden Übersichten, sowohl von Husmann als auch von Helmholtz', auf Basis von zwei Sinustönen oder einfachen Tönen und nicht auf Basis von komplexen Tönen zu verstehen sind.

Das Husmann'sche Ordnungssystem

Für die Klassifizierung der Kombinationstöne verwendet Husmann Buchstaben mit einem Doppelindex: »Die Differenztöne will ich mit D bezeichnen, die Summationstöne mit S. Weiter geben Indices an, welche Vielfache der Grundtöne zu ihrer Bildung benutzt werden.«²⁴⁰ Ein Differenzton D_{41} erklingt auf einer Frequenz, die der Differenz $4 \times f_1$ minus $1 \times f_2$ entspricht; dies bedeutet aber nicht a priori, dass die Frequenz $4 \times f_1$ als messbarer Oberton oder als Ohroberton vorhanden ist. Vorteil der Indexnotation sei gegenüber anderen Ordnungssystemen, dass sie zugleich auch »den Grad der Nichtlinearität der Ohrfunktion« angebe.²⁴¹ Der Grad ist gleich der Summe der Indices. Ein D_{32} beispielsweise ist gemäß dieser Theorie ein Kombinationson, der durch eine Nichtlinearität 5. Grades erzeugt werden kann.

²³⁹ Husmann (1953), S. 12: »Da er [ein Ton] als Differenz von 500 und 400 [Hz] entsteht, nennt man ihn Differenzton – und zwar früher »von der ersten Ordnung, weil es der erste Ton ist, den man als Differenz der Primärtöne erhalten kann. Wir wollen ihn aber »von der zweiten Ordnung nennen, weil er, wie ich im Anhang zeige, aus der zweiten Potenz der nichtlinearen Funktion der Ohres entsteht. So gibt die Ordnung des Differenztones zugleich den Grad der Nichtlinearität der Ohrfunktion an.«, siehe auch op. cit., S. 17.

²⁴⁰ op. cit., S. 12. Mehr zu Husmanns Bezeichnungsweise: S. 12–14.

²⁴¹ op. cit., S. 12.

1. Ordnung: $m \ n$ (= *Primärtöne*)
2. Ordnung: $2m \ m \pm n \ 2n$
3. Ordnung: $3m \ 2m \pm n \ m \pm 2n \ 3n$
4. Ordnung: $4m \ 3m \pm n \ 2m \pm 2n \ m \pm 3n \ 4n$
5. Ordnung: $5m \ 4m \pm n \ 3m \pm 2n \ 2m \pm 3n \ m \pm 4n \ 5n$ ²⁴²

Dieselbe Anordnung ausgedrückt durch Indizierung:

1. Ordnung: K_{01}, K_{10}
2. Ordnung: $K_{02}, D_{11}, S_{11}, K_{20}$
3. Ordnung: $K_{03}, D_{12}, S_{12}, D_{21}, S_{21}, K_{30}$
4. Ordnung: $K_{04}, D_{13}, S_{13}, D_{22}, S_{22}, D_{31}, S_{31}, K_{40}$
5. Ordnung: $K_{05}, D_{14}, S_{14}, D_{23}, S_{23}, D_{32}, S_{32}, D_{41}, S_{41}, K_{50}$

Bemerkungen:

- Die Primärtöne selbst gehören in diesem kombinatorischen System bereits der ersten Ordnung an. Was allgemein unter einem »ersten Differenzton« ($f_1 - f_2$) verstanden wird, ist im Husmann'schen System bereits ein Differenzton zweiter Ordnung. Diese zwei Begriffsvarianten können zu Missverständnissen führen, ähnlich wie es bei der Terminologie der Obertöne der Fall ist; der erste Oberton entspricht dem zweiten Teilton, der zweite Oberton dem dritten Teilton etc.
- Der Buchstabe K wird bei Husmann allgemein für Kombinationston eingesetzt. Will er zwischen Differenz- und Summationstönen unterscheiden, verwendet er D für Differenzton und S für Summationston.
- Mit den Frequenzen $m, 2m, 3m, 4m$ etc. und $n, 2n, 3n, 4n$ etc. bzw. $K_{01}, K_{02}, K_{03}, K_{04}$ etc. und $K_{10}, K_{20}, K_{30}, K_{40}$ etc. können bei Experimenten auf Basis von Sinustönen Ohrobertöne gemeint sein. Husmann nennt sie »subjektive Obertöne«.²⁴³

²⁴² Quellen zu diesem Schema: op. cit., S. 67. — Reinecke (1962a), S. 234. — Reinecke (1964), S. 31.

²⁴³ Husmann (1953), S. 8ff.

Das Helmholtz'sche Ordnungssystem

Zwar beruft sich Helmholtz für die Ordnungsbezeichnungen von Kombinationstönen, die aus einfachen Tönen resultieren, immer noch auf Hällström, doch aus der Beilage XII in *Die Lehre von den Tonempfindungen* zeichnet sich ab, dass er aufgrund seiner Entdeckung der Summationstöne das Schema weiterentwickelt hat:²⁴⁴

1. Ordnung: $m \pm n$
2. Ordnung: $2m \pm n$ $m \pm 2n$
3. Ordnung: $3m \pm n$ $2m \pm 2n$ $m \pm 3n$
4. Ordnung: $4m \pm n$ $3m \pm 2n$ $2m \pm 3n$ $m \pm 4n$

Bemerkungen:

- Was unter dem ersten Differenzton ($f_1 - f_2$) verstanden wird, entspricht in Helmholtz' Ordnungssystem einem Differenzton erster Ordnung.
- Helmholtz arbeitete nicht mit Indizierung.
- Das Schema ist eine Erweiterung von Hällströms Ordnungssystem und widerspricht diesem nicht.
- Zusammengesetzte Klänge behandelt Helmholtz speziell, wobei sich die Ordnungsbezeichnungen relativieren und gegebenenfalls erübrigen (vgl. Abschnitt 4.3).²⁴⁵

In der Akustik ist die Entwicklung der Ansätze, wie Kombinationstöne bezeichnet und geordnet werden sollen, über zwei Jahrhunderte hinweg gut nachvollziehbar. Die Ordnungsbezeichnungen sind eine Konsequenz der jeweiligen Theorien und methodisch stringent.

4.2.2 Die Übertragungsproblematik zwischen akustischen und musikalischen Begriffen

Die Übertragung von Begriffen und Theorien aus der Akustik in die Musik (und umgekehrt) kann aufgrund unterschiedlicher Auffassungen und Interpretationen problematisch sein. Dies gilt etwa für Paul Hindemiths Lehre

²⁴⁴ Helmholtz [1863] (1870), S. 619: »Von diesen ist $2p - q$ oder $2q - p$ ein Combinationston zweiter Ordnung nach Hällströms Bezeichnung. Ebenso giebt das vierte Glied x_4 Combinationstöne dritter Ordnung etc.«

²⁴⁵ op. cit., S. 242.

Unterweisung im Tonsatz (1940), die teilweise auf das Phänomen der Kombinationstöne gegründet ist.²⁴⁶ Hindemith vermischt Aspekte der Nichtlinearitätstheorie und der Interferenztheorie. Einerseits vertritt er noch die Auffassung, dass »primäre« Kombinationstöne nochmals mit den Primärtönen interferieren und sogenannte »sekundäre« Kombinationstöne bilden können,²⁴⁷ obwohl sich der Akustiker Erich Waetzmann bereits 1912 klar gegen diese Theorie ausgesprochen hatte.²⁴⁸ Andererseits stützt er seine Theorie und die Verwendung von Ordnungsbezeichnungen auf Beobachtungen an »obertonfreien« Tönen,²⁴⁹ die durch einen elektronischen Tonerzeuger²⁵⁰ generiert wurden. Schließlich überträgt er diese Theorie in die Satz- und Harmonielehre, die den Gebrauch der natürlichen musikalischen Töne (obertonreiche Klänge) voraussetzt. Hindemiths theoretische Basis und die praktischen Gegebenheiten lassen sich kaum vereinen.

Hindemith kann als ein klassisches Beispiel dafür gelten, wie die Integration vermeintlich akustischen Fachwissens in die Musikpraxis ihr Ziel verfehlen kann.²⁵¹ Genauso ist diese Gefahr in die entgegengesetzte Richtung gegeben. Ein ähnlicher Fehler ist zu beobachten, wenn Fachpersonen aus der Akustik mit Beobachtungen aus der Musikpraxis konfrontiert sind. Werden Zweiklänge auf einem Instrument gespielt und gewisse Kombinationstöne herausgehört, erhielt ich im Laufe meiner Untersuchung oft Reaktionen wie: »Aha, ich höre den quadratischen Kombinationston.« oder »Und das hier muss der kubische Differenzton sein.« In diesem Fall wird nicht bedacht, dass sich die Begriffe quadratischer oder kubischer Kombinationston auf eine Sinustonkombination beziehen. In einer musikalischen Situation, in der obertonreiche Klänge auftreten, könnte jeder Kombinationston kubisch oder quadratisch sein, je nachdem, welches Obertonpaar für seine Entstehung verantwortlich ist. Generell sind eine Hierarchie der Kombinationstöne (siehe Abb. 32) sowie zugehörige Grad- oder Ordnungsbezeichnungen in der Musikpraxis unzweckmäßig. Fricke erklärt dazu:

²⁴⁶ Hindemith (1940), S. 75ff.

²⁴⁷ op. cit., S. 84: »Dieser Ton [der erste Kombinationston] ergibt in Verbindung mit einem der gespielten Töne einen Kombinationston zweiter Ordnung.«

²⁴⁸ Erich Waetzmann, *Die Resonanztheorie des Hörens*, Braunschweig 1912, S. 120–126.

²⁴⁹ Hindemith (1940), S. 81 spricht von »obertonfreien (auf elektrischem Wege erzeugten) oder obertonarmen (Stimmgabeln u. ä.) Töne[n]«.

²⁵⁰ op. cit., S. 82.

²⁵¹ Für eine unzweckmäßige Anwendung von Ordnungsbezeichnungen gibt es im musikalischen Bereich mehrere Beispiele: Helmholtz [1863] (1870), S. 243. — Rubeli (1966), S. 56f., 75 und 139. — Friedrich Glorian, »Indische Ragas – Inhalt und Struktur«, in: *Harmonik & Glasperlenspiel. Beiträge 1994*, hrsg. von Peter Neubäcker, München 1995, S. 52–58. — Doris Geller, *Praktische Intonationslehre für Instrumentalisten und Sänger*, Kassel u. a. 2003, S. 36.

4.2 Vielfalt der Bezeichnungsweisen

KT [Kombinationstöne] mit den Frequenzen $qm - pn$ kommen aber, ohne von höherem Grade zu sein, auch zustande durch die Obertöne von m und n , die, wenn sie harmonisch sind, selbst schon die Frequenz qm und pn besitzen und so als PT [Primärtöne] fungieren. Im Prinzip kann eben jede Sinuskomponente irgendeines Klangaggregates PT sein.²⁵²

Aus mathematischer Sicht wäre bei den meisten Instrumenten nur eine Nichtlinearität zweiten Grades nötig, um die auftretenden Kombinationstöne zu beschreiben. Je obertonreicher die Klänge sind, desto besser trifft diese Aussage zu. Die in der Literatur verwendeten Modelle legen nahe, dass bei obertonreichen Klängen bereits die nichtlineare Übertragung zweiten Grades zu Koinzidenzen zwischen Kombinationstönen führt und in der spektralen Darstellung in einem lückenlosen Gitter aus Kombinations- und Partialtönen ersichtlich wird (vgl. Abb. 33).

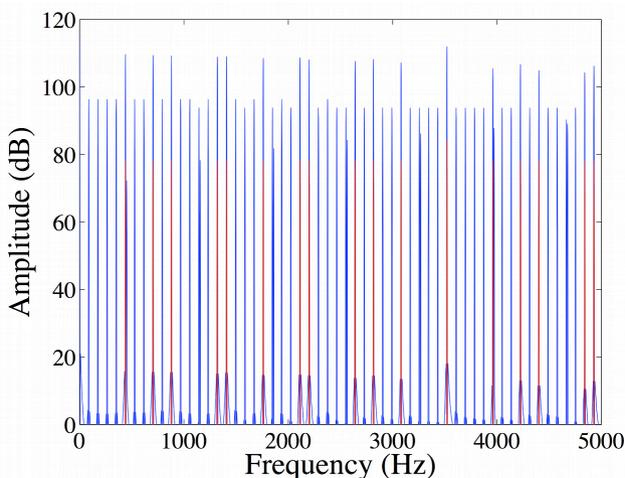


Abb. 33, Modell einer nichtlinearen Übertragung zweiten Grades, angewendet auf das Intervall 5:8 mit den Tönen a' und f'' (440 Hz : 704 Hz) und deren Obertönen (rot). Die Kombinationstöne (blau) bilden zusammen mit den Partialtönen ein lückenloses Gitter mit dem Frequenzabstand von 88 Hz [Grafik von Sandra Carral].

Würde eine Nichtlinearität dritten Grades angenommen, koinzidieren zusätzlich quadratische und kubische Kombinationstöne. Dem Gehör ist es aus diesem Grund unmöglich, diese beiden Varianten von Kombinationstönen auseinanderzuhalten. Die Verwendung solcher Bezeichnungen ist deshalb in

²⁵² Fricke (1996), Sp. 485.

der Musikpraxis nicht sinnvoll. Im Abschnitt 4.3 wird dieser Sachverhalt zusätzlich anhand der Tonmatrix erläutert.

Hällströms Ordnungsbezeichnungen sind für die musikalische Praxis ebenfalls ungeeignet, weil sie sich daraus ergeben, wie Kombinationstöne und Primärtöne untereinander interferieren. Diese Auffassung ist veraltet und die Berechnungsmethode für die musikalische Anwendung zu kompliziert. Zudem führt Hällströms Berechnungsart zu denselben Kombinationsfrequenzen, die sich auch als Differenztöne der Obertöne beschreiben lassen.

Gerade in der musikalischen Kombinationstonliteratur wird bei der Verwendung von Ordnungsbezeichnungen oft auf Helmholtz verwiesen. Diese Referenz ist jedoch nicht gerechtfertigt. Beim genaueren Studium seines siebten Abschnitts »Die Combinationstöne« in der *Lehre von den Tonempfindungen* stellte ich fest, dass Helmholtz sich von Ordnungsbezeichnungen distanziert, sobald von komplexen Tönen die Rede ist. Da er aber zwischen der Perspektive auf zusammengesetzte Klänge und solcher auf zwei einfache Töne hin- und herwechselt, einfache Töne ebenfalls als Noten notiert und es sich generell um eine inhaltlich dichte Passage handelt, ist gut nachvollziehbar, dass diese Feinheiten nicht sofort rezipiert werden.²⁵³

Die Ordnungsbezeichnungen »ersten oder höheren Grades« oder »erster oder höherer Ordnung« sind im naturwissenschaftlich-akustischen Gebrauch heute an die Nichtlinearitätstheorie gebunden. Die bisherige Diskussion hat ans Licht gebracht, welche Ordnungsbezeichnungen für den musikalischen Gebrauch *nicht* geeignet sind. Welche Terminologie steht nun der Musikpraxis zur Verfügung, wenn Kombinationstöne »geordnet« werden sollen, ohne aber auf eine bestimmte Entstehungstheorie Bezug nehmen zu müssen?

Ein Ansatz dazu ist bei Helmholtz vorhanden, der bei zusammengesetzten Klängen ein anderes System zur Ableitung der Kombinationstöne verwendet als bei einfachen Tönen.²⁵⁴ In Kombination mit der Doppelindex-Darstellungsweise von Husmann lässt sich daraus eine Tonmatrix generieren, die musikalischen Erwartungen gerecht wird.

4.3 Die Tonmatrix

In der Tonmatrix vereinen sich Aspekte aus Helmholtz' und Husmanns Konzepten. Sie bildet in erster Linie keine Hierarchie der Kombinationstöne ab, sondern erlaubt es, Frequenzen, auf denen Kombinationstöne auftreten können, schnell zu berechnen. Diese Darstellungsmethode eignet sich im

²⁵³ Helmholtz [1863] (1870), S. 239ff.

²⁵⁴ op. cit., S. 242.

Besonderen für den musikalischen Gebrauch und wurde bereits für frühere Untersuchungen von Werner Schulze am Internationalen Harmonik Zentrum verwendet. Im Zuge meiner eigenen Untersuchungen habe ich dieses Schema Tonmatrix genannt.

Die Tonmatrix funktioniert nach der gleichen kombinatorischen Logik wie es bei Husmann der Fall ist. Zwischen der Husmann'schen Indexnotation, die sich auf Sinustöne bezieht, und dem Grundgerüst der Tonmatrix besteht äußerlich kein Unterschied. Kombinationstöne lassen sich als Elemente K_{ij} darstellen:

K00	K01	K02	K03	K04	K05	K06
K10	K11	K12	K13	K14	K15	K16
K20	K21	K22	K23	K24	K25	K26
K30	K31	K32	K33	K34	K35	K36
K40	K41	K42	K43	K44	K45	K46
K50	K51	K52	K53	K54	K55	K56
K60	K61	K62	K63	K64	K65	K66

Abb. 34, Ein kombinatorisches System mit Indices zur Darstellung von Kombinationstönen. Die Indices werden normalerweise tiefgestellt, hier wurden sie zur besseren Lesbarkeit größer gedruckt.

Die Kombinatorik dieses Schemas lässt sich mathematisch durch das allgemeine Bildungsgesetz $K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2|$ mit p, q (natürliche Zahlen) ausdrücken und beschreibt Kombinationstöne, die im musikalischen Kontext relevant sind.

Abb. 34 zeigt das kombinatorische Schema aus Buchstaben und Doppelindeces im allgemeinen Sinne. Die Deutung des Systems kann nun auf zwei verschiedene Arten erfolgen:

1. In der Husmann'schen Auffassung (Basis: zwei Sinustöne) werden lediglich K_{01} und K_{10} als physikalisch vorhandene Primärschwingungen angenommen. K_{02} , K_{03} , K_{04} usw. und K_{20} , K_{30} , K_{40} usw. sind Kombinationsfrequenzen auf denen beispielsweise Ohrobertö-

ne auftreten können. Mit einem D_{53} würde eine Differenzfrequenz²⁵⁵ oder ein Differenzton gemeint sein, die durch $5 \times f_1 - 3 \times f_2$ beschrieben werden. Zudem wäre eine Nichtlinearität 8. Grades ($5 + 3$) notwendig, um einen Differenzton auf dieser Frequenz zu erzeugen.

2. In der musikalischen Auffassung (Basis: komplexe harmonische Töne) sind die Komponentenreihen K_{01} , K_{02} , K_{03} usw., beziehungsweise K_{10} , K_{20} , K_{30} usw. jeweils als *ein* Primärton zu verstehen. Dabei sind K_{01} und K_{10} die Grundfrequenzen der beiden Töne. Alle weiteren Kombinationen vom Typus K_{0j} oder K_{j0} repräsentieren harmonische Obertöne von K_{01} und K_{10} . Die Indices stehen in diesem Fall nicht für eine Angabe zum Nichtlinearitätsgrad, sondern können unter anderem als Ursprungsangabe verstanden werden, die definiert, welches Obertonpaar einen bestimmten Kombinationston erzeugen kann. Dabei wird angenommen, dass alle Obertonpaare entweder erste Differenztöne ($f_1 \pm f_2$) oder erste Summationstöne ($f_1 + f_2$) bilden können. Beispiel: Ein D_{53} ist in dieser Deutung nicht als Differenzton 8. Ordnung zu verstehen, sondern sein Doppelindex gibt an, dass seiner Entstehung der 5. Oberton des ersten Primärtons und der 3. Oberton des zweiten Primärtons zugrunde liegen. Ein S_{53} entspricht der Frequenzsumme des 5. und 3. Obertons.

Die zweite Variante dieser zwei möglichen Deutungen orientiert sich an einer realen musikalischen Situation, bei der Obertöne untereinander Differenztöne oder Summationstöne bilden können. Helmholtz hatte eine ähnliche Sicht der Dinge. Auf diesen Aspekt wird später in diesem Abschnitt genauer eingegangen.

Mithilfe des Computerprogramms Microsoft Excel generierte ich eine Tabelle, die nach der Logik des kombinatorischen Schemas aus Abb. 35 Kombinationstöne berechnet und systematisch darstellt. In der Excel-Tabelle wurden zwei Eingabefelder für beliebige Zahlen vorgesehen, nach welchen sich die gesamte Tabelle automatisch ergibt. In Abb. 35 sind die Eingabefelder mit K_{01} und K_{10} , D_{01} und D_{10} oder S_{01} und S_{10} bezeichnet. Die Tonmatrix stellt für Praxisorientierte ein unverzichtbares Werkzeug dar, um Zweiklänge und daraus resultierende Kombinationstöne zu analysieren. Sie ist sowohl für die Eingabe von Schwingungsverhältnissen als auch von Frequenzen geeignet.

Kombinationstöne können durch Additionen oder Subtraktion zweier Frequenzen oder deren Verhältniszahlen ausgedrückt werden. In der Tonmatrix

²⁵⁵ Mehr zur Unterscheidung der Begriffe Differenzfrequenz und Differenzton im Abschnitt 4.1.2.

ist ein Kombinationston definiert durch das Element K_{ij} , wobei i die Zeile und j die Spalte bezeichnet:

$$K_{ij} = \begin{cases} S_{ij} = K_{i0} + K_{0j} & \text{für Summationstöne} \\ D_{ij} = | K_{i0} - K_{0j} | & \text{für Differenztöne} \end{cases}$$

Jedes Frequenzpaar K_{ij} kann somit als Summationston S_{ij} oder als Differenzton D_{ij} eine neue Frequenz bilden.

Abb. 35 zeigt in der Vertikalen eine grau schattierte Zeile mit der Grundfrequenz K_{10} und ihren Obertönen K_{20} , K_{30} etc. In ihrer Gesamtheit bilden diese Töne zusammen einen zusammengesetzten Primärklang.²⁵⁶ Entsprechend ist ein zweiter komplexer Primärton K_{01} , K_{02} , K_{03} etc. horizontal grau schattiert. K_{23} beispielsweise wäre also die Kombination des 2. Teiltons des vertikal abgebildeten komplexen Tons und des 3. Teiltons des horizontal verlaufenden zusammengesetzten Tons. Die Größe der Tonmatrix kann in beide Richtungen beliebig ausgedehnt und nach Ziel und Zweck einem entsprechenden forschungsrelevanten Bereich angepasst werden.

In Abb. 35 wird zudem demonstriert, welche Werte sich aus dem Intervall 5:6 (kleine Terz) ergeben, wenn als mathematische Operationen Additionen oder Subtraktionen durchgeführt werden. Im Fall von Subtraktionen $K_{0j} - K_{i0}$ oder $K_{i0} - K_{0j}$ spannt sich zwischen den zusammengesetzten Primärklängen ein Zahlenfeld auf, in dem bei entsprechend gewählter Größe alle ganzen Zahlen ab 0 vorgefunden werden können. Diese Eigenschaft lässt sich bei beliebigen Zahlenpaaren beobachten, die in die Eingabefelder der Matrix eingegeben werden. Dies ist der eigentliche Grund, weshalb im musikalischen Gebrauch von Ordnungs- oder Gradbezeichnungen abgesehen werden kann. Die Tonmatrix führt lediglich Subtraktionen vom Typus $m - n$ durch und erhält dadurch bereits alle möglichen ganzen Zahlen, die ihrer Größe nach geordnet eine lückenlose Kombinationstonreihe bilden (vgl. Abb. 33). Solche Differenztöne $m - n$ würde man in der Nichtlinearitätstheorie als quadratisch bezeichnen. Rechnet man mit der Tonmatrix kubische Differenztöne²⁵⁷ aus, ergeben sich Zahlen oder Frequenzen, welche die Werte, die aus der Operation $m - n$ resultiert sind, nur doppeln.

²⁵⁶ Stumpf unterscheidet einfache und zusammengesetzte Primärklänge, was in Bezug auf die Kombinationstontheorie eine große Hilfestellung ist. Siehe Stumpf (1890), S. 243.

²⁵⁷ Kubische Kombinationstöne sind laut Definition $2f_2 - f_1$, $2f_1 - f_2$, $2f_2 + f_1$, $2f_1 + f_2$, $3f_1$ und $3f_2$. Vgl. auch Abb. 32.

K00	K01	K02	K03	K04	K05	K06
K10	K11	K12	K13	K14	K15	K16
K20	K21	K22	K23	K24	K25	K26
K30	K31	K32	K33	K34	K35	K36
K40	K41	K42	K43	K44	K45	K46
K50	K51	K52	K53	K54	K55	K56
K60	K61	K62	K63	K64	K65	K66

D00	D01	D02	D03	D04	D05	D06
D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16
D20	D21	D22	D23	D24	D25	D26
D30	D31	D32	D33	D34	D35	D36
D40	D41	D42	D43	D44	D45	D46
D50	D51	D52	D53	D54	D55	D56
D60	D61	D62	D63	D64	D65	D66

0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
5	1	7	13	19	25	31	37	43	49
10	4	2	8	14	20	26	32	38	44
15	9	3	3	9	15	21	27	33	39
20	14	8	2	4	10	16	22	28	34
25	19	13	7	1	5	11	17	23	29
30	24	18	12	6	0	6	12	18	24
35	29	23	17	11	5	1	7	13	19
40	34	28	22	16	10	4	2	8	14
45	39	33	27	21	15	9	3	3	9

S00	S01	S02	S03	S04	S05	S06
S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16
S20	S21	S22	S23	S24	S25	S26
S30	S31	S32	S33	S34	S35	S36
S40	S41	S42	S43	S44	S45	S46
S50	S51	S52	S53	S54	S55	S56
S60	S61	S62	S63	S64	S65	S66

0	6	12	18	24	30	36
5	11	17	23	29	35	41
10	16	22	28	34	40	46
15	21	27	33	39	45	51
20	26	32	38	44	50	56
25	31	37	43	49	55	61
30	36	42	48	54	60	66

Abb. 35, Oben das kombinatorische Schema der Tonmatrix, allgemein ausgedrückt durch den Buchstaben K für Kombinationstöne. In der Mitte die Interpretation als Differenztöne, unten als Summationstöne.

Dass die Berechnung von Kombinationstönen höherer Ordnung in der musikalisch interpretierten Tonmatrix keine neuen Zahlenwerte liefert, liegt daran, dass man als Primärtöne zusammengesetzte Primärtöne annimmt. Dadurch entstehen viel mehr Zahlen- oder Frequenzwerte als es bei einfachen Primärtönen der Fall wäre. Jeder Oberton kann mit jedem beliebigen anderen Oberton im Sinne einer nichtlinearen Übertragung einen Differenzton $f_1 - f_2$ bilden. Diese Auffassung teilt auch Helmholtz. Er konstatiert, dass bei zwei zusammengesetzten Klängen die Zahl der vorhandenen Kombinationstöne sehr groß sei, weil sich aus allen möglichen Kombinationen von Primär- und Obertönen Differenztöne und Summationstöne bilden können. Da nach Helmholtz der Differenzton $f_1 - f_2$ der stärkste ist und Kombinationstöne höherer Ordnungen sowie Summationstöne ohnehin nur selten auftreten, verzichtet er bei zusammengesetzten Klängen auf die Ableitung der zwei letzteren.²⁵⁸ Die Tonmatrix widerspiegelt Helmholtz' Sichtweise und sein Ansatz, wie mit zusammengesetzten Klängen im Vergleich zu einfachen umgegangen werden soll.

Die Interpretationsmöglichkeiten und Verwendungsmöglichkeiten der Tonmatrix sind vielfältig. Sie ist eine einfache, aber effektive Variante, Differenztöne oder Summationstöne systematisch und schnell zu berechnen. Generell ist sie ein ideales Werkzeug für die Analyse von Zweiklängen und ihren Kombinationstönen. Werden Frequenzzahlen eingegeben, kann beispielsweise beobachtet werden, wie sich Kombinationstöne verhalten, wenn ein Intervall minimal verstimmt wird und wo dadurch Schwebungen entstehen (siehe Abschnitt 4.8.2). Die Eingabe von Schwingungsverhältnissen ermöglicht Beobachtungen mit Bezug auf Symmetrien und Aspekte der Zahl. Zudem kann mit dieser Methode nachvollzogen werden, dass alle Summationstöne auch als Differenztöne vorkommen. Differenztöne, die einen kleineren Zahlenwert als der Summationston S_{11} besitzen, können jedoch *nie* als Summationston vorkommen (vgl. dazu Abschnitt 4.8.1).

Im harmonikalen Bereich ist die Verwendung von Tonmatrizen keine Seltenheit, sondern vielmehr eine bewährte Tradition, um Tonbeziehungen und analoge Prinzipien systematisch aufzuzeigen. Das bekannteste Beispiel ist das Lambdoma. Der Ausdruck geht auf Albert von Thimus zurück und ist seine Kreation aus den Wörtern *Lambda* und *Pleroma*.²⁵⁹ Vorformen des Lambdoma existierten jedoch bereits in der Antike.²⁶⁰ Das Lambdoma spielt eine zentrale Rolle in der Harmonik und ist ein Fundus für Proportionen, die in der Natur vorkommen oder in der menschlichen Wahrnehmung eine Bedeutung haben. In Bezug auf die Kombinationstonmatrix ist es deshalb interes-

²⁵⁸ Helmholtz [1863] (1870), S. 240–242.

²⁵⁹ Leopold Spitzer, *Die harmonikale Symbolik des A. Frb. von Thimus*, Wien 1978, S. 84.

²⁶⁰ op. cit., S. 80–84.

sant, weil es die gleiche mathematische Logik inne hat. Die Logik des Lambdoma spiegelt sich in den Doppelindices der Kombinationstöne wider.

0/0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6
1/0	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6
2/0	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6
3/0	3/1	3/2	3/3	3/4	3/5	3/6
4/0	4/1	4/2	4/3	4/4	4/5	4/6
5/0	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6
6/0	6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6

Abb. 36, Lambdoma im Ausschnitt bis zur Zahl 6.

K00	K01	K02	K03	K04	K05	K06
K10	K11	K12	K13	K14	K15	K16
K20	K21	K22	K23	K24	K25	K26
K30	K31	K32	K33	K34	K35	K36
K40	K41	K42	K43	K44	K45	K46
K50	K51	K52	K53	K54	K55	K56
K60	K61	K62	K63	K64	K65	K66

Abb. 37, Kombinatorisches Schema für die Darstellung der Kombinationstöne. Hier als Ausschnitt bis zur Zahl 6.

Werden die Zahlen des Lambdoma durch Buchstaben ersetzt, ergibt sich eine Deutung, die sich bei dem Universalgelehrten Ramon Llull (1232–1316) findet.²⁶¹

BC	CD	DE	EF	FG	CH	HI	IK
BD	CE	DF	EG	FH	GI	HK	
BE	CF	DG	EH	FI	GK		
BF	CG	DH	EI	FK			
BG	CH	DI	EK				
BH	CI	DK					
BI	CK						
BK							

Abb. 38, Kombinatorisches Schema von Ramon Llull [Quelle: SCHULZE 2001, S. 43].

²⁶¹ Raimundus Lullus, *Ars brevis (lateinisch-deutsch), übersetzt von Alexander Fidora* [1308], Hamburg 1999, S. 16–19.

4.4 Notenschrift

Wenn man Lulls Figur in Zahlenwerte übersetzt ($B = 1$, $C = 2$ usw.), entspricht sie dem Ausschnitt des Lambdaoma, der in Abb. 39 grau unterlegt ist. Diese Analogien zeigen, wie eine harmonikale Idee in unterschiedlichen Bereichen oder Anwendungen in Erscheinung treten kann.

0/0	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9	0/10	...
1/0	1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	...
2/0	2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7	2/8	2/9	2/10	...
3/0	3/1	3/2	3/3	3/4	3/5	3/6	3/7	3/8	3/9	3/10	...
4/0	4/1	4/2	4/3	4/4	4/5	4/6	4/7	4/8	4/9	4/10	...
5/0	5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6	5/7	5/8	5/9	5/10	...
6/0	6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6	6/7	6/8	6/9	6/10	...
7/0	7/1	7/2	7/3	7/4	7/5	7/6	7/7	7/8	7/9	7/10	...
8/0	8/1	8/2	8/3	8/4	8/5	8/6	8/7	8/8	8/9	8/10	...
9/0	9/1	9/2	9/3	9/4	9/5	9/6	9/7	9/8	9/9	9/10	...
10/0	10/1	10/2	10/3	10/4	10/5	10/6	10/7	10/8	10/9	10/10	...
...

Abb. 39, Das Lambdaoma bis zur Zahl 10. Der grau unterlegte Bereich entspricht Lulls Buchstabenkombinatorik (vgl. Abb. 38).

Nicht nur Tonmatrix und Lambdaoma, sondern auch das Tonnetz – in dem dieselbe Kombinatorik in den Exponenten enthalten ist – sind durch das Band der Analogie in einem gemeinsamen Grund verankert. Das Analogie-Denken ist nicht zuletzt auch bei Tartini bemerkbar, der das »harmonische Prinzip« auf verschiedenen Ebenen wiedererkennt (siehe Kapitel 5).

4.4 Notenschrift

Kombinationstöne in Notenschrift abzubilden ist vor allem bei Forschern zu finden, die gleichzeitig auch Musiker sind oder musikalisch denken.



Abb. 40, Tartinis Notationsweise [Quelle: TARTINI 1754, S. 14].



Abb. 41, Notenbeispiel aus Leopold Mozarts *Versuch einer gründlichen Violinschule*: »Sind die zwei Noten um eine kleine Sechste von einander, so höret man die grössere Terz, oder Decime.«
[Quelle: MOZART 1756, S. 191].

Noten werden mit musikalischen Klängen assoziiert. Sind jedoch Sinustöne gemeint, ist es für das Verständnis ungünstig, die Notenschrift als Darstellungsweise zu wählen. Ein solches Beispiel ist Helmholtz' Notationsweise (Abb. 42 und Abb. 43). Die abgebildeten Kombinationstöne werden beschrieben durch das Bildungsgesetz, welches einfache Töne, also zwei Schwingungen ohne Obertöne als Grundlage annimmt; Helmholtz stützt sich bei dieser Vorgehensweise auf die Vorstellung von Hällström, dass Kombinationstöne einer Ordnungsgruppe durch Interferenz mit den Primärtönen die Kombinationstöne der nächsten Ordnungsgruppe erzeugen.



Abb. 42, Helmholtz' Notationsweise mit der Unterscheidung der verschiedenen Ordnungen.
Viertel Note = 1. Ordnung, Achtel Note = 2. Ordnung, Sechzehntel Note = 3. Ordnung,
Zweiundreißigstel Note = 4. Ordnung [Quelle: HELMHOLTZ [1863] 1870, S. 243].

4.5 Punktreihen (Impulsketten)



Abb. 43, Helmholtz' Notationsweise mit der Unterscheidung der verschiedenen Ordnungen von Kombinationstönen. Bei der kleinen Sexte ergeben sich Kombinationstöne bis zur 5. Ordnung (Vierundsechzigstel Note) [Quelle: HELMHOLTZ [1863] 1870, S. 244].

4.5 Punktreihen (Impulsketten)

Die Idee, Töne in Form von Punktreihen (Impulsketten) darzustellen, entsteht im 17. Jahrhundert (vgl. Abschnitt 3.4). Jeder Punkt repräsentiert jeweils einen Schwingungsimpuls. Punktreihen mit unterschiedlichen Abständen zwischen den Punkten symbolisieren Schwingungen von unterschiedlicher Frequenz. Koinzidenzen zwischen zwei oder mehreren Impulsketten werden als Zeichen von Konsonanz gedeutet.²⁶² Punktreihendarstellungen zur Erklärung des dritten Tons erscheinen erst später.²⁶³ Die Koinzidenztheorie ist zwar recht alt und begrenzt in ihren Möglichkeiten, jedoch gewann sie seit Schoutens Definition der Tonhöhe wieder an Wert.²⁶⁴ Hesse knüpfte an die Methode der Gelehrten des 17. Jahrhunderts an und entwickelte die Punktdarstellungen weiter, indem er auch Obertöne in die Punktmuster miteinbezog. Hesse ließ sich dabei vom Lipps'schen Mikrorhythmenmodell inspirieren.²⁶⁵ Tatsächlich lassen sich viele musikalische Phänomene mithilfe dieses Modells erklären. Dazu gehören beispielsweise die Tonhöhe, Sonanz

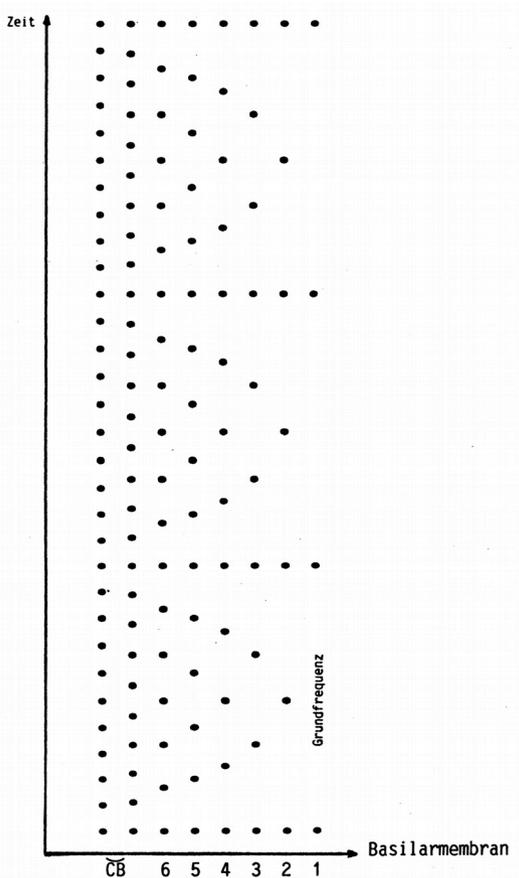
²⁶² Siehe Abschnitt 3.4.

²⁶³ Chladni [1802] (1830), S. 163. — Chladni (1809), S. 252. — Biot (1816), S. 48.

²⁶⁴ Fricke (2005), S. 137: »Will man sich die geordnete Schwingungsbewegung bei konsonanten Intervallen, so wie sie sich Galileo Galilei vorstellte, und die Koinzidenz der Wellen, die die Autokorrelation liefert, grafisch veranschaulichen, kommt man zwangsläufig zu der Form der Darstellung, die auch schon Leonhard Euler wählte. Die bei ihm wiedergegebenen Punktreihen von Tönen, deren Schwingungen in einem einfachen Zahlenverhältnis zueinander stehen und die er zur Erklärung der Konsonanz angab [...]«

²⁶⁵ Horst-Peter Hesse, »Hatte Lipps doch recht? Tonverwandtschaft und Tonverschmelzung im Lichte der heutigen Gehörphysiologie«, in: *Perspektiven und Methoden einer Systemischen Musikwissenschaft*, hrsg. von Klaus Wolfgang Niemöller und Bram Gäjten, Frankfurt a. M. u. a. 2003, S. 137–145.

bei Zweiklängen und Akkorden, der Toncharakter, der ideelle Grundton eines Intervalls, der Residualton, die Akkordbildung sowie Umkehrungen der Akkorde.²⁶⁶



Örtlich und zeitlich geordnetes Nervenimpulsmuster

Abb. 44, Hesses Punktmittel mit der Zeitachse (vertikal) und der Ortsachse (horizontal)
[Abbildung aus: Grundlagen der Harmonik in mikrotonaler Musik, von Horst-Peter Hesse ©
Helbling, Innsbruck-Esslingen-Bern/Belp].

²⁶⁶ Hesse (1989), Tonhöhe (S. 27), Sonanz bei Zweiklängen und Akkorden (S. 45–114), Toncharakter (S. 73), ideeller Grundton (S. 65), Residualton (S. 74), Akkordbildung sowie Umkehrungen der Akkorde (S. 96).

Zusammen mit Susanne Rell konnte ich im Rahmen einer Untersuchung von 2012 Hesses Punktmodell weiterentwickeln und als Computerprogramm umsetzen.²⁶⁷ Dieses erlaubt, neuronale Hörtheorien harmonikal zu deuten und Nervenimpulsmuster in verschiedenen Varianten darzustellen. Innerhalb einer Oktave können alle Intervalle, sowohl rationale als auch irrationale Verhältnisse manuell eingestellt werden. Verschiebt man den Regler, der das Verhältnis größer oder kleiner machen kann, so wird das dazugehörige Nervenimpulsmuster immer in Echtzeit erstellt. Simultane Intervalle, die eigentlich nur vertikal analysiert werden können und oft mit dem Attribut »statisch« in Verbindung gebracht werden, bekommen so einen lebendigen und beweglichen Charakter; verändert man den einen Ton kontinuierlich, so entstehen parallel dazu neue Muster. Visuell einfach erfassbare Muster entsprechen einfachen Schwingungsverhältnissen, wobei komplexe Schwingungsverhältnisse diesen einfachen Mustern manchmal zum Verwechseln ähnlich sein können. Dieser Sachverhalt ließe sich in der neuronalen Verarbeitung mit der »Scheinperiodizität« erklären.²⁶⁸ Vergleiche hierzu Abschnitt 7.2.

Unsere Punktmusterdarstellung ermöglicht einen visuellen Zugang zu mathematischen Eigenschaften von Zweiklängen. Dieser harmonikale Ansatz ist mit den Autokorrelationstheorien verknüpfbar, da bei der Autokorrelation typisch ist, dass Phasenverschiebungen herausgerechnet werden; daraus resultieren Darstellungen, die Ähnlichkeiten mit Abb. 45 aufweisen.²⁶⁹ Wird die Anzahl der vertikal koinzidierenden Punkte addiert und dieser Wert in einer Strichlänge ausgedrückt, entstehen fraktal angelegte Muster. Beispiele dazu sind Abb. 60 und Abb. 61.

²⁶⁷ Lohri & Rell (2012). Wie sich die Obertonstruktur von Zweiklängen beim Verändern des Schwingungsverhältnisses wandelt, kann ebenfalls in einer Computersimulation von Rell nachverfolgt werden. Siehe online: <<http://www.rell-patterns.at/intervalle.html>> (abgerufen am 13.07.2014).

²⁶⁸ Ebeling (2007), S. 74–79.

²⁶⁹ Vgl. Ray Meddis & Michael J. Hewitt, »Virtual pitch and phase sensitivity of a computer model of the auditory periphery. I: Pitch identification«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 89, Heft 6, 1991, Fig. 3, S. 2868 und Lohri & Rell (2012).

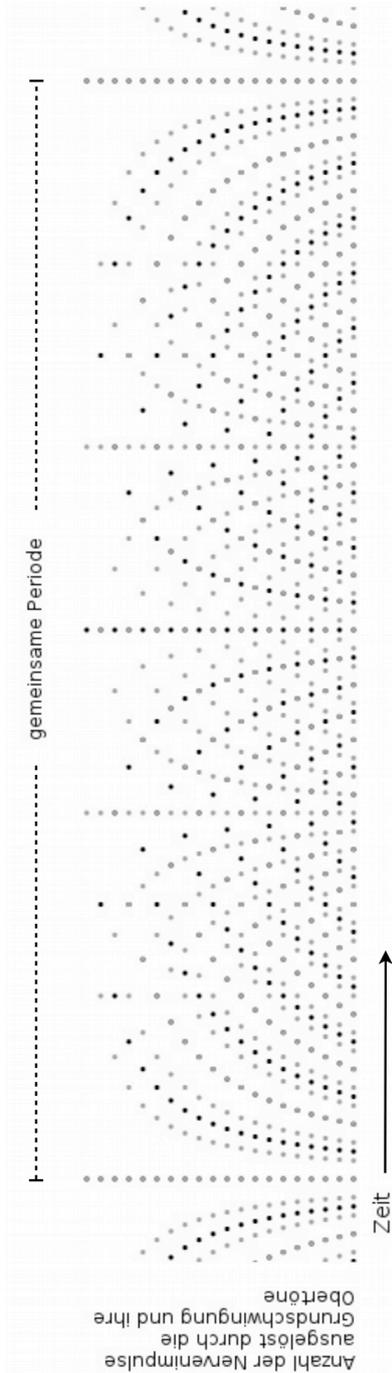


Abb. 45, Punktmodell entwickelt von Rell und Lohri. Die Punkte repräsentieren Nervenimpulse oder auch allgemein Schwingungsimpulse. Der Abschnitt zeigt die gemeinsame Periode eines Zweiklangs mit dem Schwingungsverhältnis 2:3 (Quinte). Für beide Töne wurden je 20 Obertöne angenommen. Die helleren Punkte entsprechen dem höheren Ton, die dunkleren dem tieferen. Hinweis: Koinzidierende Impulse erscheinen hier ebenfalls hell, siehe etwa die hellgraue Punktreihe (vertikal) bei der übergeordneten Periode beider Schwingungen. Phasenverschiebungen werden in dem Modell nicht berücksichtigt. Ziel war, die harmonikalen Eigenschaften der Nervenimpulsmuster zu visualisieren.

4.6 Linienmodell

Eine universelle Variante, die sich sowohl für die Darstellung von Kombinationstönen als auch -frequenzen eignet, ist ein kombinatorisches Liniennetz (siehe Abb. 46).

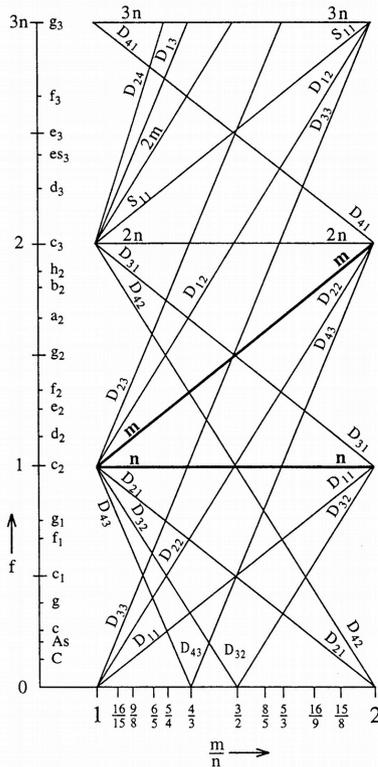


Abb. 2: Tonhöhen der Kombinationstöne für die zwischen Einklang und Oktave liegenden Primärtonintervalle $m: n$ für $n = c''$ bis zur Frequenz $3n (= g^3)$.

Abb. 46, Darstellung von Kombinationsfrequenzen, welche eine Oktave durchlaufen (Bereich zwischen 1:1 und 1:2) [Quelle: FRICKE 1996, Sp. 483. Abdruck mit freundlicher Genehmigung des Bärenreiter-Verlags, Kassel].

Es beschreibt alle möglichen Kombinationsfrequenzen, die sich aus zwei Primärfrequenzen ergeben. Das Linienmodell basiert auf der Formel

$$K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2| \text{ mit } p, q \text{ (natürliche Zahlen)}$$

und stellt die Verläufe der Kombinationsfrequenzen in einem grundsätzlich frei wählbaren Intervallbereich dar. Meistens wird jedoch der Oktavbereich aufgezeigt (vgl. die x-Achse in Abb. 46). Die Kombinationsfrequenzen (hier in Proportionszahlen beschriftet) sind auf der y-Achse abzulesen und verändern sich als eine Funktion von m/n , dem Schwingungsverhältnis eines Intervalls, welches auf der x-Achse dargestellt ist. Die y-Achse kann als Tonraum oder als Frequenzskala interpretiert werden. Sie ist hier linear abgebildet. Die x-Achse beschränkt sich bei diesem Beispiel auf Intervalle mit einem numerisch ausgerechneten Wert 1 (Prime 1:1) bis 2 (Oktave 2:1). Die Intervalle vergrößern sich kontinuierlich von links nach rechts. Dieses Schema ließe sich beliebig auch auf größere Intervalle ausweiten. Würde man den Bereich beispielsweise auf die Duodezime (3:1) ausdehnen, so ergäbe sich rechterhand von 2, im Bereich von 2:1 und 3:1, nochmals das identische Linienmuster, also quasi als Spiegelsymmetrie mit der Symmetrieachse beim Wert 2. Die beiden fett gedruckten Linien stehen für die beiden Primärtöne m und n . Man nimmt nun an, dass n ein liegender Ton ist, m hingegen sei ein stetig und linear ansteigender Ton, der das Intervall kontinuierlich verändert. Dadurch ist der ganze Tonraum zwischen der Prime (1:1) und der Oktave (2:1) abgedeckt. In diesem Schema sind nicht nur ganzzahlige Schwingungsverhältnisse enthalten, sondern auch alle irrationalen Werte. Abb. 46 stammt von Fricke, ähnliche Darstellungen, die auf dem gleichen Prinzip beruhen, sind auch bei anderen Autoren zu finden.²⁷⁰

Deutet man die Grafik im Sinne einer Situation, die auf zwei Sinustönen beruht, so wäre ein hoher Grad an Nichtlinearität nötig, um auf den Linien der Kombinationsfrequenzen auch tatsächlich Kombinationstöne entstehen zu lassen. Interpretiert man m und n als zwei komplexe Töne, entsteht genau das gleiche Linienmuster. Diese musikalische Interpretation liegt näher bei konkreten Situationen der Musikpraxis. Damit Kombinationstöne auf diesen Linien entstehen können, reicht eine Nichtlinearität 2. Grades (K_{11}) bereits aus, da jedes Obertonpaar zur Bildung von Kombinationstönen beiträgt.

Kombinationstöne sind besonders deutlich hörbar, wenn man die Tonabstände leicht verändert. Durch das Wechseln auf ein benachbartes Intervall mit einem Glissando ist dieser Effekt noch besser nachzuerfolgen. Das obige Modell (Abb. 46) kann besonders auf Streichinstrumenten gut nachvollzogen werden. Streicht man zwei Saiten gleichzeitig, wobei eine davon (am

²⁷⁰ Krueger (1903), S. 272f. — Stumpf (1910), S. 42 und S. 135. — Hindemith (1940), S. 84f. — Husmann (1953), Abb. 4 und 5 im Anhang. — Reinecke (1962a), S. 233, S. 235 und S. 239. — Reinecke (1964), S. 31. — Plomp (1965). — Hesse (1972), S. 48. — Plomp (1976), S. 28. — Rasch & Plomp (1982), S. 18. — Albert Wellek, *Musikpsychologie und Musikästhetik. Grundriss der systematischen Musikwissenschaft*, Bonn 1982, S. 68f. — Hesse (1989), S. 60. — Taylor (2010), S. 57. — Fricke (2005), S. 141.

besten eine leere Saite) auf konstanter Tonhöhe gehalten wird und der andere Ton durch ein Glissando stetig erhöht wird, so kann dieses Modell sinnlich erfahrbar gemacht werden. Hält man an einer bestimmten Stelle dieses Glissandobereichs inne und lauscht den Kombinationstönen, können die Tonhöhen, auf denen sie möglicherweise auftreten, auf der y-Achse abgelesen werden. Bei dieser zweistimmigen Glissandoübung können auch die gegenläufigen Richtungen einzelner Kombinationstöne mit dem Gehör verfolgt werden – vor allem im Bereich zwischen 5:6 und 3:4 und zwischen 5:8 und 3:5 (vgl. Abb. 72).

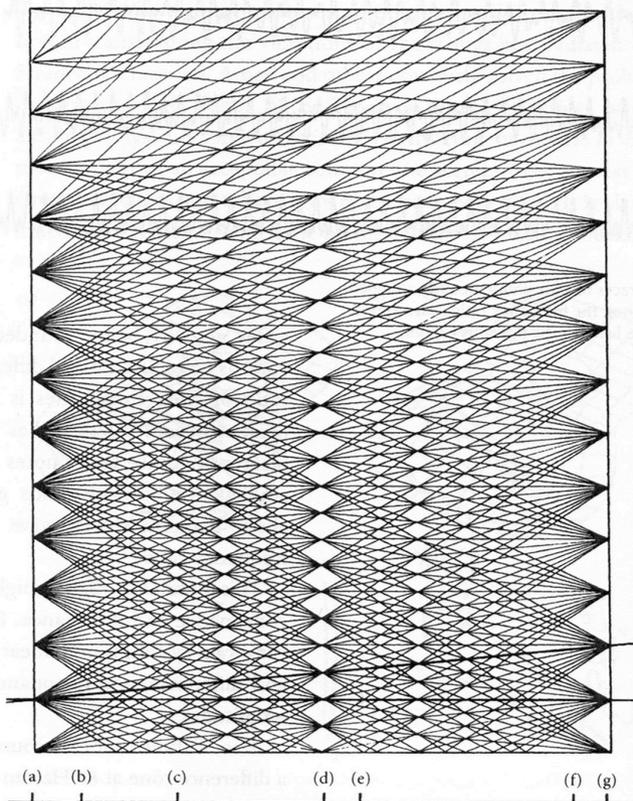


Abb. 47, Kombinatorisches Schema für die Darstellung von Kombinationsfrequenzen oder -tönen. Die Buchstaben a bis g, welche Taylor hier auf der x-Achse angibt, sind nicht etwa Tonbuchstaben, sondern sie markieren punktuell Orte von ganzzahligen Schwingungsverhältnissen: a) 1:1, b) 15:16, c) 4:5, d) 2:3, e) 20:31, f) 30:59, g) 1:2. Bemerkenswert ist bei diesem Schema unter anderem die Spiegelsymmetrie, welche bei der Quinte 2:3 entsteht [Quelle: TAYLOR 2010, S. 57. Abdruck mit freundlicher Genehmigung von Oxford University Press].

Die Grafiken von Taylor (Abb. 47) und Fricke (Abb. 46) zeigen, dass nicht alle Kombinationstöne in die gleiche Richtung wandern. Der Differenzton D_{11} steigt parallel mit dem Ansteigenlassen des Tons m . Andere Kombinationstöne (beispielsweise D_{21}) sinken, wenn sich m erhöht. Es ist ein Geflecht aus gegenläufigen Bewegungen, welche sich im Fall von ganzzahligen Verhältnissen bündeln bzw. sich kreuzen. In der Grafik von Taylor ist sehr gut sichtbar, dass die Lücken im Geflecht eine typische Eigenschaft von konsonanten Intervallen sind. Diese »Lichtungen« haben auch in der Matrixdarstellung (Abb. 50) oder im Spektrum (Abb. 53) ihre Entsprechungen. Dort manifestieren sich diese günstigen Orte (Konsonanzen) als Symmetrien.

Taylors Darstellung inspirierte mich zu einem harmonikalen Gedanken: In der Musik werden gegenläufigen Bewegungen der Töne und Melodien von uns als schön empfunden. Dementsprechend geschätzt und eingesetzt werden sie in der Komposition. Im Kontrapunkt haben sie sich sogar zu einer fundamentalen Regel etabliert. Während in Kompositionen diese gegenläufigen Bewegungen der Stimmen im Großen realisiert sind, handelt es sich bei den Kombinationstönen um ein Naturgesetz, welches sich im Kleinen und Subtilen des Klanges abspielt. Man kann diese Eigenschaften der Kombinationstöne also als eine Analogie im Tonsatz wiederfinden. Sigfrid Karg-Elert verwendete das kombinatorische Linienmodell (Abb. 47) nicht für die Darstellung von Kombinationstönen, sondern für die konsonanten und konkordanten Klangdeutungen im freitonalen Bereich: »Da jeder Ton eine 9fache Klangdeutung hat, wenn nur die einfachsten Formen angenommen werden [...], so lassen 2 Töne als Folge 81 verschiedene Ablösungsformen zu.«²⁷¹ Jede der neun Klangdeutungen des ersten Tons lässt sich mit neun Klangdeutungen des zweiten Tons kombinieren. Daraus entsteht das kombinatorische Linienmodell bestehend aus insgesamt 81 Verbindungslinien. Bemerkenswert ist zudem die analoge Linienzeichnung in Athanasius Kirchers *Ar magna sciendi sive combinatorica* von 1669 (Abb. 48). Kircher untersucht hier jedoch nicht Tonphänomene, sondern kombiniert göttliche Wesensattribute.

²⁷¹ Sigfrid Karg-Elert, *Polaristische Klang- und Tonalitätslehre (Harmonologie)*, Leipzig 1930, S. 322.

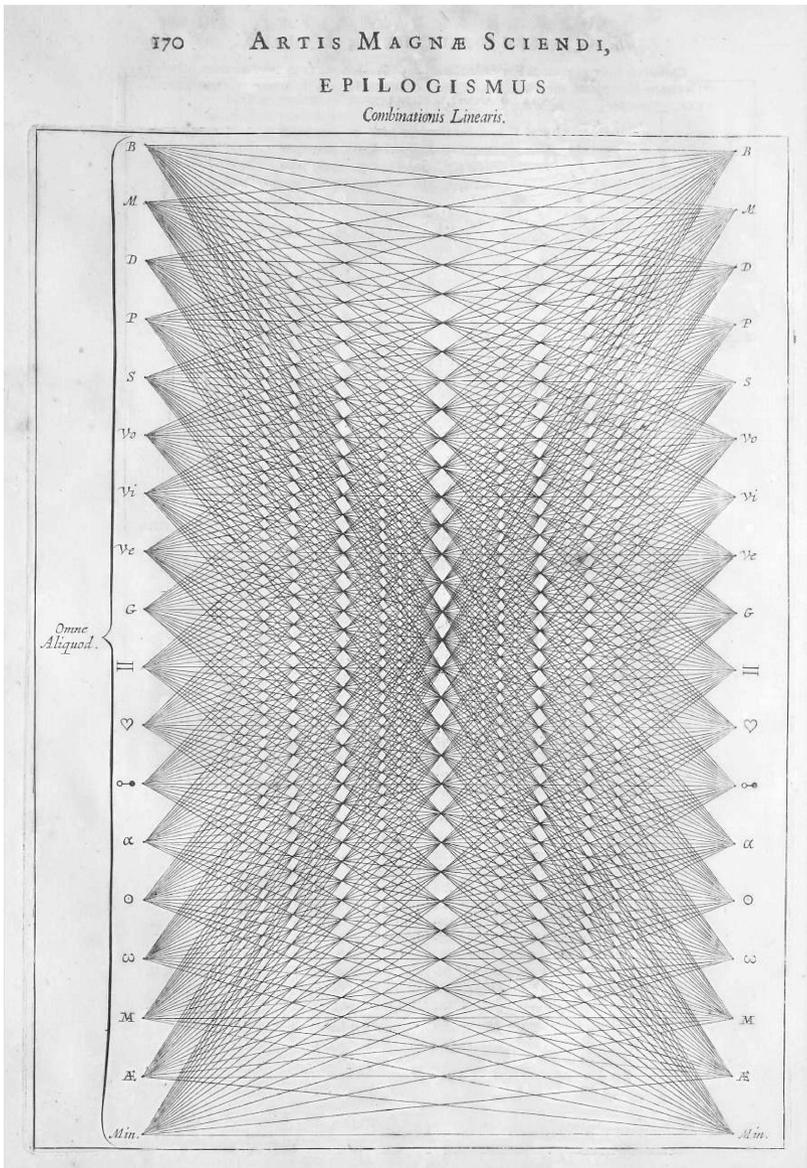


Abb. 48, Das Linienmodell eignet sich generell, um kombinatorische Zusammenhänge darzustellen. Athanasius Kircher verwendet es, um Wesenseigenschaften Gottes systematisch darzustellen [Quelle: KIRCHER 1669, S. 170; Bild: © Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel <<http://diglib.hab.de/drucke/6-3-quod-2f/start.htm>>].

4.7 Klangspektrum (für die Repräsentation von extra-auralen Kombinationstönen)

Einige Instrumente produzieren extra-aurale Kombinationstöne. Sie können entweder im Schallsignal der Luft mit einem konventionellen Mikrofon gemessen werden oder mit einem Accelerometer, der auf dem Instrument selbst befestigt wird und die Vibrationen des Korpus misst. Die Spektralanalyse des Klangsignals zeigt zwischen den Teiltönen Frequenzspitzen mit kleineren Amplituden (Abb. 49); dies sind extra-aurale Kombinationstöne. Wird das Intervall rein gespielt, d. h. mit einem exakten Schwingungsverhältnis, erscheinen Kombinationstöne und Teiltöne in regelmäßigen Abständen, die durch den größten gemeinsamen Teiler der Frequenzen determiniert sind.

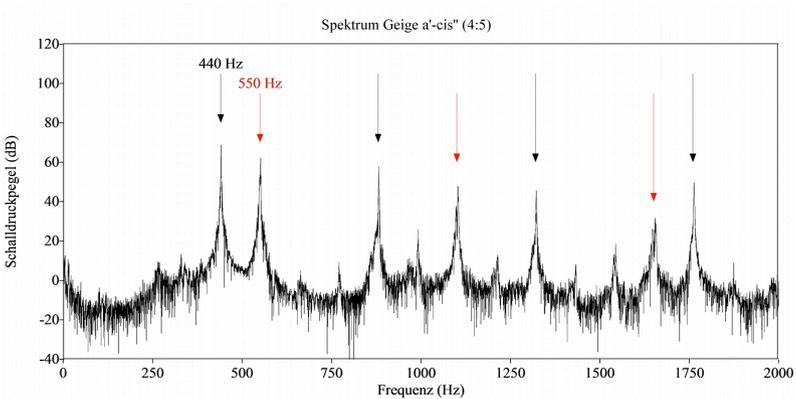


Abb. 49, Ausschnitt des Spektrums eines Zweiklangs a'-cis" mit dem Schwingungsverhältnis 4:5, gespielt auf der Violine. Zusätzlich zu den Frequenzen des tieferen Tons (440, 880, 1.320 und 1.760 Hz) und des höheren Tons (550, 1.100 und 1.750 Hz) erscheinen zwischen den Partialtönen Frequenzspitzen mit einer kleineren Amplitude, die extra-auralen Kombinationstöne.

4.8 Kombinationstöne und Symmetrie

Kombinationstöne entstehen nicht auf unvorhersehbaren Tonhöhen, sondern sind an mathematisch-physikalische Gesetzmäßigkeiten gebunden. Im Zusammenhang mit Ganzzahligkeit lassen sich in verschiedenen Darstellungsweisen von Kombinationstönen Symmetrien beobachten, die in Abhängigkeit vom Schwingungsverhältnis der Primärtöne charakteristische Formen annehmen.

4.8.1 Punktsymmetrien in der Tonmatrix

Abb. 50 zeigt eine klassische Interpretation der Kombinationstonbildung, gemäß der Idee von Helmholtz, nach der sich Kombinationstöne in zwei Gruppen aufsplitten (Differenztöne und Summationstöne). Diese Abbildung und einige Aspekte der Tonmatrix habe ich bereits im 2010 publizierten Artikel *Symmetrien in Partialtonstrukturen von Zweiklängen und die Entstehung von Kombinationstönen* diskutiert.²⁷²

Alle Kombinationstöne, die in der Tonmatrix vorkommen, könnten nach Helmholtz' Terminologie als »Combinationstöne erster Ordnung« bezeichnet werden. Die gelben Kolonnen repräsentieren die Primärtöne, welche aus Teiltönen zusammengesetzt sind. Der tiefere Ton mit der Grundfrequenz 5 auf der Vertikalen aufgezeichnet, der höhere Ton mit der Grundfrequenz 6 auf der Horizontalen. Identische Tonfelder sind mit der gleichen Graustufe schattiert. Die Größe ihrer Fläche ist bestimmt durch $K_{01} \times K_{10}$ und variiert folglich je nach Intervall. Je komplexer ein Zahlenverhältnis, desto größer die Tonfelder und desto mehr zusätzliche Zahlqualitäten, respektive Töne, kommen ins Spiel. Auf den weißen Flächen, die ein Raster bilden, liegen Kombinationstöne, die mit Primärtönen koinzidieren. Weiße Felder mit der Zahl 0 zeigen zusammenfallende Obertöne an, weil die Differenz von zwei koinzidierenden Obertönen gleich 0 ist. Diejenigen Tonfelder, die in Abb. 50 im hellsten Grauton schattiert sind, weisen eine Eigenschaft auf, welche sie von den anderen Tonfeldern abhebt: Sie enthalten Zahlen, die ausschließlich durch Subtraktion zustande kommen können (Differenztöne). Die Zahlen innerhalb eines solchen Tonfeldes sind punktsymmetrisch angeordnet. Der Symmetriepunkt befindet sich im Mittelpunkt des Feldes. Er ist eine natürliche Konsequenz einer übergeordneten Punktsymmetrie, welche von den sich in regelmäßigen Abständen wiederholenden Nullpunkten vorgegeben ist. Diese sind durch die koinzidierenden Obertöne gegeben.

²⁷² Angela Lohri, »Symmetrien in Partialtonstrukturen von Zweiklängen und die Entstehung von Kombinationstönen«, in: *The Journal of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS-Symmetry)*, Heft 1–4, 2010.

85	79	73	67	61	55	49	43	37	31	25	19	13	7	1	5
80	74	68	62	56	50	44	38	32	26	20	14	8	2	4	10
75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9	3	3	9	15
70	64	58	52	46	40	34	28	22	16	10	4	2	8	14	20
65	59	53	47	41	35	29	23	17	11	5	1	7	13	19	25
60	54	48	42	36	30	24	18	12	6	0	6	12	18	24	30
55	49	43	37	31	25	19	13	7	1	5	11	17	23	29	35
50	44	38	32	26	20	14	8	2	4	10	16	22	28	34	40
45	39	33	27	21	15	9	3	3	9	15	21	27	33	39	45
40	34	28	22	16	10	4	2	8	14	20	26	32	38	44	50
35	29	23	17	11	5	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55
30	24	18	12	6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
25	19	13	7	1	5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65
20	14	8	2	4	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70
15	9	3	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75
10	4	2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80
5	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85
0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	71	77	83	89	95
10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100
15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99	105
20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92	98	104	110
25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85	91	97	103	109	115
30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
35	41	47	53	59	65	71	77	83	89	95	101	107	113	119	125

Abb. 50, Vertikal und horizontal, mit Rahmen versehen, die Grundfrequenzen K_{01} und K_{10} mit deren Partialtonreihen, welche sich theoretisch ins Unendliche fortsetzen. Kombinationstöne, welche mit Partialtönen von A oder B zusammenfallen, sind auf weißen Flächen dargestellt. Im oberen Quadranten befinden sich Differenzfrequenzen, im unteren Summationsfrequenzen. Die Sternformen kennzeichnen Symmetriepunkte, die punktsymmetrisch ausstrahlen.

Tonfelder, welche im zweithellsten Grauton schattiert sind, kommen sowohl im Bereich der Differenztöne als auch im Bereich der Summationstöne vor. Anders ausgedrückt: Alle Summationstonzahlen sind auch im Differenztonquadranten zu finden. Umgekehrt existieren aber Differenztöne (im hellsten Grauton gekennzeichnet), welche ausschließlich im Differenztonquadranten vorkommen. Dies legt nahe, dass Differenz- und Summationstönen eine unterschiedliche Bedeutung zukommt. Das Einsetzen von Frequenzzahlen in die Tonmatrix zeigt auch, dass Summationstöne in Hörbereichen liegen, in denen sie aufgrund des Maskierungseffekts kaum oder gar nicht hörbar sind. Als herauszuhörende Klangkomponenten kommen meist nur Kombinationstöne aus dem im hellsten Grauton schattierten Tonfeld infrage.

Solche Symmetrien sind Folge von Ganzzahligkeit und der Einfachheit der Proportion. Bei überteiligen Verhältnissen $x : (x + 1)$ bilden sich im 45° -Winkel Zahlenreihen 0, 1, 2, 3, 4 etc. mit der Differenz 1, bei Verhältniszahlen mit der Differenz 2 (superparzierte Verhältnisse $x : (x + 2)$) bilden sich im 45° -Winkel Zahlenreihen mit der Differenz 2 und so weiter. Die Tonmatrix birgt eine Vielzahl von solchen wiederkehrenden Strukturen, die mathematische Aspekte von Zweiklängen aufzeigen.

Auffallend an dieser Methode ist, dass solche Reihen oder allgemein Symmetrien gleichsam »mit dem Auge« entdeckt werden können. Mithilfe der Tonmatrix können folgende Aspekte von Zweiklängen anschaulich demonstriert werden:

- Welche Intervalle erzeugen welche Kombinationstöne? Welche Partialtöne können diesen Kombinationstönen zugrunde liegen?
- Verhältniszahlen oder Frequenzzahlen
- koinzidierende Obertöne
- Auswirkungen der Verstimmung von Intervallen auf deren Partial- und Kombinationstöne
- *Quantis* und *qualis*: Zahlen der Tonmatrix können in der Realität eine sinnliche Entsprechung in Form einer Tonhöhe haben.
- Mathematische Eigenschaften von musikalischen Intervallen, beispielsweise Symmetrien

4.8.2 Abweichungen von einfachen ganzzahligen Intervallen: Auswirkungen auf die Symmetrien in der Tonmatrix

Die folgenden beiden Abbildungen zeigen eine kleine Terz 5:6 umgesetzt in Frequenzzahlen. Auf Basis eines Kammertons $a' = 440$ Hz würden diese Töne 550 Hz und 660 Hz der kleinen Terz „cis“-e“ entsprechen. Verstimmt man nun den unteren Ton um nur 1 Hz nach unten (Abb. 52), so führt diese Veränderung der Grundfrequenz von 550 Hz nach 549 Hz zu einer Verän-

derung des 5. Teiltons um 5 Hz (von 2.750 Hz auf 2.745 Hz). Auch die Kombinationstöne verändern infolgedessen ihre Frequenzen. Die in Abb. 51 koinzidierenden Kombinationstöne und der gemeinsame Oberton bei 3.300 Hz scheren dadurch auseinander (vgl. Abb. 52). Die Abweichung beträgt für das abgebildete Differenztonfeld jeweils genau 6 Hz. Beispiele: Die beiden Werte zu jeweils 110 Hz werden zu 111 Hz und 105 Hz. Die beiden Werte zu jeweils 440 Hz werden zu 438 Hz und 444 Hz. Dies bedeutet, dass bereits sehr minimale Abweichungen von exakten Schwingungsverhältnissen markante Auswirkungen auf die Kombinationstöne haben. Dieser Sachverhalt erklärt, weshalb sich die Kombinationstöne so hervorragend zur Intonationskontrolle eignen: Sind die Kombinationstöne in sich stimmig, ist dies ein Hinweis darauf, dass die Grundfrequenzen sogar noch präziser in dem bestimmten Schwingungsverhältnis stehen müssen. In sich verstimmte Kombinationstöne verursachen Schwebungen oder Rauigkeit und tragen zum Dissonanzempfinden bei.

3300	2750	2200	1650	1100	550	0
2640	2090	1540	990	440	110	660
1980	1430	880	330	220	770	1320
1320	770	220	330	880	1430	1980
660	110	440	990	1540	2090	2640
0	550	1100	1650	2200	2750	3300

Abb. 51, Tonmatrix einer kleinen Terz 5:6, respektive 550 Hz : 660 Hz in Frequenzzahlen ausgedrückt.

3300	2751	2202	1653	1104	555	6
2640	2091	1542	993	444	105	654
1980	1431	882	333	216	765	1314
1320	771	222	327	876	1425	1974
660	111	438	987	1536	2085	2634
0	549	1098	1647	2196	2745	3294

Abb. 52, Tonmatrix einer kleinen Terz 5:6, die um nur 1 Hz verstimm ist. Teiltöne und Kombinationstöne erfahren dadurch jedoch eine größere Verstimmung als 1 Hz.

In der Anwendung der Tonmatrix auf Frequenzzahlen kann nicht nur die Auswirkung der Verstimmung auf die Kombinationstonfrequenzen nachvollzogen werden; auch Schwebungen zwischen den Obertönen werden dargestellt. Im vorliegenden Beispiel (Abb. 52) führt die Verschiebung der Grundfrequenzen um nur 1 Hz zu einer Schwebung von 6 Hz (zwischen dem 5. Teilton von 660 Hz (3.300 Hz) und dem 6. Teilton von 549 Hz (3.294 Hz)).

4.8.3 Spiegelsymmetrien im Frequenzspektrum

Kombinationstöne können auch außerhalb des Hörorgans auftreten. In diesem Fall sind sie mit einem Mikrophon messbar und im Frequenzspektrum sichtbar. Es fällt auf, dass sie auf den selben Frequenzen auftreten wie die intra-auralen Kombinationstöne. Im Zuge der Messungen, die wir auf Streichinstrumenten durchgeführt haben, fallen die Spiegelsymmetrien im Spektrum auf, die sich in der Struktur der Teiltöne und extra-auralen Kombinationstöne zeigen, sobald ein exaktes Schwingungsverhältnis gespielt wird. Dieselben Symmetrien sind analog in der entsprechenden Tonmatrix zu finden (vgl. Abb. 50). Auch hier schlägt sich nieder, dass die Symmetrien nicht erst aufgrund der Kombinationstöne entstehen, sondern bereits durch die Teiltöne vorgegeben sind. Das heißt, die Symmetrien sind im Spektrum auch ohne die Anwesenheit von Kombinationstönen sichtbar. Sind Kombinationstöne messbar, so erscheinen sie in symmetrischer Anordnung.

Die Partialtöne jedes Intervalls mit beliebigem Schwingungsverhältnis A1/B1 erzeugen charakteristische Symmetrien, welche direkt vom Schwingungsverhältnis A1/B1 abhängig sind (Abb. 53). Die ausgeprägtesten Symmetrieachsen befinden sich jeweils bei den gemeinsamen Obertönen.

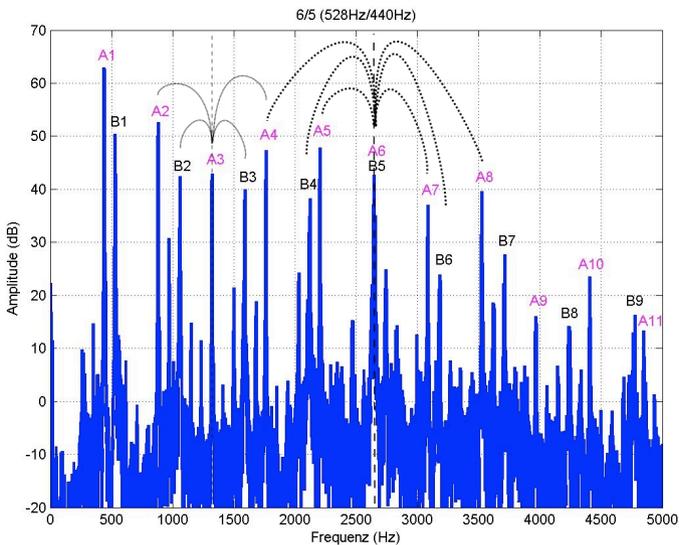


Abb. 53, Spiegelsymmetrien im Spektrum einer Violine. Gespielt wurde eine simultane kleine Terz 6:5 (entspricht B1/A1). Die Frequenzen auf der x-Achse sind linear dargestellt. Bei Frequenzen, die weder zur Partialtonreihe A noch B gehören, handelt es sich um Kombinationstöne [Aufnahme: Angela Lohri und Sandra Carral, Institut für musikalische Akustik, Universität für Musik und darstellenden Kunst Wien, Dezember 2009].

Eine zweite Symmetrieebene zeigt sich in der geometrischen Mitte zwischen 0 Hz und dem ersten gemeinsamen Oberton sowie zwischen allen weiteren gemeinsamen Obertönen. Bei Intervallen, welche durch eine ungerade und eine gerade Zahl erzeugt werden (z. B. 6:5, 7:4), fällt diese Symmetrieachse auf einen Partialton, bei Intervallen, welche aus zwei ungeraden Verhältniszahlen entstehen (z. B. 5:3, 9:5), fällt sie in einen Zwischenraum.

4.8.4 Schnittpunkte im Linienmodell

Die Symmetrien, welche in der Tonmatrix und im Spektrum von extra-auralen Kombinationstönen erkennbar sind, können auch in den Linienmodellen nachvollzogen werden. Abb. 54 zeigt eine Gegenüberstellung dieser drei Darstellungstypen.

Inwiefern sich die Tonmatrix vom Linienmodell unterscheidet bzw. wo Berührungspunkte zwischen beiden Modellen zu erkennen sind, lässt sich am einfachsten im Quervergleich (Abb. 55) feststellen.

In der Tonmatrix in Abb. 55a) wurden im vorliegenden Fall Differenztöne berechnet, die aus einer kleinen Terz 5:6 resultieren können (Eingabe der Primärtöne 5 und 6). Möchte man Eigenschaften dieses Intervalls im Linienmodell untersuchen, muss zunächst der Punkt $6/5$ auf der x-Achse gefunden werden. Auf der Vertikalen, die durch diesen Punkt verläuft, befinden sich alle Kombinationstöne, die aus dem Zweiklang 5:6 entstehen können. Alle Zahlen, die in der Tonmatrix von 5:6 vorkommen, müssen somit im Linienmodell auf dieser Vertikalen liegen. Dies kann geprüft werden, indem eine beliebige Zahl aus der Tonmatrix ausgewählt und versucht wird, dieselbe Zahl in der Repräsentation des Linienmodells wiederzufinden. Zum Beispiel erscheint die Zahl 4 fünfmal im Tonmatrixausschnitt von Abb. 55a). Das heißt, dieser Differenzton kann auf verschiedene Arten beschrieben werden: als $D_{2,1}$, $D_{4,4}$, $D_{8,6}$, $D_{10,9}$ oder $D_{14,11}$ (wobei $K_{01} = 6$ und $K_{10} = 5$). Während die Zahl 4 im gewählten Bereich der Tonmatrix an fünf verschiedenen Stellen auftritt, entsprechen ihr im Linienmodell genau zwei Punkte auf der Vertikalen, die durch $6/5$ verläuft. Die fünf Linien der oben genannten Differenzfrequenzen schneiden sich in einem Punkt, der proportional mit dem absoluten Wert 4 aus der Tonmatrix übereinstimmt. Da als absolute Werte 4 wie auch -4 möglich sind, entstehen zwei solcher Schnittpunkte, die sich in Bezug auf die x-Achse symmetrisch gegenüberliegen.

4.8 Kombinationstöne und Symmetrie

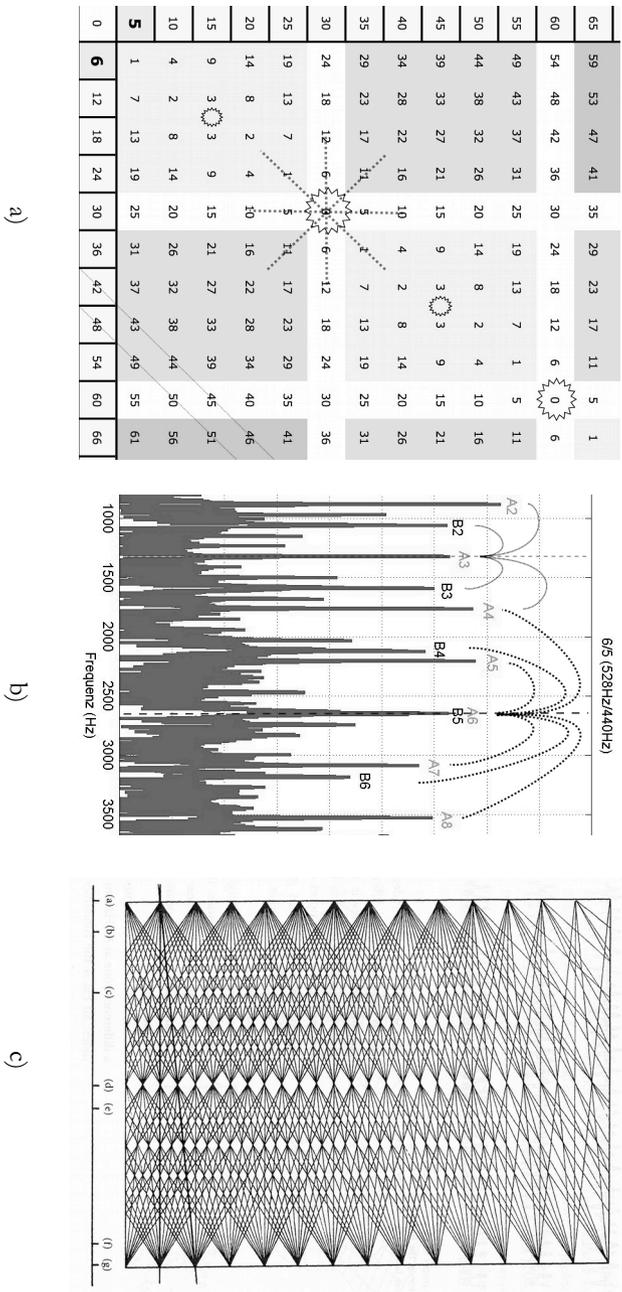
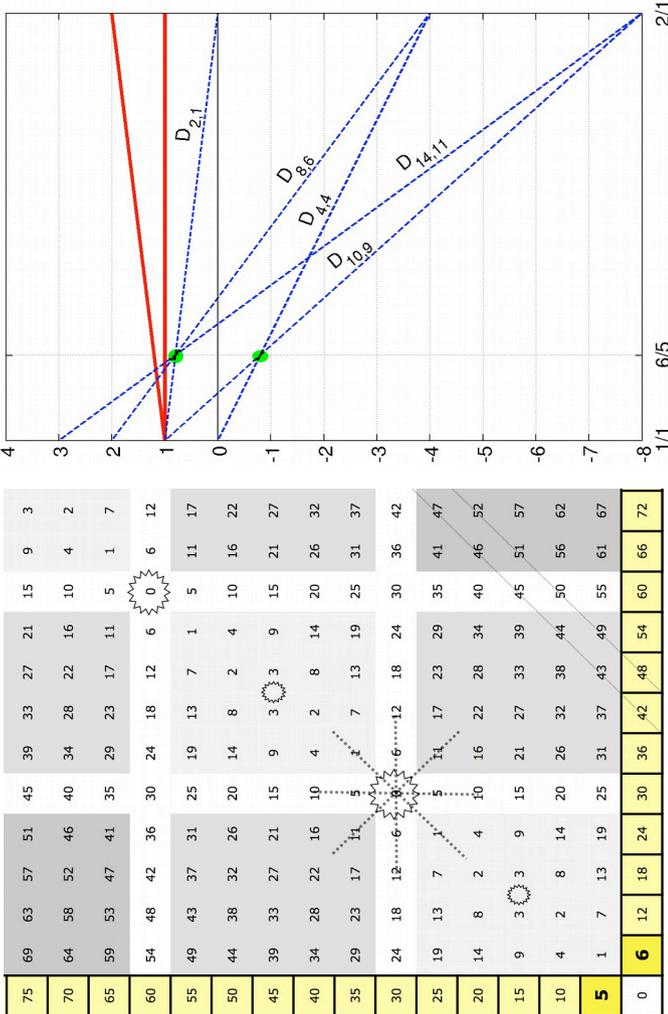


Abb. 54, Drei verschiedene Darstellungsweisen für Kombinationstöne. Symmetrien sind sowohl in der Tonmatrix (a), dem Spektrum (b), als auch im Linienmodell (c) zu beobachten. Während a) und b) einen konkreten Fall, das Intervall 5/6, zeigen, deckt Grafik c) alle Intervalle zwischen 1:1 und 1:2 ab (Ambitus einer Oktave) [Quelle: der Grafik c): TAYLOR 2010, S. 57. Abdruck mit freundlicher Genehmigung von Oxford University Press].

Abb. 55, Mehrfache Differenzfrequenzen unterschiedlichen Ursprungs zeigen sich in der Tonmatrix als identische Zahlenwerte a), im Linienmodell in Form von Schnittpunkten b). In der Grafik b) stellen die roten Linien zwei Primtöne dar, die gestrichelten blauen Linien sind fünf spezifische Differenzfrequenzen, die sich beim Wert $6/5$ der x-Achse schneiden. In diesem Quervergleich kann gezeigt werden, dass sich die Zahl 4 aus der Tonmatrix, welche fünfmal im gezeigten Abschnitt der Grafik a) auftritt, sich im Linienmodell in Form von Schnittpunkten (grün) manifestiert.



Die Symmetrien im Linienmodell können folgendermaßen verstanden werden: Es bilden sich dort Brennpunkte, wo sich Linien schneiden, wenn sie eine gleiche Differenzfrequenz erreichen. Dies geschieht typischerweise und aus mathematischer Konsequenz vermehrt bei Werten der x-Achse, die ein einfaches Schwingungsverhältnis repräsentieren. Dadurch entstehen auch die größeren Lücken, die spiegelsymmetrisch angeordnet sind (Abb. 54c)). Die Regel ist: Je einfacher das Schwingungsverhältnis, desto größer die Lücke. Somit kann auch erklärt werden, dass bei 2:3 (genau in der Mitte der Abb. 54c)), nebst 1:1 und 1:2, eine weitere Symmetrieachse erkennbar ist. Der angestellte Vergleich zwischen Matrix und Linienmodell macht besonders deutlich, dass Kombinationstönen oder Kombinationsfrequenzen verschiedene Tonkombinationen zugrunde liegen können – sei dies in Form von mathematischen Ausdrücken oder in Form von real vorhandenen Obertönen, die zur Bildung von Differenztönen führen können.

4.9 Fazit zur Kombinationston-Systematik

In der Zusammenschau möglicher Darstellungs- und Bezeichnungsweisen kommt die Vielschichtigkeit des Phänomens und eine Vielfalt an Untersuchungskonzepten zum Ausdruck. Modelle aus der Akustik können selten eins zu eins für musikalische Anwendungen herangezogen werden. Das Gleiche gilt umgekehrt. Der Hauptunterschied liegt in der Perspektive: In der Musik werden natürliche obertonreiche Klänge als Ausgangsmaterial angenommen, in der Akustik hingegen basieren die meisten Modelle auf Sinustönen oder einfachen Tönen, wie sie früher genannt wurden. Was musikalische und akustische Darstellungsweisen aber verbindet, ist die Kombinatorik mit den in ihr aufweisbaren Symmetrien. Die Auswahl einer adäquaten Darstellung und Bezeichnung der Kombinationstöne ist entscheidend. Damit Kombinationstöne für den musikalischen Gebrauch schnell und übersichtlich dargestellt werden können, ist die Tonmatrix das ideale Hilfsmittel. Sie basiert auf Primärtönen mit harmonischen Obertonkomponenten. Dies ist der entscheidende Unterschied zu den meisten anderen Modellen, die Sinustöne als Primärtöne annehmen. Sowohl die Differenzen als auch die Berührungspunkte zwischen akustischer und musikalischer Perspektive mitzudenken, vereinfacht den Zugang zu früheren Konzepten, was wiederum für die Untersuchung von Tartinis Theorie bedeutsam ist.

5 Tartini und das harmonikale Denken

Tartini hatte eine ganzheitliche, unkonventionelle Denkweise, in der philosophische Gedanken in musikalisch-praktische Anschauungsweisen einfließen. Mögen sich einige seiner Ideen als spekulativ oder mathematisch falsch erwiesen haben, so sind viele seiner Ansätze heute aktueller denn je. Tartini war ein von Intuition geleiteter Querdenker und hatte eine exzellente Beobachtungsgabe. In seinen drei Büchern sind einige scharfsinnige Überlegungen zum harmonischen Prinzip zu finden, welche in Kombination mit dem heutigen Wissensstand in der Musiktheorie, Akustik und den Hörtheorien Neuinterpretationen zulassen und von der Aktualität seiner harmonikalen Ideen zeugen.

5.1 Einheit in der Vielheit und Vielheit in der Einheit

Nach einer kurzen Einführung zum Obertonphänomen kommt Tartini im ersten Kapitel seines *Trattato* auf eine Beobachtung auf der Orgel zu sprechen. Wenn Töne, die in harmonischen Proportionen angeordnet sind, gleichzeitig gespielt würden, werde die »Vielzahl« an Tönen jedoch nur als ein einziger Ton wahrgenommen. Dieser Ton sei der tiefste Ton dieser Reihe und entspreche der »Einheit«.

Data dunque una serie di canne di Organo disposta ne' loro suoni armonicamente in tal modo le canne suddette, non si Csolfaur. Dunque in questo, la molteplicità al-



, suonando il pedale, che regge tutte sentirà se non il solo suono gravissimo sto fenomeno il diverso è ridotto alla unità in forza della serie armonica.

Abb. 56, TARTINI 1754, *Trattato*, S. 12.

Sei also eine Reihe von Orgelpfeifen, die in ihren Tönen auf solche Weise harmonisch angeordnet ist [...] wenn man das Pedal anschlägt, das die obgenannten Töne steuert, so wird man nur den einzigen tiefsten Ton C hören. In diesem Phänomen ist also, kraft der harmonischen Reihe, die Verschiedenheit auf die Gleichheit, die Vielzahl auf die Einheit reduziert.

(Übersetzung von Daniel Muzzolini)²⁷³

²⁷³ Muzzolini (2004), S. 144.

Tartini erkannte, dass das harmonische Prinzip analog bei einzelnen Tönen wirkt, die aus der Grundschwingung und harmonischen Obertönen zusammengesetzt sind:

»Die Saiten, klingende Pendel, reduzieren sich in ihren Schwingungen zur Einheit, weil sie in ihren Tönen harmonisch fortschreiten. Deshalb reduziert das harmonische System das Verschiedene zum Gleichen; die Vielheit zur Einheit. Somit ist die betreffende Einheit in jeglicher Hinsicht unzertrennlich vom harmonischen System, vielmehr löst sich das harmonische System in der Einheit auf, wie in sein Prinzip. Die Konsequenz ist allzu legitim, weil sie physikalisch ist und gänzlich unabhängig von menschlicher Willkür.«

»Le corde pendole sonore, perché sono in progressione armonica ne' loro suoni, si riducono alla unità nelle loro oscillazioni. Dunque il sistema armonico riduce il diverso allo stesso; la molteplicità alla unità. Dunque dal sistema armonico è inseparabile la unità considerata in qualunque rispetto, anzi il sistema armonico si risolve nella unità, come in suo principio. La conseguenza è troppo legittima, perch'è fisica; e però affatto indipendente dall'arbitrio umano.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 13]

Einerseits erinnert Tartinis »multiplicità alla unità« an die philosophischen Ideen von der Vielheit in der Einheit und der Einheit in der Vielheit, welche ihren Ursprung in der Antike bei Platon haben²⁷⁴ und durch Gottfried Wilhelm Leibniz mit *Harmonia autem est unitas in multitudine*²⁷⁵ (»Harmonie ist aber Einheit in der Mannigfaltigkeit«) wieder aufgegriffen wurden. Tartinis Anschauungen zeigen zudem Parallelen mit Arthur Schopenhauers Harmoniebegriff:

»[...] es ist Gesetz der Harmonie, daß auf eine Baßnote nur diejenigen hohen Töne treffen dürfen, die wirklich schon von selbst mit ihr zugleich ertönen (ihre *sons harmoniques*), durch die Nebenschwingungen.«²⁷⁶

Auch bei Jean-Philippe Rameau ist die Idee der Einheit in der Vielheit in Bezug auf den Grundton und dessen Obertöne vorhanden:²⁷⁷

²⁷⁴ Platon, *Philebos*, 14C–18D.

²⁷⁵ Ulrich Leisinger, *Leibniz-Reflexe in der deutschen Musiktheorie des 18. Jahrhunderts*, Würzburg 1994, S. 136.

²⁷⁶ Arthur Schopenhauer, *Die Welt als Wille und Vorstellung*, Leipzig 1819, S. 371f.

²⁷⁷ Siehe auch Muzzolini (2004), S. 127.

»Wenn dieser fundamentale Ton den Ton, die Stufe, ändert, ist er nicht weniger begleitet von seinen gleichen harmonischen Tönen; seine Duodezime [1:3] und zwei Oktaven plus eine große Terz [1:5] resonieren immer mit ihm im gleichen Klangkörper, er trennt sich nie von ihnen; also muss der Klang, als unser physikalischer Gegenstand, immer in seiner Dreiernatur betrachtet werden, in der Reihenfolge der harmonischen Proportion 1, 1/3, 1/5; wir werden die Notwendigkeit dafür mehr und mehr sehen.«

»Si ce Son fondamental change de Ton, de degré, il n'en est pas moins accompagné de ses mêmes Sons Harmoniques, sa Douzième et sa Dix-septième majeure résonnent toujours avec lui dans le même Corps sonore, il ne s'en sépare jamais; donc le Son, comme notre objet Phisique, doit toujours être réputé triple de sa nature, dans l'ordre de la proportion Harmonique 1 1/3 1/5; nous en verrons de plus en plus la nécessité.«

[RAMEAU 1737,
Génération harmonique, S. 31]

Vielheiten werden zur Einheit zusammengefasst. Dass dieser Vorgang nicht nur eine gedankliche Spielerei, sondern physikalisch begründet ist, erläutert Tartini mit Nachdruck. Seine Vorstellung, dass das harmonische System eine Kraft besitze, die dazu führt, dass die Obertöne beim Zusammenklingen als nur ein Ton wahrgenommen werden, die der harmonischen Einheit entspricht, ist nicht etwa veraltet, sondern visionär. Wie grundlegend und aktuell diese Idee im heutigen Verständnis des Hörens ist, offenbart sich im Prozess der Tonhöhenbildung, bei dem tatsächlich eine Reduzierung und Zusammenfassung von Information stattfindet. Eine Vielheit an Frequenzen, respektive Reizen, wird in eine Einheit, die Tonhöhenempfindung, transformiert.²⁷⁸ Tartinis Idee existiert jedoch auch aus entgegengesetzter Perspektive: In der Einheit kann der Aspekt der Vielheit gefunden werden. Die Beschaffenheit des Klangsignals, die Lenkung der Aufmerksamkeit oder generell der Hörgewohnheiten können dazu führen, dass aus einem komplexen Ton zusätzlich zur fundamentalen Tonhöhe einzelne Obertöne herausgehört werden können. Wie es beim Aspekt der Einheit der Fall war, zeigt sich der Aspekt der Vielheit nicht nur physikalisch, sondern auch in der Wahrnehmung. Die harmonische Reihe gibt sich in der Wahrnehmung mit einem ambivalenten Charakter zu erkennen. Je nach Hörsituation scheint mehr ihr Aspekt der Einheit oder jener der Vielheit auf.

Mit dem einleitenden Diskurs über Einheit und Vielheit zielt Tartini darauf ab, auf die Bedeutung des *terzo suono* zu sprechen zu kommen: »Man hat

²⁷⁸ Hesse (2003), S. 144: »Sie [die Zeitreihenkorrelationsanalyse] ermöglicht die biologisch sinnvolle Fähigkeit, zusammengehörige Information zu verbinden, die dann als Einheit wahrgenommen werden kann.«

dann ein neues Phänomen entdeckt, das erstaunlicherweise das Gleiche beweist, und noch viel mehr.«²⁷⁹ In der Dissertation von 1767 kommt klarer heraus, was Tartini tatsächlich mit »und noch viel mehr« meinte: »[...] durch die nachträgliche Entdeckung des dritten Tons verrät sich und entdeckt man die intime Natur des Phänomens der gespannten schwingenden Saite.«²⁸⁰ Das harmonische Prinzip, welches den *terzo suono* erzeuge, wirke analog auch bei der schwingenden Saite. Beim *terzo suono* manifestiere sich dieses jedoch deutlicher als bei der schwingenden Saite.

»[...] dieses zweite Phänomen [dritter Ton] ist dermaßen klar und sicher, dass es nicht den kleinsten Zweifel darüber zulasse, wie es beim ersteren [die Natur der klingenden Saite] der Fall ist; und wenn das erstere der Natur des zweiten so wesentlich inneohnt, muss es sich notwendigweise in das selbige auflösen.«

»[...] questo secondo fenomeno sia talmente chiaro, e sicuro, che non lasci minimo dubbio di se stesso, come lo lascia il primo; e che sia sì essenzialmente intrinseco il primo alla natura del secondo, che debba necessariamente risolversi nel medesimo [...]«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 5]

Tartini führt seine Argumentation so weit, dass die eigentliche Natur der Obertöne erst dank der Entdeckung des *terzo suono* richtig verstanden werden kann.²⁸¹ Dazu muss ergänzt werden, dass zur Zeit von Tartinis Publikationen (noch immer) Debatten über die wahre Anzahl und über die Ausprägung einzelner Obertöne geführt wurden. Tartinis Beschreibungen zeigen, dass für ihn der *terzo suono* auffälliger und wichtiger gewesen sein muss als die Wahrnehmung von Obertönen.

Vieth war sich der Tragweite von Tartinis Auffassungen bewusst, stand ihnen aber mit Skepsis gegenüber:

Er [Tartini] hält sich durch das Mitklingen des dritten Tones berechtigt, anzunehmen, dass überhaupt jeder uns einfach erscheinende Ton auf eben die Art, nämlich durch Zusammentreffen von Schwingungen einzelner höhern, nicht einzeln hörbarer Töne, entstehe.²⁸²

²⁷⁹ Tartini (1754), S. 13: »Si è poi scoperto un nuovo fenomeno armonico, che prova mirabilmente lo stesso, e molto di più.«

²⁸⁰ Tartini (1767), S. 5: »[...] della posteriore scoperta del fenomeno del terzo suono si rileva, e si scopre la intima natura del fenomeno della tesa corda sonora.«

²⁸¹ op. cit., S. 16: »[...] ch'è la scoperta della vera intima natura del fenomeno della tesa corda sonora in grazia della scoperta del fenomeno del terzo suono.«

²⁸² Vieth (1805), S. 271.

Dieses Zitat hebt hervor, dass das harmonische Prinzip (»principio armonico«) nicht nur als ein theoretisches Konstrukt oder Hilfsmittel interpretiert werden kann, sondern als eigentliche Wirkursache für die Entstehung von Tonhöhen. Wie visionär Tartini mit dieser Anschauungsweise war, zeigt sich in der Vereinbarkeit seiner Grundgedanken mit der modernen Hörtheorie und deren neuronalen Tonhöhenerkennungsmechanismen (siehe Abschnitt 6.5).

5.2 Das universelle harmonische Prinzip

Tartini war Harmoniker und Vermittler von pythagoreischem Wissen, geleitet von der Idee, dass das harmonische Prinzip universell sei²⁸³ und sich dem Menschen in nur begrenzten Bereichen offenbare:

»Zwar haben die beiden ersten, Pythagoras und Platon, die Absicht gehabt, die oberste Schicht der diatonischen musikalischen Institution aufzudecken, als Teil jener universellen Harmonie, die für sie das Gesetz des Universums war; aber zugleich sorgten sie mit extremer Gewissenhaftigkeit dafür, die Substanz zu verstecken, aus der sie immer ein Geheimnis machten.«

»I due primi Pitgora, e Platone hanno inteso bensì di scoprir la superficie della diatonica musicale istituzione come parte di quell'armonia universale, che per essi era la legge dell'Universo; ma nello stesso tempo hanno procurato con estrema gelosia di coprir la sostanza, di cui hanno fatto mistero.«

[TARTINI 1767, *De'principj, Prefazione* (Vorwort)]

Margherita Canale findet diese Haltung auch in Tartinis didaktischem Wirken wieder:

[...] die facettenreiche und komplexe Persönlichkeit Tartinis spiegelt sich mit seiner ganzen spekulativen Spannung wider, die sich zutiefst im Transzendenten orientiert und in der Bestrebung, das erste Prinzip in den Dingen zu entdecken, auch in den Grundlagen, auf denen seine Lehrtätigkeit basierte.²⁸⁴ (Übersetzung ins Deutsche, Angela Lohri)

²⁸³ Tartini (1767), S. 4: »E la fisico-armonica natura, delle di cui leggi è pieno l'universo [...]«.

²⁸⁴ Canale (1992), S. 15: »[...] la sfaccettata e complessa personalità tartiniana si riflette con tutta la sua tensione speculativa, profondamente orientata al trascendente e a scoprire il principio primo delle cose, anche nei fondamenti su cui egli basa la sua attività di insegnante.«

Für Tartini ist das harmonische Prinzip, das sich in der Musik offenbart, nur die Spitze des Eisbergs: »[...] was bei nur drei Tönen festgestellt wurde, oder bei mehreren, gehört zur Oberfläche und nicht zum Kern seiner zugrunde liegenden Natur [...]«²⁸⁵ Habe man eine Form der Manifestation eines solchen Prinzips gefunden, so könne man die Logik dieses Prinzips auch auf Bereiche ausdehnen, die unserer Wahrnehmung sonst verschlossen bleiben.²⁸⁶ Diesen Denkansatz überträgt Tartini beispielsweise auf die in jener Zeit immer noch ungelöste Frage nach der möglichen Anzahl an Obertönen. Tartini fragt sich, ob das Phänomen der gespannten, schwingenden Saite, bei dem man die Töne 1, 1/3, 1/5 oder 1, 1/2, 1/4, 1/5 beobachtet, in seiner physikalisch-harmonischen Natur nicht vielleicht alle Töne der harmonischen Reihe 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 etc. hervorbringe.²⁸⁷

Regeln, die nach seinem Dafürhalten nicht von universeller Gültigkeit sind, kritisiert Tartini. So bemängelt er etwa an den Schriften Rameaus, dass dieser einerseits angibt, die vier Obertöne 1, 1/2, 1/3 und 1/5 beobachtet zu haben, andererseits in seinem musikalischen System »nie wieder vom Ton 1/2 spricht«. Ein solches Vorgehen beurteilt Tartini als »willkürlich und gegen den Verstand«.²⁸⁸ Auch die Kritik an Euler fußt in Tartinis Anspruch auf universelle Gültigkeit (siehe Zitat am Ende des Abschnitts 3.3.3). So vorbildlich gedacht Tartinis Grundsätze sind, gelingt es jedoch selbst Tartini nicht immer, seine eigenen Grundsätze in seinem musikalischen System konsequent zu befolgen.

Tartinis ganzheitliche Denkweise kontrastiert mit jener einiger Zeitgenossen, die sich in der Theoriebildung nur auf ihr eigenes Fachgebiet stützen. In seiner Dissertation legt er offen, dass eine Musiktheorie auf die drei Pfeiler *fisico*, *dimostrativo* und *musicale* gegründet sein müsse. Die eingeschränkte Sichtweise

²⁸⁵ Tartini (1767), S. 5: »[...] quanto si è rilevato dai soli tre suoni, o dai più, appartiene alla superficie, e non al centro della sua intrinseca natura.«

²⁸⁶ Tartini [ca. 1764–1770] (1977), S. 3: »Perciò Pitagora e Platone, primi istitutori del diatonico genere musicale, per tal istituzione si sono valuti dello stesso identico principio, di cui Platone e Timeio da Locri si sono valuti per la formazione dell'anima del mondo. Ciò vuol dire che l'armonia dell'universo è l'albero tutto; la musica ne è un ramo, e però necessariamente della stessa natura e radice, di che n'è prova evidente la musica congenita alla umana specie, la qual sola è capace di scienza di numero. In questo senso nel numero vi è scienza e natura, come divinamente ha inteso Platone ed in questo senso si vede la possibilità di scoprire l'albero dal ramo, il tutto dalla parte, come in fatto è succeduto all'autore.« Vgl. auch Giovanni Guanti, »Giuseppe Tartini lettore di Platone«, in: *Florilegium Musicae. Studi in onore di Carolyn Gianturco*, hrsg. von Patrizia Radicchi und Michael Burden, Pisa 2004, S. 607.

²⁸⁷ Tartini (1767), S. 4.

²⁸⁸ op. cit., S. 3: »[...] non parla mai più del suono di 1/2, ma suppone sempre il fenomeno di soli tre suoni, cioè di 1, 1/3, 1/5. [...] è arbitrio contro ragione [...]«

der Akustiker und Musiker, welche nicht über ihren eigenen Tellerrand blickten, könne nicht zu konsistenten Resultaten führen.

»[...] die Griechen der Antike zur demonstrativen Gattung; die modernen Gelehrten zur physikalischen; die Professoren der Kunst zur musikalischen. Jede einzelne dieser Gruppen hat ihre Grundlagen, und ihre Grundsätze; und es ist ein sicheres Zeichen von fehlendem Verständnis bei dem, der mutmaßt, das Wahre in einer einzigen Klasse zu finden, weil er den musikalischen Grund der Natur in seiner ganzen Tragweite nicht begriffen hat. Diejenigen Sätze werden absolut wahr sein, allgemein universal in ihrer Harmonie, wenn sie sich in jeder der oben genannten Gattungen bewahrheiten; sie werden falsch sein, oder von einseitiger Meinung, wenn sie sich nicht gleichermaßen in allen drei der obigen Gattungen bewahrheiten.«

»[...] i Greci antichi sul genere dimostrativo: i Dotti moderni sul fisico: i Professori dell'arte sul musicale. Ciascuna classe ha i suoi fondamenti, e le sue ragioni; ed è segno sicuro di mancanza di comprensione in chi presume di trovar il vero in una sola classe, perchè non ha compreso il fondo musicale di natura in tutta la sua estensione. Saranno assolutamente vere in genere universale di armonia quelle proposizioni, che si verificano egualmente in ciascuno dei tre generi suddetti; saranno false, o di sola opinione quelle, che non si verificano egualmente in tutti tre i generi suddetti.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 17]

Für Tartini kann ein System oder eine Theorie nur dann von Bedeutung sein, wenn sie sich in allen relevanten Gebieten bewahrheitet. Wenngleich seine eigene Inkonsistenz in seinen Werken an einigen Stellen zutage tritt, ist dieser interdisziplinäre Ansatz unkonventionell und außerordentlich modern.

Gilt ein Prinzip als universell, muss es allgegenwärtig wirken können. Überträgt man diesen Ansatz auf den Bereich der modernen Hörtheorie, ergeben sich gerade in Bezug auf den *terzo suono* und die Kombinationstöne generell einige interessante Fragen. Das Ohr kann a priori nicht wissen, ob es mit einem Ein- oder Zweiklang konfrontiert ist. Es muss somit angenommen werden, dass bei der Wahrnehmung von Ein- und Zweiklängen zumindest in einer ersten Phase der Klangverarbeitung in beiden Fällen gleiche neurophysiologische Prozesse ablaufen. Daraus würde folgen, dass sich bei Ein- und Zweiklängen analoge Aspekte im Klangphänomen finden lassen, die sich zudem durch die gleiche Hörtheorie erklären ließen: (1) Nichtlineare Mechanismen im Gehör können nicht ausgeschaltet werden, sie wirken sowohl bei der Perzeption von Einklängen als auch bei Zweiklängen. Dabei entstehen im Fall des Einklangs Ohrobertöne (*aural harmonics*), bei einem Zweiklang zusätzlich Kombinationstöne (vgl. 4.2.1). (2) Durch seine Ausführungen zur

Einheit in der Vielheit und dem harmonischen Prinzip gelangte Tartini zur Erkenntnis, dass sich die Einheit von harmonischen Reihen als Tonempfindung manifestiere. Dies sei bei der schwingenden Saite zu beobachten, mit gänzlicher Sicherheit aber erst durch das Phänomen *terzo suono* bewiesen. Heutige Erkenntnisse aus der Neurophysiologie bestätigen, dass harmonische Verhältnisse, besonders harmonische Reihen im Prozess der Tonhöhenerkennung eine Schlüsselrolle spielen. Unabhängig davon, ob ein Ein- oder Mehrklang aufs Gehör trifft, laufen im Gehirn in beiden Fällen die gleichen Mechanismen zur Periodendetektion ab. Aus einem Einklang, aufgebaut aus harmonischen Komponenten, resultiert im Normalfall die Tonhöhenempfindung auf der Grundfrequenz. Bei einem Zweiklang entstehen Tonhöhenempfindungen nicht nur auf den Grundfrequenzen der beiden Töne, sondern zusätzlich auch Tonhöhenempfindungen aufgrund von Periodizitäten, die sich erst durch die Kombination der beiden Töne ergeben. Zu solchen zusätzlichen Tonhöhenempfindungen gehört der *terzo suono*.

Bezogen auf den biologischen Aspekt des harmonischen Prinzips können zudem weitere Belege ins Feld geführt werden. Periodische Signale mit harmonischem Frequenzspektrum kommen in der Natur vor allem in der Kommunikation der Menschen und Tiere vor. Um eine Tonhöhe zu erzeugen, muss über einen Zeitraum Energie in einer gewissen Regelmäßigkeit freigesetzt werden. Das Hörsystem wiederum muss fähig sein, auf diese Information anzusprechen. Auch wenn wir der menschlichen Stimme im Normalfall nur eine Tonhöhe zuordnen, enthält sie viele Teiltöne, die in den Proportionen der harmonischen Reihe auftreten. Harmonische Frequenzgemische werden von unserem Gehirn normalerweise in die Empfindung *einer* Tonhöhe transformiert – Vielheit wird zur Einheit. Die Bündelung von Schwingungsinformationen ist für viele Lebewesen enorm wichtig.²⁸⁹ Dazu zählt die erstaunliche Fähigkeit des Gehörs, Signale so zu analysieren, dass gleichzeitig eintreffende Schwingungen verschiedener Quellen auseinander gehalten werden können.

Die obigen Beispiele zeigen, dass das von Tartini beschriebene harmonische Prinzip auch heute nicht verleugnet werden kann. Ganzzahligkeit, harmonische und arithmetische Reihen sind in der Musik von herausragender Bedeutung und tauchen auffällig oft und in den verschiedensten Facetten auf. Sie

²⁸⁹ Hesse (2003), S. 144: »Die Auswertung eines derartigen, hier vom Prinzip her angedeuteten Musters wird als Zeitreihen-Korrelationsanalyse bezeichnet. Sie ermöglicht die biologisch sinnvolle Fähigkeit, zusammengehörige Information zu verbinden, die dann als Einheit wahrgenommen werden kann.« Vgl. auch Albert Stanley Bregman, »Auditory scene analysis: hearing in complex environments«, in: *Thinking in sound: The cognitive psychology of human audition*, hrsg. von Stephen McAdams und Emmanuel Bigand, Oxford 1993.

kommen beispielsweise in Form von Teiltönen vor, die durch den physikalischen Vorgang der Saitenschwingung entstehen, im mathematischen Prinzip der Saitenteilung zur Erzeugung von musikalischen Intervallen, als Bildungsgesetz bei der Entstehung von Ohrobertönen, intra-auralen und extra-auralen Kombinationstönen wie auch in Form von Nervenimpulsen in den Gehörbahnen, deren Feuerintervalle ganzzahligen Unter- oder Übersetzungsverhältnissen der Grundfrequenz entsprechen. Es stellt sich die Frage, weshalb harmonische bzw. arithmetische Reihen oder allgemein einfache ganzzahlige Verhältnisse in der Natur und vor allem in der Musik so oft vorkommen. Der folgende Abschnitt zeigt, wie sich Tartini diesen Fragen nähert.

5.3 Tartinis »scienza armonica«

Nach Tartini sind musikalische Phänomene nicht eine Konsequenz physikalischer Gesetze, sondern bestimmt durch das »demonstrative Prinzip«, welches physikalische Prinzipien dominiert: »Von diesen beiden Prinzipien hat man herausgefunden und wirksam demonstriert, dass das dominante der beiden nicht das physikalische, sondern das demonstrative ist.«²⁹⁰ Das demonstrative Prinzip agiere auf das physikalische.²⁹¹ »Dem demonstrativen Gesetz der Verhältnisse und Proportionen ist das physikalische Gesetz der Schwingungen und des dritten Tones unterworfen.«²⁹² Er stellt ebenfalls die Frage, ob ein Prinzip per se, unabhängig vom menschlichen Geist existieren könne:

»Existiert sie [die Proportion] durch menschliches Ermessen, oder durch ein Gesetz, das gänzlich unabhängig ist von der Zeit, von der Natur, von Kategorien menschlichen Ermessens? Die Proportion und die kontinuierliche harmonische Fortschreitung von den Tönen des Trumscheits: der dritte Ton, harmonischer Fundamentalbass von zwei gegebenen Tönen sind Gesetzmäßigkeiten von Größen, die auf-

»Vi era per umana disegnazione, o per una legge affatto indipendente di tempo, di natura, di categoria dalla umana disegnazione? La proporzione, e progressione armonica continua de'suoni della tromba marina: il terzo suono basso armonico fondamentale di due dati suoni sono leggi di quantità impresse indipendentemente da umana disegnazione. La formola del terzo suono, ch'è la stessa delle vibrazioni, e

²⁹⁰ Tartini (1767), S. 111f.: »Di questi due principj si è trovato, e dimostrato agente, e dominante non il fisico, ma il dimostrativo; [...]«

²⁹¹ op. cit., S. 110: »Adunque in questo principio dimostrativo, che agisce sul principio fisico, che da questo non riceve alterazione alcuna, si rileva un principio positivo, e reale, e certamente prior di natura del fisico principio.«

²⁹² op. cit., S. 109: »[...] alla legge dimostrativa delle ragioni, e proporzioni è soggetta la fisica legge delle vibrazioni, e del terzo suono.«

erlegt sind unabhängig von menschlichem Ermessen. Die Formel des dritten Tones, welche die gleiche ist wie von den Vibrationen und Koinzidenzen, und welche in der physikalischen Gattung gründet ist, findet man in der gleichen Präzision in der reinen demonstrativen Gattung wieder.«²⁹³

coincidenze, e che però è fondata nel fisico genere, si trova in precisione la stessa nel puro genere dimostrativo.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 114f.]

Die mathematischen Gesetze der Musik verhielten sich wie die Spitze eines dahintreibenden Eisberges. Sie enthüllen teilweise, was die »l'armonica scienza« in ihrem Ganzen sein könnte. In seiner Dissertation versucht Tartini einen Teil dieses Ganzen offenzulegen:

»Hier [in Tartinis Dissertation] werden sie [die Musiker und »Akustiker«] in einem ihrer Teile sehen, was die harmonische Wissenschaft in ihrem Ganzen sein könnte, die dermaßen dominiert ist von der harmonischen Proportion, die ihr Hauptfundament ist, und die in der allgemeinen Wissenschaft nicht gepflegt werden kann aufgrund eines fehlenden Gegenstandes [...].«

»Qui vedranno in una sua parte qual possa esser nel suo tutto l'armonica scienza, la qual essendo così denominata dall'armonica proporzione ch'è il suo principal fondamento, e che nella scienza comune non vi è stata occasione di coltivare per mancanza di oggetto [...].«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 115]

In der *Scienza platonica* verwendet Tartini für die Umschreibung des Sachverhalts die Metapher eines Baumes, wobei die Musik nur einer seiner Äste sei. Den ganzen Baum gelte es noch zu entdecken:

»[...] die Harmonie des Universums ist der ganze Baum; die Musik ist davon ein Ast, jedoch notwendigerweise von gleicher Natur und Wurzel, was die der menschlichen Spezies angeborene Musik offensichtlich beweist, da sie allein befähigt ist zur Wissenschaft der Zahl. In diesem Sinne gibt es in der Zahl Wissen und Natur, wie es Platon

»[...] l'armonia dell'universo è l'albero tutto; la musica ne è un ramo, e però necessariamente della stessa natura e radice, di che n'è prova evidente la musica congenita alla umana specie, la qual sola è capace di scienza di numero. In questo senso nel numero vi è scienza e natura, come divinamente ha inteso Platone ed in questo senso si

²⁹³ Kayser stellt im *Lehrbuch der Harmonik* eine ähnliche Frage: »Aber wer will denn im Ernst behaupten, daß die Obertonreihe *nur* ein Naturgesetz sei?« (Kayser (1950), S. XI).

göttergleich verstanden hat und in diesem Sinne ergibt sich die Möglichkeit, den Baum über den Ast zu entdecken, das Ganze vom Teil aus, wie es dem Autor tatsächlich zugestoßen ist.«

vede la possibilità di scoprire l'albero dal ramo, il tutto dalla parte, come in fatto è succeduto all'autore.«

[TARTINI [ca. 1764–1770] 1977, *Scienza platonica*, S. 3]

Tartini greift auf die aristotelische Unterscheidung zurück, inwiefern diese Sachverhalte unter dem »materiellen« oder »formgebenden« Gesichtspunkt zu deuten seien. Solche Begriffe seien wichtige Bestandteile der »antiken, verpönten Philosophie« gewesen.²⁹⁴

Er kritisiert die Engstirnigkeit der Naturwissenschaftler und dass sie die Augen verschließen würden vor offensichtlichen Tatsachen, etwa dass der terzo suono nicht nur eine akustische Erscheinung sein könne, sondern ein Hinweis auf etwas viel Größeres und Mächtigeres. In ihm manifestiere sich die Proportion anders als nur in einem Mitschwingen, wie es bei den Obertönen der Fall sei.²⁹⁵ Und er fügt an: »Es bewahrheitet sich, dass es dieses harmonische Prinzip nicht nur in den Klangkörpern gibt, sondern auch in der Luft, durch deren Medium die Körper erst klingen.«²⁹⁶ Da Tartini nicht wusste, dass der terzo suono seinen Ursprung im Gehör und im Gehirn hat, ist seine Annahme, dass der terzo suono in der Luft entsteht, nachvollziehbar. Das Instrument als Ursprung hatte er dadurch ausgeschlossen, weil der terzo suono auch entsteht, wenn die beiden Töne von zwei verschiedenen Instrumenten gespielt werden und weil er den terzo suono dann am besten hörte, wenn er sich in der Mitte der beiden Instrumente aufstellte.²⁹⁷

Tartinis Gedankengänge im letzten Kapitel seiner Dissertation²⁹⁸ führen genau dorthin, wo Victor Goldschmidt (1853–1933) mit seiner harmonikalen Philosophie ansetzt. Im Vorwort seines Buches *Ueber Harmonie und Complication* formuliert Goldschmidt den Gedanken, dass die Bausteine der Erkenntnistheorie harmonikale Gesetze sein müssten, welche »dem Geist und der Aussenwelt gemeinsam sind«.

²⁹⁴ Tartini (1767), S. 113: »Si chiede: di questi due rispetti positivi, e reali qual è il materiale, qual il formale? Non si deridano i termini della ricerca, perchè sono termini di antica derisa Filosofia.«

²⁹⁵ op. cit., S. 111–116.

²⁹⁶ op. cit., S. 113: »[...] si verifica, che non solamente vi è questo armonico principio ne'corpi sonori, ma vi è nell'aria, per di cui mezzo i corpi sono sonori.«

²⁹⁷ Tartini (1754), S. 14. Originalzitate hierzu siehe unter 3.4.

²⁹⁸ Tartini (1767), S. 98–116.

Harmonisch nennen wir eine Gruppierung oder Gliederung, die unser Geist, als seinem Wesen und den Sinnen angepasst, dem Gemüth wohlthuend aus der Welt der Erscheinungen auswählt oder, die Aussenwelt verändernd, schafft. In dieser Auswahl und diesem Schaffen bilden unser Sinn, unser Geist und Gemüth ihr Wesen ab und wir können deren Eigenart in diesem Bild studiren. [...]

Harmonie ist die Concordanz mit den Sinnen und dem Geist. Solche Concordanz empfinden wir als wohlthuend. Sie ist uns deshalb erwünscht, und der Wunsch ist der Antrieb zum harmonischen Schaffen.

Die Harmonie ist der Schlüssel zum Verständniss der Natur, indem sie das auswählt, was unseren einzelnen Sinnen und dem widerbildenden Vereiniger der Sinnes-Wahrnehmungen, dem Geist, angepasst in der Aussenwelt enthalten ist. Aber nur daraus besteht die unserer Erkenntniss zugängliche Natur. Die Natur ist uns nur dadurch zugänglich, erkennbar und genussbringend, dass sich in unseren Sinnen, im Geist und Gemüth Prozesse abspielen, die, von den Vorgängen der Aussenwelt inducirt, diesen analog (parallel) verlaufen, von den gleichen Gesetzen beherrscht sind.

Erkenntniss-Theorie ist daher die Zusammenfassung derjenigen Gesetze, die dem Geist und der Aussenwelt gemeinsam sind. Jedes solche Gesetz ist ein Baustein der Erkenntniss-Theorie.²⁹⁹

Kann dieser Ansatz eine Antwort auf die Frage geben, wieso wir harmonische Intervalle als schön und angenehm empfinden? Vermögen diese die magische Verbindung herzustellen, in dem das Außen (die Tonquelle) mit unserem Inneren in »Concordanz« steht? Lassen harmonische Intervalle etwas in uns resonieren, was uns an das Größere und Unfassbare erinnert, in dem wir leben und aus dem wir sind? Lassen sie uns die Verbindung zu diesem Unsichtbaren spüren?

Solche Gedanken eröffnen Diskussionen, die den Bereich einer konventionellen Musikwissenschaft verlassen. Durch die Integration eines demonstrativen, harmonikalischen Bereichs in sein ganzheitliches musiktheoretisches System schafft Tartini eine Schnittstelle zwischen einer naturwissenschaftlichen und einer philosophischen Perspektive.

²⁹⁹ Victor Goldschmidt, *Ueber Harmonie und Complication*, Berlin 1901, Vorwort, S. III–IV.

6 Der Basiskombinationston

Der Basiskombinationston, der bei einem teilerfremden ganzzahligen Schwingungsverhältnis immer durch die Proportionszahl 1 ausgedrückt werden kann, hat theoretisch und praktisch einen besonderen Stellenwert. Bezogen auf Tartini ist der Basiskombinationston einer eingehenderen Besprechung würdig, da er mit dem *terzo suono* von 1767 übereinstimmt. In der modernen Hörtheorie wird der Basiskombinationston debattiert, da sich in ihm mindestens zwei Phänomene verschiedenen Ursprungs treffen.

Welche Wirkung der Basiskombinationston in der Musik ausübt, verdeutlicht Romieu in *Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves* (1752). Er weist darauf hin, dass der Basiskombinationston (*l'Harmonique grave*) Akkorden ein naturgewolltes harmonisches Fundament gebe.

»Wenn der Akkord aus Konsonanzen gebildet ist, die nicht harmonisch sind oder sogar aus den rauhesten Dissonanzen; sie lösen sich in ihr Fundament auf und lassen im *Harmonique grave* einen Ton hören, der mit den Tönen des Akkords immer ein harmonisches Intervall bildet, das an Annehmlichkeit, wie man weiß, alles übertrifft, was die Harmonie zu bieten hat.«

»Si l'Accord est formé de consonances qui ne soient point harmoniques, ou de dissonances même le plus dures; elles se résolvent en leur fondement, & font entendre dans l'Harmonique grave, un Son qui fait toujours avec ceux de l'Accord un intervalle harmonique, dont l'agrément est, comme l'on sçait, supérieure à tout ce que l'Harmonie peut nous faire goûter.«

[ROMIEU 1752, *Nouvelle Découverte*, S. 86]

Aus dieser Beschreibung geht hervor, dass selbst Dissonanzen wieder zu ihrem harmonischen Fundament zurückfinden, indem sie einen hörbaren Basiskombinationston bilden. Wie auch Tartini wieder und wieder in seinen Schriften erwähnt, ist das Phänomen unabhängig von »menschlicher Willkür« und »von der Natur und nicht von der Kunst kommend«.³⁰⁰ Die vielseitigen Aspekte dieses Kombinationstons werden im Folgenden untersucht.

³⁰⁰ Tartini (1767), S. 37.

6.1 Natur des Basiskombinationstons

Die Untersuchungen zu Kombinationstonformeln zeigen, dass bis Anfang des 19. Jahrhunderts bis auf wenige Ausnahmen nur ein einziger Kombinationston beobachtet und beschrieben wird (vgl. 3.8 und Anhang).³⁰¹ Im Denken in Schwingungsverhältnissen ist dieser Ton der Proportionszahl 1 gleichzusetzen. Er ist der tiefste Ton in der Kombinationstonreihe und wird deshalb in dieser Arbeit Basiskombinationston genannt. Je nach Schwingungsverhältnis und Lage des Intervalls kann der Basiskombinationston in tiefe Frequenzbereiche fallen, die unserem Gehör nur schwer oder überhaupt nicht zugänglich sind. Alle anderen Kombinationstöne liegen höher und befinden sich tendenziell in einem günstigeren Hörbereich. Wie lässt sich also erklären, dass die frühesten Beobachtungen gerade diesen »ungünstigen« tiefsten Kombinationston beschreiben? Ist dieser Ton überdurchschnittlich stark ausgeprägt und sticht dadurch trotz seiner benachteiligten Lage immer noch mehr heraus als andere Kombinationstöne? Von welcher Qualität waren die damaligen Beobachtungen?³⁰² Hat sich vielleicht der Umstand, dass es nur eine einzige Entstehungstheorie für den dritten Ton gab, negativ auf die Beobachtungsqualität ausgewirkt? Die damalige *Koinzidenztheorie* vermochte nur einen einzigen zusätzlich entstehenden Ton zu beschreiben (vgl. 3.4). Es ist denkbar, dass die Plausibilität dieser Formel die Beobachtenden von der Idee abhielt, überhaupt die Aufmerksamkeit auf andere Klangkomponenten zu richten bzw. nach anderen Klangkomponenten zu suchen.

Was den Basiskombinationston speziell macht, ist sein Wesen als Doppelpänomen. Er kann sowohl durch die Nichtlinearität auf der Basilmembran erklärt werden, als auch als Residualton, der sich aus der Obertonstruktur

³⁰¹ Vallotti (1738). — Romieu (1752). — Jean Adam Serre, *Essais sur les principes de l'harmonie*, Paris 1753. — Euler (1756). — D'Alembert (1757). — Joseph Louis Lagrange, »Recherches sur la nature et la propagation du son« [1759], in: *Oeuvres de Lagrange*, hrsg. von M. J. A. Serret, Paris 1867. — Tartini (1767). — Riccati (1767). — Jean-Baptiste Mercadier de Belest, *Nouveau système de musique théorique et pratique*, Paris 1776. — Sarti (1797). — Chladni [1802] (1830). — F. A. Gleichmann, »Nochmalige Untersuchung über das Mitklingen eines tiefern Tones zu zwei angegebenen höhern«, in: *Allgemeine musikalische Zeitung*, Band 7, Heft 18, 1805. — Biot (1816). Folgende Forscher beschreiben mehr als einen Kombinationston: Sorge (1744). — M. Young (1784). — T. Thomas Young, »Outlines of Experiments and Inquiries respecting Sound and Light«, in: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 1800.

³⁰² Grundsätzlich sind erste Beobachtungen eines Phänomens als wertvoll einzuschätzen, da sich die Beobachter nicht an einer Vielzahl von Theorien orientieren oder beeinflussen lassen können und ihr Höreindruck mehr über die Natur des Phänomens aussagen kann als der von Personen, die durch eine Theorie voreingenommen sind und im Vorhinein wissen, welches Resultat zu erwarten ist.

des Zweiklangs ergibt. Das folgende Schema zeigt, wie der Residualton bei Klängen mit harmonischen Obertonkomponenten zustande kommen kann:

Teiltöne des Intervalls 3:5															
Tieferer Ton			3		6		9		12		15		18		
Höherer Ton				5			10				15			20	
Als Zweiklang	1		3		5	6		9	10		12		15	18	20

Abb. 57, Residualtonbildung bei Zweiklängen mit einfachem Schwingungsverhältnis. Wenn die Sexte 3:5 erklingt, kann eine neue Tonhöhenempfindung bei 1 entstehen, da die Schwingungskomponenten im Zusammenklang nun auch als Obertöne eines neuen Grundtons interpretiert werden können.

Nimmt man an, dass beim obigen Fall auch noch Kombinationstöne hinzutreten, können diese die Residualtonwirkung noch zusätzlich verstärken, weil sie ebenfalls Vielfachen der Schwingung 1 entsprechen.³⁰³

Im Basiskombinationston überlagern sich also zwei Phänomene, die erst unter Laborbedingungen voneinander unterschieden werden können. Christoph Reuter nennt hierzu fünf verschiedene Methoden, um einen Differenzton von einem Residualton zu unterscheiden. Dabei wird das unterschiedliche Verhalten der beiden Phänomene ausgenutzt, um diese über psychoakustische Tests zu identifizieren. Eines dieser fünf Verfahren identifiziert den Residualton über die »Sprunghaftigkeit« seiner Tonhöhe, während der Differenzton hingegen »gleitet«, wenn man einzelne Frequenzen des Stimulus kontinuierlich verändert.³⁰⁴ Das Springen kann dadurch erklärt werden, dass die Tonhöhenempfindung des Residualtons erst dann eintritt, wenn sich das Frequenzgemisch einem ganzzahligen Schwingungsverhältnis nähert, bei komplexen Verhältnissen hingegen verschwindet der Residualton in einer Art Grauzone, bis er unhörbar ist. Der Differenzton als Nichtlinearitätsphänomen hingegen ist auch bei stark verstimmten Intervallen vorhanden. Wie die eigenen Experimente mit der Geige ergeben haben, weisen Kombinationstöne, die oberhalb des Basiskombinationstons liegen, diese Eigenschaft stärker auf (vgl. Abb. 72). Um zu beobachten, dass der Basiskombinationston springt, wenn man die Primärtöne kontinuierlich verändert, ist keine ausge-

³⁰³ Reinecke (1962a), S. 236: »[...] Kombinations-Schwingungen [bilden] vollständige harmonische Reihen [...]. Damit aber ist der Fall gegeben, daß eine Schallstruktur in einer der Grundfrequenz entsprechenden Periodizität auftritt. Das aber ist die Voraussetzung zur Wahrnehmung der sog. »Residualtonhöhe«, eines Tonhöhen-Kriteriums, das in der Musik eine weitaus größere Rolle spielt als das tonhöhenbestimmende Moment der Sinusschwingung.«

³⁰⁴ Christoph Reuter, *Die auditive Diskrimination von Orchesterinstrumenten*, Frankfurt am Main, Wien u. a. 1996, S. 18.

tüftelte Laborsituation notwendig. Hugo Riemann u. a. bemerkt hierzu: »Auffallend ist das Springen des tiefsten Combinationstones bei kleinen Veränderungen des Intervalls, beim Uebergange aus einem Intervalle in ein anderes beinahe gleiches [...]«

In der Akustik kann der Basiskombinationston u. a. durch das *Pattern-Recognition-Modell*³⁰⁵ erklärt werden. Mit dem daraus abgeleiteten *Pitch-Shift-Effekt* können zudem Tonhöhen beschrieben werden, die aus Schwingungskomponenten zustande kommen, die nicht genau in harmonischen Abständen angeordnet sind bzw. eine Ambivalenz zwischen möglichen harmonischen Schablonen aufweisen.³⁰⁶ Das Pattern-Recognition-Modell ist theoretisch zwar gut verständlich, auf neurophysiologischer Basis hingegen schwierig zu begründen. Plausiblere Erklärungen für die Entstehung gleicher Tonhöhen liefern heute *Autokorrelationsmodelle* (vgl. Abschnitt 6.5).

Die Vermutung, dass es unterschiedliche Arten von Kombinationstönen gäbe, ist bereits bei Ohm vorhanden. Er differenziert zwischen einem »unbedingten Combinationston«, der stets auftritt und einem »bedingten Combinationston«, der an die Bedingung geknüpft sei, »daß die Schwingungsformen der beiden ihn erzeugenden Töne einander ähnlich seyen.« Der unbedingte Kombinationston folge dem Bildungsgesetz des gemeinen Faktors der Schwingungsmengen, während die Schwingungsmenge des bedingten ($m - n$) d sei.³⁰⁷ Diese Beschreibungen korrespondieren mit dem Basiskombinationston (unbedingter Combinationston) und mit dem Differenzton $f_1 - f_2$ (bedingter Combinationston). Passend zu Ohms mathematischer Definition unterscheiden sich diese beiden Kombinationstöne in ihrem Tonhöhenverlauf (vgl. Abb. 72 im Abschnitt 7.3.2 und Abb. 26 im Abschnitt 3.6).

Terhardt ist der Meinung, dass Differenztöne beim Empfinden von Harmonien eine nebensächliche Rolle spielen. Der »virtuelle Grundton« (Basiskombinationston) hingegen sei eine notwendige Erscheinung, ohne die kein befriedigendes Gefühl von Harmonie entstehen könne.³⁰⁸

³⁰⁵ Julius L. Goldstein, »An optimum processor theory for the central formation of the pitch of complex tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 54, Heft 6, 1973. Vgl. auch Jan Frederik Schouten, Roelof J. Ritsma & B. Lopes Cardozo, »Pitch of the residue«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 34, Heft 8, 1962; Moore (2012), S. 217–220.

³⁰⁶ Konrad Walliser, »Über ein Funktionsschema für die Bildung der Periodentonhöhe aus dem Schallreiz«, in: *Kybernetik*, Band 6, 1969. — Sethares (2005), S. 35–37. — David Benson, *Music: A mathematical offering*, Cambridge 2008, S. 157. — Moore (2012), S. 217–219.

³⁰⁷ Ohm (1839), S. 463f.

³⁰⁸ Ernst Terhardt, »Die psychoakustischen Grundlagen der musikalischen Akkordgrundtöne und deren algorithmische Bestimmung«, in: *Tiefenstruktur der Musik*.

Nicht zuletzt scheint sich die Andersartigkeit des Basiskombinationstons auch in der Klangfarbe niederzuschlagen. Fricke beschreibt die Klangfarbe des Residualtons als »mehr oder weniger scharf«.³⁰⁹ Mein eigener Eindruck ist, dass der Basiskombinationston etwas »kälter« oder »hohler« in seinem Timbre ist verglichen mit anderen Kombinationstönen.

6.2 Terminologische Vielfalt

Die Vielfalt an Ausdrücken, die in Verbindung mit dem Basiskombinationston verwendet werden, ist einerseits ein Hinweis auf seine Relevanz in verschiedenen Fachgebieten, andererseits auf seinen ambivalenten Charakter, der im vorhergehenden Abschnitt diskutiert wurde. Im Fachgebiet Akustik findet man die Termini *Residualton*, *Residuum*, *Residue* (Schouten), *Missing Fundamental*, *Periodikton*, *Periodenton*, *Periodicity pitch*, *Virtueller Grundton* (Terhardt), *Virtuelle Tonhöhe* (Terhardt), *Virtual Pitch*, *Virtual Root* (Parncutt). In der Musiktheorie sind es die Ausdrücke *Hauptkombinationston* (Riemann), *Divisionston* (Riemann), *erster gemeinsamer Unterton* (Riemann), *Quotiententon* (Meyer-Eppler), *dritter Ton*, *terzo suono* (Tartini), *troisième son* oder *harmonique grave*, *grave harmonic* und andere. Im Bereich der Orgelpraxis und des Orgelbaus finden sich *Akustische Bässe*, *Resultant* und *Hauptklang*.³¹⁰

Festschrift Fritz Winkel zum 75. Geburtstag, hrsg. von Carl Dahlhaus, Manfred Krause und Peter Frenzel 1982, S. 35.

³⁰⁹ Fricke (2005), S. 146.

³¹⁰ *Residualton*: op. cit., S. 142: »Der Residualton wurde anfangs »das Residuum« genannt. Mit »virtuelle Tonhöhe« wird die Tonhöhe bezeichnet, für die eine Tonhöhenempfindung aufgrund von Residualtonbildung vorliegt. Wenn dort, wo der Residualton gehört wird, keine Spektralkomponente im Schallereignis vorhanden ist und das Residuum nur durch das Zusammenwirken harmonischer Obertöne und/oder der Periodizität einer Schwingung (als »Periodenton«) zustande kommt, wird er mit Recht »virtuell genannt.« *Residue*: Schouten (1940a), S. 290: »We are therefore compelled to assume that a collective observation of these high harmonics is the source of this sharp sound. Such a sound component will be called a residue.« — Schouten (1940b), S. 359: »We propose to call such an additional subjective component a »residue« [...].«, S. 365: »Conversely one might call the residue the »strike note« of periodic sounds [...].« *Missing fundamental*: Harvey Fletcher, »Loudness, pitch and the timbre of musical tones and their relation to the intensity, the frequency and the overtone structure«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 6, Heft 2, 1934. — Schouten (1938), S. 7. *Periodikton*: Muzzolini (2004), S. 365: »Das Konzept der Periodiktöne, der höchsten gemeinsamen Untertöne ist bei Thomas Young 1800, Ohm 1839 und Seebeck 1843, später bei Koenig 1876 nachweisbar, und es wird 1938 von Schouten »entdeckt«. Die Periodiktöne zu leugnen, war vor der Zeit der Sinustöne ein Ding der Unmöglichkeit, denn Töne wurden in der Regel nur über die Periodizität der Luftbewegung definiert. Ein Periodikton ist unter diesem Gesichtspunkt nicht von einem Sinuston zu unterscheiden. Die verbesserte Versuchsanordnung erlaubt es Schou-

In Anbetracht der Vielzahl an verschiedenen Begriffen, die einen selben Ton umschreiben, ist es notwendig, einen passenden Überbegriff zu wählen. Für die Diskussion auf verschiedenen Ebenen eignet sich der allgemeine Ausdruck *Basiskombinationston*. Er deckt viele Aspekte ab und ist zudem ein unverbrauchter Begriff, der nicht an eine Entstehungstheorie gekoppelt ist.

6.3 Tartinis basso armonico fondamentale versus Rameaus basse fondamentale

Für Tartini findet sich die harmonische Natur des *terzo suono* in drei Genera: *fisico*, *dimostrativo* und *musicale*.³¹¹ Daraus ergibt sich bei ihm der Grundsatz, dass sein musikalisches System auf diesen drei Fundamenten stehen muss. Als Manifestation des harmonischen Prinzips spielt der *terzo suono* bei Tartini eine Schlüsselrolle zwischen den drei Bereichen. Die physikalischen Aspekte, die sich auf Tartinis dritten Ton beziehen, wurden bereits im Abschnitt 3.4 besprochen, die harmonikalen im Kapitel 5. Wie Tartini den *terzo suono* im musikalischen System integriert, ist Gegenstand der folgenden Seiten. Dabei ergibt sich eine Verbindung zu Rameaus *basse fondamentale*, die näher ausgeführt wird.

Im musikalischen Bereich fungiert ihm zufolge der *terzo suono* als *basso armonico fondamentale*: »Hier in der dritten Eigenschaft wurde auf die Natur des dritten Tones als harmonischer Fundamentalbass des konsonanten

ten, die Residualtöne in ihrer Wirkungsweise von den durch Nicht-Linearität verursachten Kombinationstöne und subjektiven Obertöne zu unterscheiden. Damit ist das Arsenal der für die Klangfarbe relevanten psychoakustischen Effekte komplett, und die Diskussion über Orts- und Zeittheorien verlagert sich zunehmend hirnwärts. Es gibt dazu eine reichhaltige hier nicht ausgewertete Spezialliteratur.« *Periodenton*: Fricke (2005), S. 142f. *Periodicity pitch*: Peter Cariani, Mark Tramo & Bertrand Delgutte, »Neural representation of pitch through temporal autocorrelation«, S. 2. *Hauptcombinationston*: Riemann (1875), S. 205: »[S]eine Theorie [Tartinis Theorie] der Combinationstöne fußt jedoch darauf, daß der Hauptcombinationston (*terzo suono*) zweier Töne immer der erste gemeinsame Unterton derselben ist.« *Divisionston* und *erster gemeinsamer Unterton*: op. cit., S. 214: »So ist nun allgemein der erste gemeinsame Unterton (Combinationston) die relative Einheit der Schwingungszahlen, der erste gemeinsame Oberton (phonische Oberton) dagegen die relative Einheit der Schwellenlängen der Intervalltöne. Man könnte diese beiden eigentlich so zu nennenden Combinationstöne zum Unterschied von Helmholtz Differenztönen und Summationstönen vielmehr als Divisions- und Multiplicationstöne bezeichnen, da nämlich in Hinsicht der Schwingungszahlen der tonische Grundton immer der größte gemeinsame Divisor und der phonische Oberton immer der kleinste gemeinsame Dividendus ist.« *Quotiententon*: Meyer-Eppler, Sendhoff & Rupprath (1959), S. 71ff. *Akustischer Bass*: Mahrenholz (1930), S. 29. — Vogel (1975), S. 55f. *Hauptklang*: Vogler (1776), S. 103. — Vogler (1779–1780), S. 142–145.

³¹¹ Tartini (1767), S. 17.

Systems hingewiesen.«³¹² Durch den terzo suono sei endlich das physikalische Prinzip des Durmodus entdeckt worden.³¹³ Die Rolle des basso armonico könne der terzo suono jedoch nur im diatonischen Dur übernehmen.³¹⁴ Genauere Ausführungen zu Tartinis Gründen, weshalb der terzo suono im diatonischen Moll nicht als basso armonico fungieren könne, finden sich in den Abschnitten 3.2.1 und Exkurs I: Tartinis Kritik an Euler.

Im *Trattato* formuliert Tartini, welche Konsequenzen aus dieser Erkenntnis für die Satzlehre gezogen werden müssten. Im diatonischen Dur sollte man als Bass jenen Ton setzen, der dem terzo suono entspricht: der terzo suono »wird demonstrativ der harmonische Bass des gegebenen Intervalls sein, und es wird ein Paralogismus sein, jeglichen anderen Bass darunter zu stellen.«³¹⁵ Tartinis 26 *Piccole Sonate*³¹⁶, komponiert zwischen 1745 und 1770, zeigen eine beachtliche Übereinstimmung mit diesem Kompositionsprinzip.³¹⁷ In einem Brief an Francesco Algarotti schrieb Tartini:

³¹² op. cit., S. 11: »Qui nella terza proprietà si è data la nozione della natura del terzo suono, come basso armonico fondamentale del consonante sistema.« Auf S. 37 befindet sich eine weitere Stelle, die inhaltlich Ähnliches ausdrückt: »Si scopre in questo secolo il fenomeno del terzo suono. Fisicamente si verifica esser questo il basso armonico fondamentale di una specie di quella simultanea consonante armonia, di cui con tanta premura si cercano i principj [...]«

³¹³ op. cit., S. 37: »[...] è finalmente scoperto in questo fenomeno il fisico principio della principale delle due specie della simultanea consonante armonia, qual è quella del modo maggiore.« Übersetzung: »[...] endlich wurde in diesem Phänomen das physikalische Prinzip der hauptsächlichlichen der beiden Arten der simultanten konsonanten Harmonie, welche diejenige des Modus Dur ist, entdeckt.« Ein zweites ähnliches Zitat findet sich in: op. cit., S. 111: »La legge è fisicamente scoperta: è fisicamente, e dimostrativamente sicura; ed è il terzo suono vero, ed unico basso armonico fondamentale della scala diatonica *ut, re, mi* ec.« Übersetzung: »Das Gesetz wird physikalisch entdeckt: Es ist physikalisch und demonstrativ sicher; und es ist der dritte Ton, der wahre und einzige harmonische Fundamentalbass der diatonischen Skala *ut, re, mi* etc.«

³¹⁴ op. cit., S. 37: »[...] da questo si ha il basso continuo fisico-armonico della simultanea consonante armonia del modo maggiore, ch'è la classica delle due specie simultanee consonanti; e si ha non dall'arte, ma della natura.« Übersetzung: »[...] aus diesem [Phänomen] ergibt sich der physikalisch-harmonische basso continuo der simultanen konsonanten Harmonie des Dur-Modus, welche die klassische der beiden simultanen konsonanten Arten ist; und man hat [ihn] nicht von der Kunst, sondern von der Natur.«

³¹⁵ Tartini (1754), S. 17: »[...] questo sarà dimostrativamente il Basso armonico de'dati intervalli, e sarà paralogismo qualunque altro Basso vi si sottoponga.«

³¹⁶ Diese Stücke sind in folgendem Manuskript enthalten: Giuseppe Tartini, *Musica di Tartini*. *Autografo*, Pontificia Biblioteca Antoniana, Padova, Ms. 1888.

³¹⁷ Dies wird auch erwähnt im Vorwort von: Giovanni Guglielmo, *Giuseppe Tartini. Prima edizione a stampa delle 26 piccole sonate per violino e violoncello e per violino solo*, Padova 1970:

»Meine kleinen Sonaten für Violine allein, die ich dorthin [nach Berlin] schickte, haben einen Bass, [nur] weil es sich ziert. Besonderheiten, von denen ich Ihnen vorher noch nichts erwähnt habe. Ich spiele sie ohne Bass, und dies ist meine eigentliche Absicht.«

»Le piccole sonate mie a Violino solo mandate costà hanno il basso per cerimonia: particolarità, che non le scrissi. Io le suono senza bassetto, e questa è la mia vera intentione.«

[TARTINI 1750, *Lettera al Conte Francesco Algarotti*]³¹⁸



Abb. 58, Für mehr als einen Drittel der *Piccole Sonate* notierte Tartini keine Bassstimme. Entweder ließ er ein leeres Notensystem frei, damit die Bassstimme nachträglich gesetzt werden konnte, oder er sah ganz von der Platzaussparung für eine Bassstimme ab. Hier das *Andante cantabile* aus der Sonate XVI aus dem Manuskript Ms. 1888, S. 51 [Quelle: Facsimile, BRAINARD 1976.

© Mit freundlicher Genehmigung CARISCH The Music Sales Group].

Die 26 *Piccole Sonate* sind kurze Stücke, entweder für *violino solo* oder für *violino e basso* (Violoncello oder Cembalo).³¹⁹ Das Autograph Ms. 1888³²⁰ zeigt die Besonderheit auf, dass mehr als ein Drittel dieser Sonaten keine Bassbegleitung aufweisen. Manchmal ist nicht einmal Platz vorgesehen, dass eine Bassstimme noch nachträglich eingetragen werden könnte. Ein Großteil dieser Sonaten ist zweistimmig gesetzt und muss vom Geiger mit Doppelgriffen oder zwei Saiten simultan gespielt werden. Die Zweiklänge erzeugen einen *terzo suono* als ihren basso armonico. Tartini schien es in den *Piccole Sonate*

»Molto spesso infatti il basso è la risultante delle doppie corde del Violino secondo la sua teoria di acustica.«

³¹⁸ Abdruck des Originalbriefs und Abschrift des obigen Zitats in: Brainard (1976), S. 20f.

³¹⁹ Siehe Guglielmo (1970).

³²⁰ Aufbewahrt im Archivio Musicale der Basilica del Santo in Padova. Facsimile: Brainard (1976).

ein besonderes Anliegen gewesen zu sein, den basso armonico in seiner natürlichen Form wirken zu lassen. Ein Begleitinstrument ist nicht nötig, da es ohnehin – gemäß der Regel des basso armonico – den terzo suono mit echt gespielten Bassnoten doppeln müsste.

Der Bass ergab sich also naturgemäß aus der Disposition der Oberstimmen. Die *Piccole Sonate* mit ihren teilweise leeren oder nicht vorhandenen Basssystemen geben Hinweise auf Tartinis Kompositionsweise, die auf der Idee gründet, »von oben nach unten« zu komponieren. Ertuğrul Sevsay, Professor für Instrumentationslehre an der Musikuniversität in Wien, erläuterte, dass es zu Tartinis Zeiten zwei unterschiedliche Strömungen in der Kompositionstechnik gab: Die französische Schule folgte der Idee »von unten nach oben« zu komponieren, während die italienische Schule »von oben nach unten« dachte.³²¹ Bei Rameau beispielsweise ist die Melodie von der Abfolge der Verhältnisse zwischen den Fundamentalbässen abhängig.³²²

Unter dem Schlagwort »FONDAMENTAL; Basse fondamentale« in der *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers* bespricht Jean-Baptiste D’Alembert Tartinis System und erläutert, dass dieses klar definiere, welcher Bass zu zwei Oberstimmen dazugegeben werden müsse. Hat man nur eine einzelne Oberstimme aus Ausgangsmaterial, so ergäben sich zwei verschiedene Methoden, um den harmonischen Bass mit den Oberstimmen richtig zu setzen:

»Das Beispiel, das wir soeben besprochen haben, ergibt einen Bass, der aus zwei beliebigen Oberstimmen resultieren muss; aber es ergibt sich daraus nicht, zumindest nicht direkt, welchen [Bass] man einer einzelnen Oberstimme hinzufügen muss: Aber könnte man nicht einen Vorteil daraus ziehen, der zur Lösung dieses letzteren Problems führt? Zunächst folgt, so scheint es mir, aus dem Versuch, den wir soeben nachvollzogen haben, dass, wenn man eine zweite Oberstimme zu einem beliebigen Gesang dazukomponiert hat und wenn man den Bass gemäß den Regeln von M. Tartini

»L’expérience qu’on vient de voir, donne la basse qui doit résulter de deux dessus quelconques; mais elle ne donne pas, du-moins directement, celle qu’il faut joindre à un dessus seul: cependant ne pourroit-on pas en tirer quelque parti pour la solution de ce dernier problème ? Il s’ensuit d’abord, ce me semble, de l’expérience qu’on vient de rapporter, que si on a fait un second dessus à un chant quelconque, & que la basse jointe à ces deux dessus, suivant les regles de M. Tartini, produise un tout desagréable à l’oreille, c’est une marque évidente que le second dessus a été mal fait. Cela posé,

³²¹ Ertuğrul Sevsay, Juni 2011 (Wien), im Gespräch mit Angela Lohri, Thema: „Die Bedeutung der Kombinationstöne in der Instrumentationslehre“.

³²² Cavallini (1980), S. 121: »[...] l’autore [Rameau], pur sostenendo la dipendenza della melodia dalla successione di rapporti fra Bassi fondamentali [...]«

darunter fügt, und wenn dies ein dem Ohr unangenehmes Ganzes ergibt, so ist dies ein offensichtlicher Hinweis, dass die zweite Oberstimme schlecht gewählt wurde. Dies vorausgesetzt, wenn man eine beliebige erste Oberstimme komponiert hätte und man fügte dieser einen Bass hinzu, so muss dieser Bass notwendigerweise aufgrund der Regeln von M. Tartini eine zweite Oberstimme ergeben, die man zur ersten hinzufügen muss. Oder wenn die zweite Oberstimme nun so gemacht wurde und die drei Stimmen bilden zusammen ein unangenehmes Ganzes, so ist dies ein Hinweis, dass der Bass schlecht gewählt wurde.«

quand on aura fait un premier dessus quelconque, & qu'on lui aura donné une basse, cette basse doit nécessairement par les regles de M. Tartini, donner le second dessus, qu'il faut joindre au premier. Or ce second dessus étant ainsi fait, si les trois parties forment un ensemble desagréable, c'est une marque que la basse étoit mal faite.«

[D'ALEMBERT 1757, *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné*, S. 63]

Bei der zweiten Vorgehensweise, die D'Alembert hier vorschlägt, wird unter schlagen, dass es mehrere Möglichkeiten gibt, die zweite Oberstimme zu setzen. Er bedachte diese Möglichkeit vermutlich nicht. Käme die erste Oberstimme zum frei gewählten Bass beispielsweise im Verhältnis 2:5 zu liegen (wenn man sich auf Tartinis Formel von 1754 bezieht), könnte eine tiefere Oberstimme entsprechend der Proportionszahlen 3 oder 4 gesetzt werden. Wäre die zweite Oberstimme oberhalb der ersten gewünscht, so kämen die Zahlen 6, 7, 8, 9 etc. infrage. Es könnten also alle ganzen Zahlen außer 1, 2 und 5 in Betracht gezogen werden. Sollte »das Ganze« beim ersten Anlauf schlecht klingen, könnte man zunächst versuchen, die Oberstimme zu versetzen, bevor man den Bass als »schlecht gewählt« bezeichnen müsste.

Auch stellt D'Alembert fest, dass der *terzo suono* in Zusammenhang mit dem *basse fondamentale* stehe.³²³ Tartini kannte Rameaus Theorie des *basse fondamentale*.³²⁴ Tartini wie auch Rameau grenzen sich jedoch klar voneinander ab. Im Gegensatz zu Rameau und seinem musiktheoretischen Konstrukt *basse fondamentale* betont Tartini die physikalische Realität des *terzo suono* und dessen Unabhängigkeit vom menschlichen Ermessen.³²⁵ Der *basso armonico* sei tief in unserem musikalischen Empfinden verankert:

³²³ D'Alembert (1757), S. 62: »[...] entretenons ici nos lecteurs d'une belle expérience du célèbre M. Tartini, qui a rapport à la *basse fondamentale*.«

³²⁴ Tartini (1767), S. 2f.

³²⁵ Tartini (1754), S. 13.

»Man beobachtet überdies, dass es nicht selten vorkommt, Personen ohne musikalische Fachkenntnis zu sehen, die aber von Natur aus das Ohr haben, den Bass von einem Gesang über ihren Hörsinn zu finden, und diesen Gesang aus dem Stegreif zu begleiten. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass der diatonische Gesang einfach und natürlich sein muss, von der Skala ut, re, mi, etc. suggeriert vom Fundamentalbass.«

»Osserva in oltre non esser sì raro il vedersi persone spoglie di cognizione musicale, ma che hanno naturalmente orecchio, trovar da per se il basso di un canto da loro udito, e accompagnar esso canto all'improvviso. Tiene però, che il canto Diatonico si facile, e naturale della scala ut, re, mi, ec. sia suggerito dal basso fondamentale.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 110]

Und dieser basso fondamentale sei nichts anderes als der terzo suono:

»Mit absoluter Direktheit bestätigt der Autor, dass jedermann über das Gehör fähig ist, den Bass eines Gesangs oder eines Tones zu finden. Aus dem Stegreif und ohne musikalische Sachkenntnis wird er den darunter gehörigen Bass von ordentlichen Kadenz finden, welcher der gleiche ist wie der dritte Ton.«

»Con assoluta franchezza afferma l'autore, che chiunque per orecchio è abile a trovar il basso di un canto, o di un suono, troverà all'improvviso, e senza niuna musical cognizione il basso ivi sottoposto delle cadenze ordinate, ch'è lo stesso del terzo suono.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 111]

Tartinis basso armonico fondamentale kann als Alternativkonzept zu Rameaus basse fondamentale gesehen werden. Beide Konzepte stehen auf den Pfeilern physikalischer Gegebenheiten. Bei Rameau sind es die Obertöne, bei Tartini sind es der dritte Ton und die harmonische Reihe, die sich zwischen dem dritten Ton und den gespielten Tönen aufspannt. Dadurch lässt sich auch erklären, dass für Tartini der Zusatz *armonico* von zentraler Bedeutung war. Auch bei Rameau ist die Idee tragend, dass der Fundamentalbass aus dem Prinzip der Einheit erzeugt wird:

»2°. Aus den verschiedenen Distanzen, die sich zwischen diesem fundamentalen Ton und denjenigen, die er durch seine Teilung erzeugt, werden verschiedene Intervalle gebildet, von denen folglich der fundamentale Ton das Prinzip ist.«

(Übersetzung von Daniel Muzzulini)³²⁶

»2°. Des différentes distances qui se trouvent entre ce Son fondamental & ceux qu'il engendre par sa division, il se forment différents intervalles, dont par conséquent ce Son fondamental est le principe.«

[RAMEAU 1722, *Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels*, S. 5]

Durch das dogmatische Festhalten am Prinzip der Einheit ergeben sich sowohl bei Tartini als auch bei Rameau Probleme, die Mollharmonien durch den terzo suono bzw. den basse fondamentale zu erklären. In diesem Zusammenhang sei noch einmal daran erinnert, dass ein entscheidender Unterschied zwischen beiden Auffassungen darin liegt, dass ersterer durch Tartini als ein real erklingender Ton beschrieben wurde, letzterer aber Rameau grundsätzlich als theoretisches Konstrukt diente.³²⁷

Einige Textstellen aus Rameaus Werken hinterlassen dennoch einen zwiespältigen Eindruck auf die Frage hin, ob der Fundamentalbass eine reale Existenz als Ton hatte. Einerseits beschreibt Rameau den Fundamentalbass als »den einzigen Kompass des Ohres, diesen unsichtbaren Führer des Musikers, den ihn in seinen Produktionen immer angeleitet hat«, andererseits solle dies vor sich gehen, »ohne dass er es bemerkt«.³²⁸ In einem Brief an D'Alembert, in welchem er den 1757 in der *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers* erschienenen Artikel über den basse fondamentale kritisiert, nimmt Rameau auch Stellung zum Tartinischen Musiksystem und zum terzo suono:

³²⁶ Muzzulini (2004), S. 121.

³²⁷ Guanti (2004), S. 613: »[...] mentre per Rameau il basso fondamentale è, soprattutto, il basamento di un edificio gerarchico concettualmente articolato, per Tartini – più attento forse alla risonanza complessiva del corpo sonoro vibrante – esso è, piuttosto, una vera e propria *monade acustica*, abbracciante tutti gli armonici come, sul piano macrocosmico, abbraccia tutti gli esseri il suo sommo archetipo generatore: *l'anima mundi*.«

³²⁸ Jean-Philippe Rameau, *Génération Harmonique, ou Traité de Musique Théorique et Pratique*, Paris 1737, aus dem Vorwort (PRÉFACE): »[...] l'unique Boussole de l'Oreille, ce guide invisible du Musicien, qui l'a toujours conduit dans toutes ses productions, sans qu'il s'en soit encore aperçû [...].«

»Ich glaube fest, dass die Einbildung hierbei stärker ist als das Gehör. Dieser Autor [Tartini] hätte sich besser daran gehalten, was Herr Serre, den Sie zitieren, darüber gesagt hat; [...] es ist unmöglich, dass Produkte mehr Macht über ihren Zeugerton haben, als dieser über sie: auch konnte ich auf dem Instrument, trotz aller Vorkehrungen, die ich getroffen habe, lediglich den Fundamentalbass wahrnehmen, der von den verschiedenen Konsonanzen durch die Resonanz des Klangkörpers, einziger Erzeuger, produziert wird: sei es Quinte, Quarte, Duodezime, Terz, Sexte, Dezime oder zwei Oktaven plus die Terz, es ist alles Eins im vorliegenden Fall. Daher dienen die durch die beiden betreffenden Autoren gehörten Oktavunterschiede nur dazu, mehr und mehr die Äquivalenz der Oktaven zu beweisen. Ich erinnere mich, mehr als einmal im Ohr ein Brummen gehört zu haben, als zwei schöne Stimmen, von Frauen vor allem, eine große Terz in ihrer perfekten Reinheit zu Gehör brachten, es war sogar der Fundamentalbass, wenn ich mich nicht täusche. Aber was Sie vergessen, Herr, und was diese Autoren vielleicht nicht gesagt haben, ist, dass der Fundamentalbass nicht aus dem Instrument kommt, es ist ein reiner Effekt der Luft auf das Ohr (in gleicher Weise wie mit den Stimmen), der dort nur einen extrem schwachen Ton hören lässt: eine Zuständigkeit, die nur in das Ressort des Gehörs fallen kann, in Anbetracht dessen, dass im Instrument nichts außer den Tönen resoniert, die man ihm entlockt, wie es im vorliegenden Fall sein muss, da der Klangkörper seine Vielfachen in seine Unisoni teilt.«

»Je crois fort que l'imagination y a plus de part que l'oreille. Cet Auteur auroit bien pû s'en tenir à ce qu'en a dit Monsieur Serre, que vous citez; [...] qu'il étoit impossible que des produits eussent plus de puissance sur leur générateur, que celui ci sur eux: aussi n'ai-je jamais pû distinguer sur l'instrument, quelques précautions que j'aie prises, que la Basse Fondamentale des différentes consonnances produites par la résonance du Corps Sonore seul et unique générateur: que ce soit quinte, quarte, douzième, tierce, sixte, dixième ou dix-septième, c'est tout un dans le cas présent, d'où la différence entre les octaves entendues par les deux Auteurs en question ne sert qu'à prouver, de plus en plus, l'identité des octaves. Je me souviens d'avoir senti plus d'une fois dans l'oreille un bourdonnement, lorsque deux belles voix, de femmes surtout, faisoient entendre une tierce majeure dans sa parfaite justesse, même sa Basse Fondamentale si je ne me trompe; mais ce que vous oubliez, Monsieur et ce que ces mêmes Auteurs n'ont peut-être pas dit, c'est que la Basse Fondamentale ne sort point de l'instrument, c'est un pur effet de l'Air sur l'oreille (de même qu'avec les voix) qui n'y fait entendre qu'un son extrêmement frêle: prérogative qui peut bien n'être que du ressort de l'oreille, attendu que rien ne résonne dans l'instrument que les sons qu'on en tire, comme cela doit être dans le cas présent, puisque le Corps Sonore fait diviser ses multiples en ses unissons.«

[RAMEAU 1760, *Lettre à Monsieur d'Alembert*, S. 12]

Für den Diskurs basso armonico fondamentale versus basse fondamentale enthält dieser Text brisantes Material. Der Briefstil bereitet bei der Übersetzung jedoch Schwierigkeiten und lässt zuweilen Interpretationsmöglichkeiten offen. Zusammenfassend lassen sich aus dem Zitat folgende Schlüsse ziehen:

- Rameau kennt Tartinis (1754) und Serres (1753) Abhandlungen über den dritten Ton und ist sich bewusst, dass Serre den dritten Ton eine Oktave tiefer bestimmte als Tartini.
- Rameau widerstrebt der Gedanke, dass die Intervalltöne mehr »Macht« über ihren Zeugerton hätten, als dieser über das Intervall. Genau dieser Sachverhalt manifestiert sich aber im Phänomen des dritten Tons.
- Auch aus diesem Text wird nicht klar ersichtlich, ob Rameau den basse fondamentale als einen realen Ton hört oder nicht.
- Rameau spricht von einem »Brummen« (bourdonnement), das er bei der Darbietung einer Terz (gesungen in höherer Stimmlage) wahrnehmen konnte. Dieses Brummen erschien auf der gleichen Tonhöhe wie der basse fondamentale.
- Im letzten Drittel des Zitats spricht Rameau wohl immer noch über dieses Brummen, obwohl er als Ausdruck »basse fondamentale« verwendet (»la Basse Fondamentale ne sort point de l'instrument« etc.). Diese Verwendung ließe sich dadurch erklären, dass sich das Brummen in Rameaus Wahrnehmung auf gleicher Tonhöhe befand wie der basse fondamentale.
- Gemäß Rameau kann der basse fondamentale (hier eventuell auch als dritter Ton oder Brummen verstanden) nicht im Instrument entstehen. Es muss sich um einen Effekt der Luft auf das Gehör handeln.

In Anbetracht einiger entdeckter Parallelen zwischen Rameaus theoretisch gehaltenem basse fondamentale und Tartinis basso armonico fondamentale, der als terzo suono als echter Ton erklingt, mutet es seltsam an, dass Tartinis Theorie bei den Zeitgenossen nicht auf mehr Resonanz gestoßen ist. Die hier durchgeführte Analyse von Rameaus Texten ergab, dass sich Rameau nicht im Klaren war, ob der basse fondamentale ein real erklingender Ton ist oder nicht. Auf diese Thematik wird in der von mir konsultierten Sekundärliteratur zu Rameau nicht speziell eingegangen. Eine eingehendere Untersuchung wäre notwendig, um diese Frage detaillierter beantworten zu können.

6.4 Virtuell oder real?

Die Unklarheiten in Bezug auf den *basse fondamentale* in Verbindung mit der Frage, ob es sich dabei um einen real erklingenden oder einen virtuellen oder ideellen Ton handle, setzen sich auch in Diskursen der Akustik und Psychologie fort. Es können zwei paradox anmutende Sachverhalte festgestellt werden. (1) Zur Erklärung von Tonphänomenen, die in dieser Arbeit alle unter dem Begriff *Basiskombinationston* laufen, wird in Kreisen der Akustiker oft Rameaus *basse fondamentale* genannt, bei dem es sich laut konventionellen Definitionen nicht um eine tatsächliche Tonempfindung handelt. In dieser Hinsicht wäre es logischer, stattdessen auf Tartinis *terzo suono* Bezug zu nehmen. (2) Der bei den Akustikern beobachtete Ton wird mit Ausdrücken wie *Virtual Pitch* oder *Missing Fundamental* beschrieben. Diese Begriffe können den Anschein erwecken, dass es sich beim Basiskombinationston auch in der Wahrnehmung um einen nicht vorhandenen Ton handle. Dies ist aber nicht der Fall. Die Begriffe wurden lediglich so gewählt, um darauf hinzuweisen, dass bei der Anwendung bestimmter Messmethoden auf der betreffenden Schwingungsfrequenz keine Energie angezeigt wird. Aus wahrnehmungspsychologischer Perspektive bereiten die Ausdrücke *Virtual Pitch* und *Missing Fundamental* demnach Schwierigkeiten.

Für Terhardt entspricht die *Virtual Pitch* dem *Fundamentalbass* von Rameau.³²⁹ Richard Parncutt, welcher Terhardts Theorie weiterentwickelte, zieht den Vergleich zwischen dem Grundton eines Akkords (»root of a chord«) und Rameaus *Fundamentalbass*.³³⁰ Auch bei neurologischen Untersuchungen mit dem Hintergrund der Autokorrelationstheorie tendieren Forscher dazu, eher den Namen Rameaus als Tartinis zu nennen.³³¹

³²⁹ Ernst Terhardt, G. Stoll & M. Seewann, »Pitch of complex signals according to virtual-pitch theory: tests, examples, and predictions«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 71, 1981, S. 677.

³³⁰ Richard Parncutt, »Revision of Terhardt's psychoacoustical model of the root(s) of a musical chord«, in: *Music Perception*, Band 6, Heft 1, 1988, S. 65f.

³³¹ Tramo, Cariani & Delgutte (2001), S. 92: »For consonant intervals, the fine timing of auditory nerve fiber responses contains strong representations of harmonically related pitches implied by the interval (e.g., Rameau's fundamental bass) in addition to the pitches of notes actually present in the interval.« — op. cit., S. 98: »Rameau's concept of the »basse fondamentale [sic]« (fundamental bass) in his *Treatise on Harmony* is related to the missing F0 of a harmonic interval.« Siehe auch Martin Ebeling, »Neuronal periodicity detection as a basis for the perception of consonance: A mathematical model of tonal fusion«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 124, Heft 4, 2008, S. 2321.

Rameaus Fundamentalbass kann auch als »hinzugedachter« Ton verstanden werden,³³² als ein theoretisches Konstrukt, das »in dem Musikstück zwar präsent ist, aber nicht als klingend wahrnehmbare ›Stimme‹.«³³³

Terhardt hat viel dazu beigetragen, akustische Phänomene in die Musiktheorie und Musikpraxis zu übertragen.³³⁴ Die von ihm beschriebenen Akkordgrundtöne entsprechen der Tonhöhe des Basiskombinationstons und basieren auf dem Konzept der virtuellen Tonhöhe:

Die Akkordgrundtöne sind nicht lediglich ein theoretisches Hilfsmittel, sondern bewußt wahrnehmbare Hörempfindungen; sie sind der Virtuellen Tonhöhe wesensgleich. [...] Der Grundton eines Akkords ist nichts anderes als eine Virtuelle Tonhöhe des Klages, gebildet mit denselben auditiven Mechanismen und nach denselben Gesetzen wie die Tonhöhe einer einzelnen Stimme bzw. eines einzelnen musikalischen Tones.³³⁵

Der Ausdruck virtuelle Tonhöhe ist jedoch insofern problematisch, da »virtuell« in der Umgangssprache mit »nicht real« gleichgesetzt wird und in dieser Deutung in Verbindung mit Tonhöhe einen Widerspruch in sich darstellt. Aber selbst wenn »virtuell« in seiner differenzierteren Form als »nicht physisch« verwendet wird, ist der Begriff im Hinblick auf die Spektralanalyse (*Fourier Transformation*) nur dann passend, wenn damit ausgedrückt werden

³³² Terhardt (1982), S. 23: »Demzufolge ist der Grundton eines Akkords (*Basse fondamentale*) ein »hinzugedachter« Ton in Basslage, der in vielen Fällen mit der Unterstimme des Satzes, also der real gespielten Bassnote übereinstimmen, jedoch auch davon abweichen kann.«

³³³ Renate Groth, »Rameau, Jean-Philippe. 7. Theoretische Schriften«, in: *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 13 (Personenteil), Kassel u. a. 2005, Sp. 1242: »[...] die ›basse fondamentale‹ hingegen [im Gegensatz zur *basse continue*] ist die Folge der Akkordgrundtöne, die in dem Musikstück zwar präsent ist, aber nicht als klingend wahrnehmbare ›Stimme‹, sondern als eine verborgene Grundlage, die den Satz gleichwohl ›trägt und regelt.« Vgl. auch: Paul Hindemith, *A Composer's World*, Cambridge 1953, S. 95: »According to Rameau, tonal progressions are directed by the so-called *basse fondamentale*, which is a bass line that does not exist in actual sound but only in the composer's and listener's imagination, thus providing a mental basis for musical activity in place of a solely technical one.«

³³⁴ Llorenç Balsach, »Application of virtual pitch theory in music analysis«, in: *Journal of New Music Research*, Band 26, Heft 3, 1997, S. 245: »The concept of virtual pitch applied to chords has its origins in the historic concepts of ›basse fondamentale‹ (Rameau), the ›terzo suono‹ (Tartini) and Riemann's harmonic-functional theory, concepts which in the course of history have unjustly come to lose their meaning as the basis of harmony: they eventually became mixed with the rules of four voice harmony, bass continuo and the harmonic theory of grades. It was Terhardt himself who was to bring back the relationship between the concept of virtual pitch and the musical concept of root, thereby giving the latter an acoustic dimension it had not previously had.«

³³⁵ Terhardt (1982), erster Teil des Zitats S. 23, zweiter Teil S. 28.

soll, dass eine dieser Tonhöhe entsprechende Schallenergie spektral nicht vorhanden ist. Generell ist nicht einleuchtend, wie eine Tonhöhe virtuell sein und von einer »normalen« Tonhöhe unterschieden werden kann. Die Empfindung einer Tonhöhe muss mit der Empfindung eines Tones verbunden sein.³³⁶ Die Probleme rühren auch daher, dass »real« in der Wahrnehmungspsychologie und der physikalischen Akustik unterschiedlich definiert wird. Für einen Physiker ist das Messbare real, für einen Psychologen das, was in der Empfindung und der Kognition vorhanden ist. Die unterschiedlichen Perspektiven der Fachrichtungen bzw. die Unterscheidung zwischen einer äußeren und einer inneren Welt führen gezwungenermaßen zu solchen Kontroversen.

Die Bildung einer Tonhöhenempfindung ist nicht an das Auftreten eines Reizes auf dieser Frequenz gebunden.³³⁷ Besonders bei tiefen Tönen sind Instrumente oft zu klein, um die Grundschiwingung abzustrahlen. Trotzdem nimmt das menschliche Gehör auf dieser »nicht vorhandenen Frequenz« den Ton wahr.³³⁸ Die Grundtonhöhe als Empfindung und die Grundfrequenz als physikalischer Parameter sind grundsätzlich zwei verschiedene Kategorien.

Es wurde schon oft appelliert, bei der Erforschung von Tonhöhen »diejenigen Analysierverfahren aufzufinden, die den Schallempfindungen gerecht werden« und »die Information aus der Feinstruktur der nichtaufgelösten Schwingung« zu entnehmen, ohne Umweg über die Spektralanalyse oder ähnliche Methoden zu machen.³³⁹ Generell stellt sich die Frage, in welcher Form eine Information, die schlussendlich zu einem Kombinationston führt, bereits in der Mikrostruktur der Welle enthalten ist und wie sie sich auf dem Weg bis hin zur Tonwahrnehmung verändert. Sieht man von der Spektralanalyse ab, so ist der Basiskombinationston alles andere als virtuell; bei der Betrachtung der Wellenform ist seine Periodizität normalerweise mit bloßem Auge erkennbar (Abb. 59).

³³⁶ Vgl. Stumpf (1890), S. 51 und 64–67. Die beiden »Empfindungsmomente« Qualität (Tonhöhe) und Intensität sind nicht trennbar, obgleich sie im »Empfindungsganzen« als solche erkannt werden.

³³⁷ Plack & Oxenham (2005), S. 14. — Terhardt (1982), S. 27: »Von besonderer Bedeutung ist dabei, daß der »Schlagton« [bei einer Glocke] nicht etwa durch einen besonders starken Teilton des Klangspektrums vorgegeben und damit erklärbar ist. Vielmehr befindet sich im Spektrum bei der zugehörigen Frequenz überhaupt kein hörbarer Teilton.«

³³⁸ Schouten (1940a), S. 287.

³³⁹ Meyer (1954a). — Meyer (1954b). — Meyer (1954c). Erstes Zitat: Meyer-Eppler, Sendhoff & Rupprath (1959), S. 73. Zweites Zitat: Hesse (1972), S. 72.

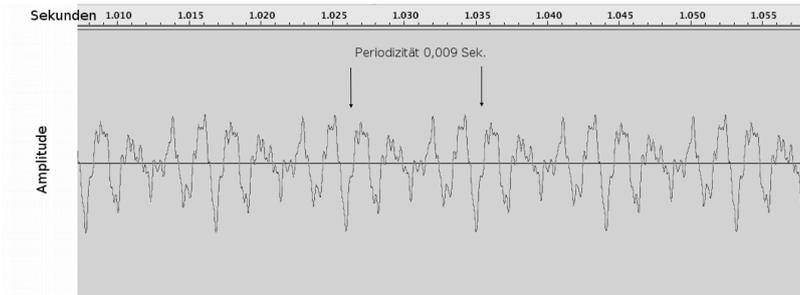


Abb. 59, Schallwelle eines Zweiklangs auf der Violine mit dem exakten Schwingungsverhältnis 4:5 mit der Grundschiwingung $a^1 = 440$ Hz (Periode 0,0023 Sekunden) und mit $cis^1 = 550$ Hz (Periode 0,00182 Sekunden). Die gemeinsame Periode entspricht der Dauer 0,009 Sekunden und ist mit bloßem Auge erkennbar. Dieser gemeinsamen Periode entspricht eine Tonhöhe, die in der Akustik oft als virtuelle Tonhöhe bezeichnet wird [Ausführung, Aufnahme und Darstellung mit Klangbearbeitungsprogramm Audacity: Angela Lohri].

Hesse zeigt in seinem Buch *Die Wahrnehmung von Tonhöhe und Klangfarbe als Problem der Hörtheorie* anschaulich auf, dass die Periodizität eines Klangsichals sich nicht ändert, wenn von den Harmonischen 1, 2, 3, 4, 5, 6 die Grundschiwingung 1 entfernt wird.³⁴⁰ Hesse erklärt:

Da nur die tatsächliche Wellenform für die Auslösung von Nervenimpulsen Bedeutung hat, sollte in Zukunft versucht werden, diese Mikrostruktur direkt zu beschreiben und nicht als Resultierende aus einer Anzahl von Sinuswellen mit gewissem Amplituden- und Phasenverhältnis. In diesem Sinne sprechen wir daher nicht mehr von Teilwellen, sondern von einer Trägerwelle, die in bestimmter Art moduliert ist.³⁴¹

Dass der Basiskombinationston zuweilen mit dem Wort *virtuell* in Verbindung gebracht wird, könnte darauf zurückzuführen sein, dass dieser Ton Hesse zufolge nicht immer als real erklingender Ton auftritt, sondern auch als »ideeller Grundton«³⁴² stets vorhanden ist:

³⁴⁰ Hesse (1972), S. 100.

³⁴¹ op. cit., S. 135.

³⁴² Hesse (1989), S. 65.

Mit diesem Ausdruck [ideeller Grundton] ist gemeint, daß der Intervallgrundton der Idee nach stets vorhanden ist, nämlich als ein der Proportionszahl 1 entsprechender Ton. Als real erklingender Residualton wird er aber nur dann wahrgenommen [...], wenn die der Proportionszahl 1 entsprechende absolute Frequenz oberhalb der Verschmelzungsgrenze liegt.³⁴³

Diese Ambivalenz des Intervallgrundtons spiegelt sich auch in der Kontroverse zwischen Rameaus und Tartinis Konzept des Fundamentalbasses wider. Bei Rameau handelte es sich grundsätzlich um einen theoretischen, errechneten Basston, bei Tartini um einen real erklingenden Basston (*terzo suono*).

6.5 Neuronale Erklärungen

In der Akustik werden Untersuchung – und dementsprechend die Modellrechnungen³⁴⁴ – oft auf zwei Sinustöne als Stimuli beschränkt. Die tatsächlichen Sachverhalte sind jedoch komplexer, als es die Berechnungen anhand zweier Sinustöne nahelegen. (1) Es handelt sich normalerweise um komplexe Klänge (menschliche Stimme, musikalische Klänge, natürliche Laute). Deren Obertöne agieren untereinander, wodurch eine viel größere Anzahl von Kombinationstönen entsteht, als die Berechnung zweier Sinustöne ergeben würde. (2) In der Praxis zeigen sich in der wahrgenommenen Stärke von Kombinationstönen interindividuelle Unterschiede. Dazu kommen äußere Faktoren wie die Abstrahlung des Signals, die Nähe des Ohrs zur Schallquelle, raumakustische Bedingungen usw., welche die wahrgenommene Stärke der Kombinationstöne beeinflussen. Ich konnte beispielsweise beobachten, dass bereits Auf- und Abstrich auf einer Geige andere Kombinationstöne erklingen lassen. Auch spielt die Nähe und die Position des linken Ohres zum Korpus eine entscheidende Rolle. Kombinationstöne, die vom Geiger klar und deutlich wahrgenommen werden (aufgrund der Nähe zum Instrument), sind unter Umständen in einigen Metern Entfernung für eine weitere Person unhörbar. Ergebnisse aus der Akustik lassen meist keine Rückschlüsse auf die Bedeutung der Kombinationstöne in der Musikpraxis zu. Es wäre wünschenswert, Kombinationstöne verstärkt in praktischen Kontexten zu untersuchen und ihre musikalische Relevanz zu erforschen.

Selbst bei reproduzierbaren Sinustonversuchen mit optimalen Beobachtungsbedingungen zeigte sich in den letzten 50 Jahren, dass die Nichtlinearitätstheorie in vielen Fällen nicht ausreicht, um die Stärke einiger im Hörsystem gebildeter Kombinationstöne zu erklären (vgl. 1.2.4). Gleichzeitig ent-

³⁴³ op. cit., S. 74.

³⁴⁴ Hartmann (2005), vgl. Kapitel 22, *Nonlinear Distortion*.

standen neue Modelle für die Entstehung der Tonhöhe, die deren Ursprung auch in den Hörbahnen des Gehirns erklären können.³⁴⁵ Diesen Theorien zufolge müssen Kombinationstöne nicht ausschließlich ein Produkt der Nichtlinearität des Gehörs sein, sondern können auch auf neuronaler Ebene entstehen. Vor allem der Mechanismus der Residualtonbildung sowie otoakustische Emissionen³⁴⁶ kommen als Ursache für zusätzlich entstehende Tonhöhen infrage. Beide Modelle beschreiben neuronale Abläufe in der Klangverarbeitung, die nicht willentlich gesteuert werden können; vielmehr sind es automatische Vorgänge, die bei der alltäglichen Verarbeitung von Klangsignalen ablaufen.

Ein anderer Hinweis auf die mögliche Entstehung »neuronaler Kombinations-töne« sind die Versuchsergebnisse von Reinecke. Bei binauraler Darbietung zweier Sinustöne konnten die Versuchspersonen nebst den beiden Primärtönen zusätzliche Tonhöhen wahrnehmen. Da Kombinationstöne als Nichtlinearitätsprodukte aber nur bei diotischer Darbietung entstehen können, müssen Reineckes »Binauraltöne« oder »binaurale Klangerscheinungen« neuronalen Ursprungs sein.³⁴⁷ Die binaurale Darbietung ist eine Laborsituation, die geschaffen wurde, um die Funktion des Gehörs zu verstehen, die in der Musikpraxis so nicht anzutreffen ist. Reineckes Versuche zeigen, dass zusätzliche Tonhöhereindrücke selbst unter diesen Laborbedingungen auftreten können.

³⁴⁵ Egbert (de) Boer, *On the »Residue« in hearing* [Dissertation], Universität von Amsterdam, Amsterdam 1956. — Gerald Langner, »Temporal Processing of Pitch in the Auditory System«, in: *Journal of New Music Research*, Band 26, Heft 2, 1997, S. 127. — Langner (2007).

³⁴⁶ Fastl & Zwicker (2007), vgl. *Otoacoustic Emissions* S. 35ff.; Moore (2012), S. 35–37.

³⁴⁷ Hans-Peter Reinecke, »Über die Eigengesetzlichkeit des musikalischen Hörens und die Grenzen der naturwissenschaftlichen Akustik«, in: *Die Natur der Musik als Problem der Wissenschaft*, hrsg. von Walter Wiora, Kassel, Basel 1962b. — Reinecke (1964), S. 38: »Manchen Versuchspersonen schien es, als entstünden Kombinationstöne, andere vermuteten eine dritte Primärfrequenz.« Anmerkung: Die Kombinationstonbildung wird in akustischen Experimenten meist anhand zweier Stimuli untersucht (Zweiklang). Möchte man Phänomene untersuchen, die unabhängig von der Nichtlinearität der Basilarmembran auftreten, bieten sich sogenannte Binauralversuche an. Die binaurale Darbietung wird unter anderem eingesetzt, um die Kombinationstonbildung auf der Basilarmembran zu verhindern. Beim Einsetzen dieser Methode muss jedoch berücksichtigt werden, dass die Schwingungen unter Umständen über die Knochenleitung dennoch zum anderen Ohr gelangen können. *Diotisch*: Die gleichen Stimuli werden auf beide Ohren gegeben. *Dichotisch* (binaural, getrennthörig): Verschiedene Stimuli werden auf die Ohren gegeben. Je ein Stimulus auf ein Ohr, z. B. via Kopfhörer. Vgl. Yost (2007), S. 184 und Moore (2012), S. 246.

Bemerkenswert ist, dass selbst Helmholtz – als Verfechter der Ortstheorie³⁴⁸ – die Möglichkeit nicht ausschließt, dass die Entstehung der Kombinationstöne mit den Periodizitäten im Signal zusammenhängen könnte und somit die zeitliche Verarbeitung eine Rolle spielt. In seinem Aufsatz *Ueber Combinationstöne* (1856) beschreibt Helmholtz mit einer gewissen Zurückhaltung, dass August Seebecks³⁴⁹ Hörtheorie eine alternative Erklärung für die Kombinationstöne bereithalte:

Nehmen wir aber wie Seebeck an, dass dem einfachsten Tone viele verschiedene Formen der Luftbewegungen entsprechen könnten, so würde es ganz unbestimmt bleiben, in welche Glieder das Ohr die durch zwei Töne erzeugte periodische Luftbewegung zerlegen [sic]. Bei einer solchen unbestimmten Annahme würde also wohl die allgemeine Möglichkeit offen gehalten werden, dass das Ohr Combinationstöne hörte, deren Schwingungszahlen dem gemeinschaftlichen Maaße der Schwingungszahlen der primären Töne gleich, oder ein Multiplum derselben wäre, indessen würde doch immer noch die Ursache zu finden seyn, welche das Ohr bestimmte, diesen oder jenen Ton wirklich zu hören.³⁵⁰

Die von Helmholtz hier angedeutete alternative Theorie beschreibt Kombinationstöne, »deren Schwingungszahlen dem gemeinschaftlichen Maaße der Schwingungszahlen der primären Töne gleich oder ein Multiplum derselben wäre«. Dies ist nichts anderes als die mathematische Beschreibung der Kombinationstonreihe (vgl. Abschnitt 2.3). Auch steht Helmholtz' Aussage in keinem Widerspruch zur modernen Autokorrelationstheorie.

Wie Tonhöhen in einzelnen Fällen entstehen und welche Faktoren dabei eine Rolle spielen, ist in der Akustik nach wie vor ein zentrales Forschungsgebiet.³⁵¹ Noch konnte kein Modell gefunden werden, das den Basiskombinationston umfassend erklären könnte. Dafür kommen sowohl Modelle in Frage, die im Frequenzbereich argumentieren (Pattern-Recognition-Modell³⁵²: An-

³⁴⁸ Die Ortstheorie besagt, dass der Tonhöhen Eindruck von der Stärke einzelner Teiltöne abhängt. Die Information zur Tonhöhe erfolgt aufgrund der örtlichen Verarbeitung auf der Basilarmembran.

³⁴⁹ August Seebeck (1805–1849) war deutscher Physiker und Mathematiker und Pionier auf dem Gebiet der Akustik. Er definierte das Wesen des Tons als »die periodische Wiederkehr eines gleichen oder ähnlichen Bewegungszustandes«. Siehe: August Seebeck, »Über die Definition eines Tons«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 63, 1844, S. 368. Diese Definition war bahnbrechend und war verantwortlich für die Kontroverse zwischen Ohm und Seebeck, die in der Literatur ausgiebig diskutiert wurde. Vgl. Muzzolini (2004), S. 187ff.

³⁵⁰ Helmholtz (1856), S. 528f.

³⁵¹ Lopez-Poveda, Palmer & Meddis (2010).

³⁵² Goldstein (1973). — Frederic L. Wightman, »The pattern-transformation model of pitch«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 54, Heft 2, 1973.

satz Ohm), als auch Modelle, die im Zeitbereich argumentieren (Periodicity-Pitch-Modell³⁵³ und Autokorrelationsmodell³⁵⁴: Ansatz Seebeck).

Yvonne Bastians Magisterarbeit *Die Wahrnehmung mehrerer Residualtöne bei Obertonreihen über harmonischen und nichtharmonischen Tonkombinationen*³⁵⁵ ist eine der wenigen experimentellen Untersuchungen zur Residualtonbildung an Zweiklängen, die von einem Musikinstrument erzeugt wurden. Zwar wurden die für den Hörtest verwendeten Zweiklänge bearbeitet, doch die Fragestellungen in Bastians Arbeit orientieren sich an der Musikpraxis, was ihre Untersuchung auszeichnet. Als Material dienten aufgenommene Töne einer Bassblockflöte, von denen der 2., 3. und 4. Teilton behalten wurde, der Rest der Teiltöne wurde mit einem FFT-Filter entfernt. Weshalb Bastian für das Experiment temperierte Intervalle verwendete, die in der Regel weniger klare Residualtöne erzeugen als exakte Schwingungsverhältnisse und auf welche Methode sie zurückgriff, um Nichtlinearitätsphänomene (Ohrobertöne und Kombinationstöne) von Residualtönen zu unterscheiden, konnte ich nicht nachvollziehen. Dass Bastian »mehrere Residualtöne« bei Tonkombinationen feststellt, trifft aber genau den Kern der Fragestellung, die in der vorliegenden Arbeit diskutiert wird: Offenbar können auch bei Zweiklängen (aus komplexen Tönen) mehrere simultane Residualtöne entstehen. Daraus ergeben sich weitere Fragen, etwa danach, ob auch Intervalle mit exakten ganzzahligen Schwingungsverhältnissen mehrere simultane Residualtöne erzeugen, wie Residualtöne, die von Musikinstrumenten erzeugt wurden, von Kombinationstönen unterschieden werden können und welchem dieser beiden Phänomene in der Musikpraxis eine größere Bedeutung beigemessen werden muss.

³⁵³ Joseph Carl Robnett Licklider, »A Duplex Theory of Pitch Perception«, in: *Experimenta*, Band VII, Heft 4, 1951. — Schouten (1940a), siehe auch: Reuter (1996), S. 22.

³⁵⁴ L. G. Kraft, »Correlation Function Analysis«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 22, Heft 6, 1950. — Gerald Langner, »Evidence for neuronal periodicity detection in the auditory system of the guinea fowl: implications for pitch analysis in the time domain«, in: *Experimental Brain Research*, Band 52, 1983. — Langner (1997). — Ebeling (2007), S. 150f. — Yvonne Bastian, *Die Wahrnehmung mehrerer Residualtöne bei Obertonreihen über harmonischen und nichtharmonischen Tonkombinationen* [Magisterarbeit], Universität zu Köln 2002. Bastian erklärt zur Funktionsweise des Autokorrelationsmechanismus in den Hörbahnen (S. 33): »Ist diese Verzögerung gleich der Signalperiode, dann trifft die verzögerte Reaktion zusammen mit der nicht verzögerten Reaktion ein und das Koinzidenzneuron kann reagieren. Dies erklärt die Selektivität des Koinzidenzneurons für eine bestimmte Signalperiode oder Tonhöhe.«, S. 34: »Es liegt in der Natur von Korrelationsmechanismen nicht nur auf eine Grundperiode, sondern auch auf Vielfache davon anzusprechen. Aus diesem Grund reagieren Neuronen im Colliculus inferior häufig auf Signale, die in harmonischer Beziehung zueinander stehen.«

³⁵⁵ Bastian (2002), S. 5–35.

Einzelne Modelle für die Entstehung von Tonhöhen im Zusammenhang mit den Kombinationstönen im Detail zu besprechen, würde in dieser Arbeit zu weit führen. Entwicklungsgeschichtlich ist dennoch bemerkenswert, dass zwischen den ersten Koinzidenzmodellen des 17. Jahrhunderts, Seebecks Theorie Mitte des 19. Jahrhunderts und modernen Auffassungen Parallelen festzustellen sind: Periodizitäten im Klangsignal sind für die Entstehung von Tonhöhenempfindungen entscheidend.

Mathematisch-harmonikale Darstellungen von Nervenimpulsmustern, wie sie im Abschnitt 4.5 vorgestellt wurden, waren primär nicht für die Veranschaulichung des Basiskombinationstons gedacht, es stellte sich aber heraus, dass dieser auch dort buchstäblich ins Auge sticht. Die Darstellungen entstanden in einer Computersimulation auf Basis des Mikrorhythmenmodells von Hesse.³⁵⁶ Sie repräsentieren Nervenimpulsmuster ausgelöst durch zwei einzelne Klänge (grün und rot) mit Einbezug von je zehn Obertönen. Unterhalb in weiß ist das Nervenimpulsmuster abgebildet, welches entsteht, wenn beide Töne gleichzeitig, also als Zweiklang gespielt werden.

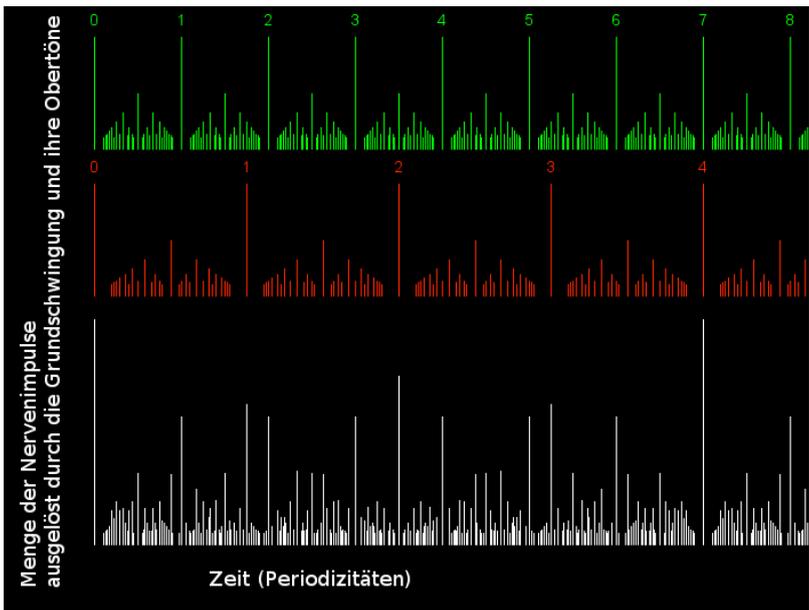


Abb. 60, Mathematische Darstellung eines Nervenimpulsmusters abgeleitet vom Intervall 4:7.

³⁵⁶ Die Computersimulation programmierte Reell mit der OpenSource Software Processing, <<http://www.processing.org>>.

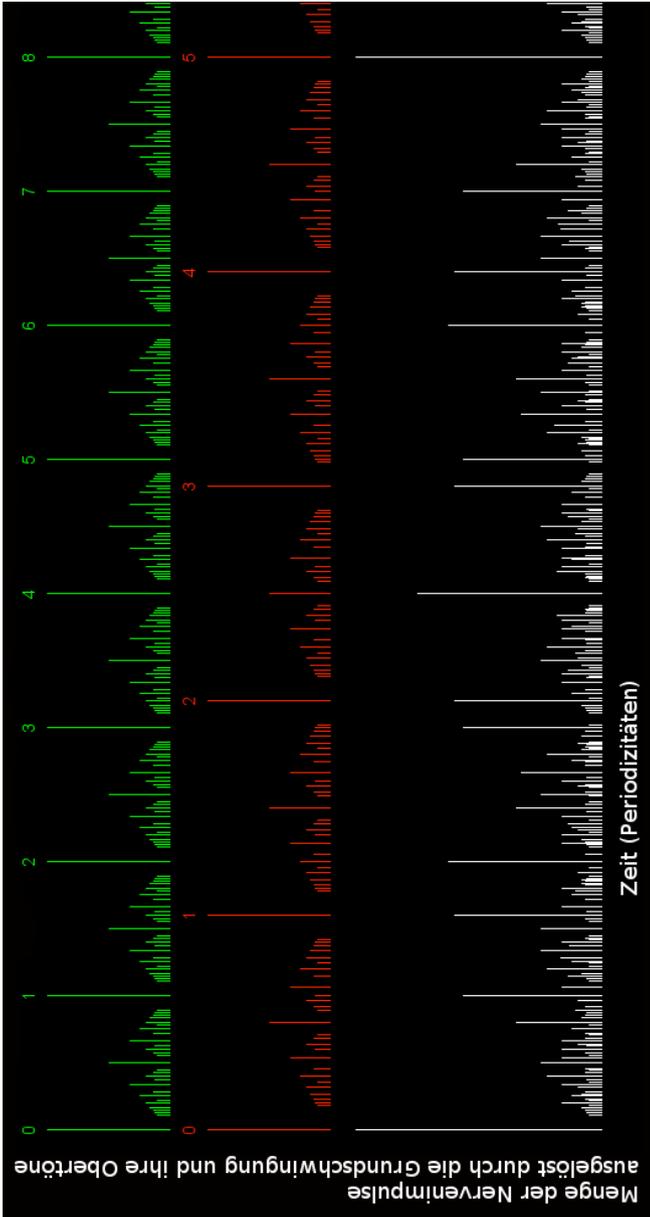


Abb. 61, Lohri-Kell: Mathematische Darstellung eines Nervenimpulsusters abgeleitet vom Intervall 5:8. Grün und rot die Nervenimpulsmuster der beiden Töne im separaten Zustand; unterhalb die Additon der Muster (Zweckklang). Die eingetragenen Zahlen bezeichnen die Grundperioden des jeweiligen Tons.

Die x-Achse entspricht einer Zeitachse, auf der Nervenimpulse auftreten. Die y-Achse zeigt die Häufigkeit an Impulsen zum jeweiligen Zeitpunkt auf. Die Höhe der Striche ist also in gewisser Weise ein Indikator für die Möglichkeit der Entstehung einer Tonempfindung. Auch wenn in der Grafik die Ortsinformation nicht als zusätzliche Dimension berücksichtigt wird, beruht dieses Modell dennoch auf der Vorstellung, dass die Basilarmembran die Schallinformation so transformiert, dass Teilschwingungen spezifische Stellen der Membran reizen und dadurch Nervenimpulse auslösen, welche Vielfachen der beiden Grundfrequenzen entsprechen. Die Autokorrelationstheorie besagt, dass auch Nervenimpulse ausgelöst werden können, deren Frequenzen in Umsetzungsverhältnissen zu den Grundfrequenzen stehen können. Außerdem werden die Perioden der Umsetzungsverhältnisse in den Abbildungen sichtbar. Was in Abb. 60 und Abb. 61 auffällt, ist eine Art Vakuum, welches unmittelbar neben den senkrechten Strichen der Grundperiode auftritt. Dass die Impulse der Grundperiode isoliert stehen und quasi freigelegt sind, könnte mitunter ein Grund für ihre Dominanz in der Tonhöhenempfindung sein. Wie und ob dieses Vakuum in der Hörwahrnehmung bedeutend ist, müsste man neurologisch untersuchen. Mathematisch lässt sich diese Eigenschaft der Nervenimpulse von Tönen mit harmonischen Obertonkomponenten durch die Koinzidenzgleichung³⁵⁷ beschreiben. Je mehr Obertöne dazugegeben werden, desto ausgeprägter wird die Struktur dieser Berglandschaft. Dies zeigt sich als Parallele zur allgemeinen Beobachtung, dass die Klarheit der Tonhöhenempfindung mit der Anzahl beteiligter Obertöne ansteigt.³⁵⁸

Die obigen Darstellungen visualisieren die mathematische Essenz der Nervenimpulsmuster. Es ist naheliegend, dass diese auch in der neuronalen Klangverarbeitung eine wichtige Rolle spielt. Aufgrund des Berechnungsalgorithmus entstehen die gleichen Muster wie bei der Interspike-Intervall-Verteilung von Autokorrelationsfunktionen.³⁵⁹ Der Basiskombinationston ist im Nervenimpulsmuster codiert, das sich aus dem Zusammenklang ergibt und hier weiß dargestellt ist. In Abb. 60 entspricht seine Periodizität der siebenfachen Periodendauer des höheren bzw. der vierfachen des tieferen Tons.

³⁵⁷ Ebeling (2007), S. 125f.

³⁵⁸ Siehe z. B. Plack & Oxenham (2005), S. 27: »[...] it is generally accepted that more components produce a stronger, or more salient, pitch.«

³⁵⁹ Ebeling (2007), S. 72–79.

6.6 Erster gemeinsamer Unterton

Für die Erklärung des Basiskombinationstons integrieren Riemann, Abbado und Terhardt Untertöne in ihre Theorien. Riemann und Abbado nehmen dabei physikalisch existente Untertöne an, Terhardt verwendet sie als theoretisches Hilfskonstrukt.

Hugo Riemann bezeichnet den Basiskombinationston als »Hauptcombinationston« oder »Divisionston«, der gleichzeitig auch »erster gemeinsamer Unterton« der beiden Intervalltöne ist.³⁶⁰ Der Hauptkombinationston sei die Entsprechung von Tartinis *terzo suono*.³⁶¹ Zusätzlich zum Hauptkombinationston entstünden »Combinationstöne der Obertöne oder – Obertöne des Combinationstones«. Diese Beschreibung deckt sich mit dem Konzept der Kombinationstonreihe. Nach Riemanns Theorie gäbe es auch weitere »gemeinsame Untertöne«, also Kombinationstöne *unterhalb* des Basiskombinationstones, die als Untertonreihe aufträten. Aufgrund des Klangprinzips der Einheit verschmelzen laut Riemann solche noch tieferen Töne jedoch mit der Einheit und seien nicht einzeln wahrnehmbar.³⁶² Es ist beachtenswert, wie weit Riemann seine Theorie mit detaillierten eigenen Beobachtungen untermauern konnte. Dabei unterstreicht er, dass er den Basiskombinationston auch bei Intervallen, welche nicht nebeneinander liegenden Tönen der Reihe entsprechen, als stärksten Kombinationston wahrnimmt. Mit dieser Beobachtung distanziert er sich von Helmholtz' Meinung, dass der Differenzton $f_1 - f_2$ der stärkste sei.³⁶³

Auch Abbados Erklärung für den *terzo suono* ist die Koinzidenz von Untertönen.³⁶⁴ Am Istituto di Fisica tecnica del Politecnico di Milano führte er in Zusammenarbeit mit Nello Morresi Experimente durch, bei denen mit einer Messapparatur Untertöne herausgefiltert und hörbar gemacht werden konn-

³⁶⁰ Riemann (1875), S. 214: »So ist nun allgemein der erste gemeinsame Unterton (Combinationston) die relative Einheit der Schwingungszahlen, der erste gemeinsame Oberton (phonische Oberton) dagegen die relative Einheit der Schallwellenlängen der Intervalltöne. Man könnte diese beiden eigentlich so zu nennenden Combinationstöne zum Unterschied von Helmholtz Differenztönen und Summationstönen vielmehr als Divisions- und Multiplicationstöne bezeichnen, da nämlich in Hinsicht der Schwingungszahlen der tonische Grundton immer der größte gemeinsame Divisor und der phonische Oberton immer der kleinste gemeinsame Dividendus ist.«

³⁶¹ op. cit., S. 205. Riemann bezieht sich hier auf Tartinis Formel von 1767, denn er kannte sowohl den *Trattato* als auch *De'principj* und weist darauf hin, dass Tartini im *Trattato* »die relative Tonhöhe der Combinationstöne irrig bestimmte« (S. 215).

³⁶² op. cit., S. 214.

³⁶³ op. cit., S. 206.

³⁶⁴ Abbado (1970), S. 125: »[...] le armoniche inferiori [...] sono una realtà che accompagna ogni suono [...]«; S. 128: »La prima di tali armoniche in comune è il terzo suono.«

ten.³⁶⁵ Abbado nahm die Untertöne als physikalisch messbar an. Leider sind in den zitierten Artikeln keine Messergebnisse angeführt. Die Entstehung eines *terzo suono* aufgrund koinzidierender Untertöne ist auf Basis des heutigen akustischen Wissens jedoch nicht haltbar. Für den *quarto suono* stellt Abbado keine physikalische Erklärung vor.

Um die virtuellen Tonhöhen von Akkorden zu bestimmen, verwendet Terhardt einen Algorithmus, der auf theoretisch existierende Untertöne zurückgreift. Mit diesem Verfahren (subharmonische Koinzidenzdetektion) können Akkordgrundtöne bestimmt werden.³⁶⁶ (Für Zweiklänge ergibt sich ein virtueller Grundton, der dem Basiskombinationston entspricht.) Ausgehend von jedem Teilton des Klangs bildet Terhardt 10 Subharmonische und untersucht diese auf Koinzidenzen mit den Subharmonischen der anderen Teiltöne. Wo Koinzidenzen auftreten, können virtuelle Tonhöhen entstehen. Dabei kann der Fall eintreten, dass sich bei gewissen Akkorden mehrere virtuelle Tonhöhen aus der Rechnung ergeben. Hier soll der »Koinzidenzgrad« der jeweiligen virtuellen Tonhöhen entscheiden, welcher dieser Töne schlussendlich im Höreindruck dominiert.³⁶⁷ Bei Terhardts Subharmonischen handelt es sich also nicht um physikalisch messbare Schwingungen, sondern um eine Information, die erst im Gehirn dekodiert werden kann und letztlich in der Empfindung einer Tonhöhe resultiert.

6.7 Fazit zu den Untersuchungen zum Basiskombinationston

Dieses Kapitel widmete sich der interdisziplinären Untersuchung des Basiskombinationstons. Dieser Ton entspricht dem von Tartini 1767 beschriebenen *terzo suono*. Einerseits wurden mögliche Erklärungen für Tartinis Fokussierung auf nur diesen einen Ton gefunden, andererseits konnte festgestellt werden, dass der Basiskombinationston tatsächlich in unterschiedlichster Hinsicht einen speziellen Stellenwert einnimmt (musiktheoretisch, theoriegeschichtlich, in der Qualität der Wahrnehmung wie auch neurophysiologisch).

³⁶⁵ Michelangelo Abbado, »Sull'esistenza dei suoni armonici inferiori«, in: *Acta musicologica*, Band XXXVI, 1964, S. 236: »[...] registrando il *sol*₂ su anello, col registratore magnetico Ampex, e filtrandolo con l'analizzatore a terzi d'ottava e a banda stretta della Brüel & Kjoer di Copenaghen, si è ottenuta, contemporaneamente all'accordo di nona sulla dominante di *do* prodotto dalla serie degli armonici superiori, una serie simmetrica di sei suoni inferiori, corrispondenti all'accordo perfetto di tonica di *do* minore.«

³⁶⁶ Terhardt (1982), S. 37.

³⁶⁷ op. cit., S. 41.

7 Kombinationstöne im Violinspiel

Um den praktischen Sinn und Zweck dieser Forschungsarbeit zu verdeutlichen, wurde dieses Kapitel praxisrelevanten Fragen gewidmet, die im Violinspiel auftreten. Es wird gezeigt, wie hier über die Feinheit des Hörsinns geforscht werden kann. Durch die Analyse eigener und fremder Wahrnehmungen wird eine Bestandsaufnahme durchgeführt, wie sich Theorie und Praxis zueinander verhalten. Auch hier spannt sich der Bogen von Tartinis Methoden bis hin zu heutigen Anschauungen.

7.1 Instrumentale Realisierung der syntonischen Skala mit Kombinationstönen

Für Tartini sind die praktischen Aspekte des *terzo suono* gleichermaßen bedeutungsvoll wie die theoretischen und philosophischen:

»Wenn ich auf meiner Geige Doppelgriffe spiele, kann ich die Form des Intervalls physikalisch erfahren. Beweis und physikalisches Zeichen dafür ist der dritte Ton, welcher auftreten muss. So haben ich und meine Schüler den Vorteil einer sicheren Intonation und folglich den Vorteil der Anwendung der oben genannten [syntonisch-diatonischen] Skala in Präzision von Verhältnissen.«

»Io nel mio violino, dove suonando a doppia corda posso incontrar fisicamente la forma dell'intervallo, di cui è segno fisico dimostrativo il tal terzo suono, che deve risultare, ho il vantaggio per me, e per i miei scolari della sicura intonazione, e in conseguenza dell'uso reale della scala suddetta in precisione di ragioni.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 100]

Tartini hält fest, dass die syntonisch-diatonische Skala (*scala diatonica sintona*³⁶⁸) durch ihre einfachen und präzise festgelegten Schwingungsverhältnisse den Vorteil bietet, sich über das Gehör realisieren zu lassen.

»Es ist physikalisch sicher, dass das durchschnittlich musikalische Ohr es schafft, die Intonation aller Tonkombinationen, die im diatonischen Geschlecht vorkommen, klar zu unterscheiden.«

»E'fisicamente certo, che il comune udito musicale arriva a distinguer chiaramente la sua intonazione in tutte le combinazioni di due suoni del Diatonico genere.«

[TARTINI 1767, *De'principi*, S. 5]

³⁶⁸ Tartini (1754), S. 77 und 99.

Hindemith vergleicht diese Technik – Intervalle durch die Kombinationstöne exakt auszumessen – mit einem geometrischen Verfahren:

Sie [die Kombinationstöne] sind der trigonometrische Punkt außerhalb des klingenden Intervalls, mit dessen Hilfe das Ohr eine Art Dreiecksmessung vollzieht und dadurch ein Urteil über den Reinheitsgrad des Intervalls erhält.³⁶⁹

Che questa scala fia la comune in precisione di ragioni, si dimostra. Siano.

Dunque farà la scala.

tuono mag. tuono min. Semit. mag. tuono mag. tuono min. tuono mag. Semit. mag.

180 160 144 135 120 108 96 90

Abb. 62, »la scala diatonica sintona«³⁷⁰, hier in C-Dur [Quelle: TARTINI 1754, S. 99].

Tartinis Beispiel (Abb. 62) zeigt die syntonisch-diatonische Skala in der Grundtonart C-Dur. Diesen Bereich (c bis c') wählt Tartini wohl aus theoretischen Gründen.

Für eine praktische Umsetzung auf der Violine muss die Skala höher angesetzt werden. Als Grundton eignen sich besonders die leeren Saiten. Zugunsten der Hörbarkeit der dritten Töne empfiehlt es sich, das folgende Prozedere von der leeren E- oder A-Saite aus durchzuführen. Die Töne fallen so in einen günstigen Hörbereich. Es sei im Folgenden die Vorgehensweise für die A-Saite ausgeführt, die sich jedoch analog auf der E-Saite realisieren ließe: Alle vier Saiten sollten in Quinten 2:3 (rein) gestimmt sein. Als Referenzton (Tonika) wird die leere A-Saite gewählt. Dann gleitet man mit einem Finger entlang der D-Saite und vergleicht diesen Ton auf der D-Saite durch Anstreichen beider Saiten mit dem Referenzton (leere A-Saite), bis sie einen Einklang a'a' bilden. Wenn das Intervall 1:1 einen stabilen, vollen und resonierenden Klang produziert und keine Schwebungen aufweist, so ist die Tonika auf der D-Saite etabliert. Nun kann zum nächsten Ton der Skala übergegangen werden, indem mit dem Finger langsam nach oben glissiert wird, wäh-

³⁶⁹ Hindemith (1940), S. 81.

³⁷⁰ Tartini (1767), S. 77: »Questa è in effetto la scala diatonica sintona di Tolomeo ultimo de' Greci deduttori, il quale con questa corrette i notati difetti delle scale anteriormente, e variamente dedotte.«

rend beide Saiten gleichzeitig angestrichen werden (siehe Abb. 64). Wenn der Tonschritt 8:9 ungefähr erreicht ist, legt man den Fokus auf das Heraushören von Kombinationstönen. Für dieses Intervall sollte der tiefste Kombinationston in der harmonischen Proportion 1:8 (drei Oktaven) unterhalb a' erscheinen. Wenn dieser Kombinationston nicht wahrnehmbar, schwach oder leicht verstimmt ist, verfeinert man die Stimmung, indem man den Finger auf der D-Saite minimal auf und ab bewegt. Ein sehr tiefer Basiskombinationston ist im Allgemeinen schwierig wahrzunehmen. In einem solchen Fall empfiehlt es sich, höherliegende Kombinationstöne als Orientierungshilfe zu wählen. Man sollte berücksichtigen, dass sich die Tonhöhe von Kombinationstönen schneller verändert, verglichen mit jener der gespielten Töne. Diese Eigenschaft macht sie zu einem vortrefflichen Hilfsmittel, um Intervalle noch feiner auszustimmen. Wenn die Kombinationstöne gut ausgeprägt auf der richtigen Tonhöhe erscheinen, kann davon ausgegangen werden, dass das Schwingungsverhältnis des gespielten Intervalls in hoher Präzision getroffen wurde. Für das nächste Intervall der syntonischen Skala, die große Terz 4:5, muss der Basiskombinationston in der Proportion 1:4 unterhalb von a' erklingen. Für die übrigen Skalenschritte kann in derselben Weise vorgegangen werden.

Zu diesem Vorgehen muss unter anderem angemerkt werden, dass nicht immer nur der tiefste Kombinationston – ausgedrückt durch die Zahl 1 – zu hören ist, sondern zusätzlich andere Kombinationstöne, welche der Kombinationstonreihe angehören. Auch sie können auf die gleiche Weise für die Justierung der gespielten Noten verwendet werden. Bei dieser Anwendung ist zu beachten, dass auch die Einstimmung von Saiten, die nicht angestrichen werden, Einfluss auf die Ausprägung der Kombinationstöne nehmen kann. Durch ihre Resonanzfrequenzen (Eigenfrequenzen) können sie ebenfalls in Schwingung versetzt werden, das Klangspektrum verändern und somit bei der Kombinationstonbildung mitwirken.

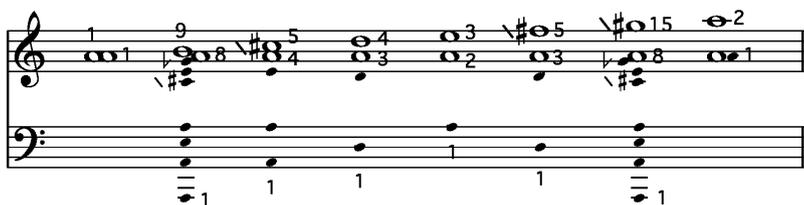


Abb. 63, Die syntonisch-diatonische Bordunskala in Dur mit der Tonika a' und alle Kombinationstöne, die unterhalb der gespielten Noten entstehen können.

Diese Methode kann auf problemlos auch auf anderen Streichinstrumenten angewandt werden. Welche und wie stark einzelne Kombinationstöne bei der Darbietung eines musikalischen Zweiklangs in einem konkreten Fall tatsächlich gehört werden, hängt von der Zusammensetzung des Klangsignals ab und kann durch individuelle psychologische wie auch physiologische Faktoren beeinflusst sein.

7.2 Intervalle und Ideenzahlen

Im Hinblick auf die Anwendung reintonaler Systeme kommt von Musikern oft der Einwand, dass exakte, reine Intervalle beim Spiel ohnehin nie erreicht würden. Durch Pablo Casals verbreitete sich die Annahme, dass ein expressives Spiel eine Übertreibung gewisser Intervalle erfordere.³⁷¹ Diskussionen rund um das Thema Intonation bleiben in Musikerkreisen selten auf sachlicher Ebene; zu sehr ist Intonation mit individuellen Erfahrungen und Emotionen verknüpft. Eine subtilere Herangehensweise an das Thema Intonation kann bei Philosophen beobachtet werden. Sie führt zu grundlegenden und entscheidenden Fragen im Bereich der Harmonik. In Anlehnung an die Ideenlehre Platons formuliert Nikolaus von Kues (Cusanus) im 15. Jahrhundert prägnante Aussagen. Schulze kommentiert aus Cusanus' *De docta ignorantia*³⁷²:

Die exakte Proportion, in der Erscheinungswelt bloß Abglanz ideeller Vollkommenheit, existiert darob nur in sua ratione, in ihrer mathematischen Eigentlichkeit.³⁷³

Auch der Harmoniker und Altphilologe Dieter Kolk rezipierte Cusanus in ähnlicher Weise:

Ganz in dem Sinn also, in dem es oben im Zusammenhang der Ideenlehre dargestellt war, sieht er [Cusanus] im Unterschied von exakter Proportion und realisiertem Klang das Verhältnis von Idee und Wirklichkeit.³⁷⁴

Schopenhauers Auffassung in *Die Welt als Wille und Vorstellung* (1819) lehnt ebenfalls an Platon an:

³⁷¹ Stüber (1989), S. 247.

³⁷² Nikolaus (von) [Cusanus] Kues, *De docta ignorantia – Die belehrte Unwissenheit* [1440], Hamburg 1977.

³⁷³ Werner Schulze, *Zahl, Proportion, Analogie. Eine Untersuchung zur Metaphysik und Wissenschaftshaltung des Nikolaus von Kues*, Münster Westfalen 1978, S. 118.

³⁷⁴ Kolk (1995), S. 380.

Das Abweichen von der arithmetischen Richtigkeit der Intervalle durch irgendeine Temperatur, oder herbeigeführt durch die gewählte Tonart, ist analog dem Abweichen des Individuums vom Typus der Spezies.³⁷⁵

Mit anderen Worten formulierte Tartini eine vergleichbare Idee:

»Aber der Fall ist hoffnungslos, weil es an der Form der Verhältnisse des Systems nichts zu temperieren gibt; und zu behaupten, die Verhältnisse mit Verstand verformen zu können, ist eine offenkundige Kontradiktion.«

»Ma il caso è disperato, perchè non vi è luogo a temperamento nella forma delle ragioni di sistema; e il pretendere di diformar le ragioni con ragione è contraddizione manifesta.«

[TARTINI 1754, *Trattato*, S. 100]

»Sind von dieser universellen Invasion des Temperaments [...] die grundlegende Formel der beiden Modi Dur und Moll betroffen? Nein, sind sie nicht, denn auf ihre intrinsische Natur hat das Temperament keinen Einfluss; sie sind die gleichen, vor wie nach dem Temperieren.«

»Il questa universal invasione di temperamento sono poi incluse [...] La formola fondamentale dei due modi maggior, e minore? Nò: non vi sono, perchè alla loro intrinseca natura nulla appartiene il temperamento; quali sono innanzi, tali sono dopo il temperamento.«

[TARTINI 1767, *De'principj*, S. 109f.]

Im Unterkapitel *Idee und Wirklichkeit im Spiegel der Tonzahl* in Kolks Buch *Zahl und Qualität*³⁷⁶ zeigt er die Verbindungen zwischen dieser Thematik und den griechischen Denkern der Antike auf. Kayser setzte sich ebenfalls im *Lehrbuch der Harmonik*, Paragraph §51 »Toleranz – ein Gespräch« mit dieser Materie auseinander.³⁷⁷ Er stellt eine Diskrepanz zwischen dem Gesetzmäßigen der exakten Zahlbeziehung und dem Normenhaften, Morphologischen des seelischen Ausdrucks der Gestalt fest. Diese Toleranz oder den Spielraum bezüglich Idee und Wirklichkeit sieht Kayser nicht nur bei musikalischen Intervallen, sondern diese Begebenheit zöge sich »durch unsere ganzen Natur- und Geistesbetrachtungen.«³⁷⁸ Dieser Spielraum ist jedoch begrenzt. Kolk formuliert hinsichtlich musikalischer Intervalle:

³⁷⁵ Schopenhauer (1819), S. 372; zu Schopenhauers harmonikalen Anschauungen siehe auch Werner Schulze, »Musik als verborgene metaphysische Übung«, in: *Harmonik & Glasperlsenspiel. Beiträge 1994*, hrsg. von Peter Neubäcker, München 1995.

³⁷⁶ Kolk (1995), S. 290–296.

³⁷⁷ Kayser (1950), S. 255–261.

³⁷⁸ op. cit., S. 257.

Wird ein verstimmter Ton in gewissem Umfang noch als dieser Ton, wenn auch in unreiner Intonation, empfunden, soweit ihn das Gehör noch auf seine Norm beziehen kann, so wird er bei gleitendem Übergang von einem bestimmten Grad der Unreinheit an überhaupt nicht mehr als dieser Ton erkannt, er *ist* nicht mehr dieser Ton.³⁷⁹

Wo und wie subjektiv ist nun diese Grenze anzunehmen? Wie unrein kann ein Intervall beispielsweise auf einem Saiteninstrument gegriffen werden, bis es nicht mehr als dieses apperzipiert wird?

In der Quint-Terz-Stimmung liegen die kleine und große Terz enger zusammen als in der gleichstufig temperierten Stimmung. Auf der Geige liegt die Rückung des Fingers im Millimeterbereich, wenn man zwischen 5:6 (kleine Terz) und 4:5 (große Terz) wechselt. Aus eigener Beobachtung kann ich dennoch einen Punkt feststellen, an dem das Intervall empfindungsmäßig einrastet. Die Intervallidee, die durch ein ganzzahliges Schwingungsverhältnis (Quantität) beschrieben ist, zeigt sich in dem Moment in ihrer entsprechenden, charakteristischen Hörempfindung (Qualität). Tendenziell kann beobachtet werden, dass die charakteristischen Empfindungsmerkmale bei einfachen Schwingungsverhältnissen eindeutiger sind als bei komplexen Verhältnissen. Da die Stärke und Deutlichkeit der Kombinationstöne normalerweise bei ganzzahligen Verhältnissen ihr Maximum erreichen, stellt sich die Frage, inwieweit sie bei diesem Prozess oder Effekt des ›Einrastens‹ mitbeteiligt sind.

Ein Zweiklang stellt als Klang viel mehr dar, als nur die Addition zweier einzelner Töne. Bei ganzzahligen einfachen Schwingungsverhältnissen entsteht durch die Überlagerung der Teiltöne ein spezifisches Muster, das unser Gehör auf eine unbestimmte Art und Weise wiedererkennen kann. Bei Klängen, die gut hörbare Kombinationstöne produzieren, äußern sich die Charakteristiken der Tonbeziehung auch im harmonischen Unterbau, der durch die Kombinationstöne entsteht. Es ist nicht auszuschließen, dass sie für unser Harmonieempfinden eine Rolle spielen. Sie bilden einen typischen harmonischen Unterbau, der gleichermaßen zur ›Idee‹ dazugehört. Wie es sich mit Intervallideen und Kombinationstönen verhält, wenn nicht nur ein Zweiklang, sondern ein Mehrklang gespielt wird, wäre ebenfalls eine äußerst interessante Frage, die umfangreicher Untersuchungen bedürfte, im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht möglich sind. Die Diskussion wird sich deshalb auf Zweiklänge beschränken.

Bei Zweiklängen, die durch ein etwas komplexeres Schwingungsverhältnis definiert werden, sind Kombinationstöne gewissermaßen Indizien, die bei

³⁷⁹ Kolk (1995), S. 293.

der Identifizierung ambivalenter Intervalle oder bei der Umsetzung einer angestrebten Intervallidee hilfreich sind. Was dies in der Streichinstrumentenpraxis bedeutet, wurde anhand der Realisierung einer Skala im Abschnitt 7.1 erklärt. Es folgen nun vertiefende Gedanken, wie mit Intervallen umgegangen werden kann, deren Schwingungsverhältnisse komplexer sind und Ambivalenzen bezüglich ihrer Intervallidee aufweisen. Wenn Intervalle sehr nahe beieinander liegen, können sie ihre Identität schnell ändern. Diese Umdeutung kann aufgrund physikalischer, physiologischer oder hörpsychologischer Veränderungen erfolgen. Betrachten wir eine solche Verdichtung von Intervallideen im Bereich der geometrischen Mitte der Oktave:

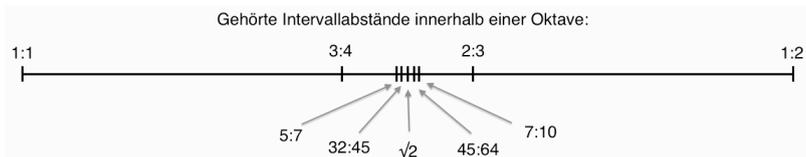


Abb. 65, Verdichtung von Intervallideen im Bereich des Tritonus.

Abb. 65 zeigt fünf musikalisch relevante Schwingungsverhältnisse auf engstem Raum. Welche dieser ›Intervallideen‹ sind tatsächlich apperzipierbar?

In der natürlich-harmonischen Stimmung steht das Schwingungsverhältnis 32:45 für die übermäßige Quarte. Aufgrund der relativ hohen Zahlen steht dieses Intervall für eine komplexe Idee. Unser Gehör tendiert dazu, komplexe Schwingungsverhältnisse in einfachere umzudeuten, wenn ein solches sich in der Nähe befindet (Zurechthören³⁸⁰). Hier könnte dieser Fall eintreffen, denn 32:45 liegt nahe bei 5:7. Entsprechend könnte 45:64 zu 7:10 umgedeutet werden (vgl. Abb. 65). Im aufgezeigten Bereich zwischen der Quarte und Quinte existieren auch noch einige weitere Schwingungsverhältnisse, die für eine solche Analyse in Betracht gezogen werden könnten. Da diese Intervalle aber entweder außerhalb der Zone von 5:7 und 7:10 liegen, höhere Primzahlen wie 13, 17 und 31 enthalten oder komplexere Schwingungsverhältnisse als 5:7 oder 7:10 darstellen, kann angenommen werden, dass ein Zurechthören

³⁸⁰ Andreas Friesecke, *Die Audio-Enzyklopädie ein Nachschlagewerk für Tontechniker*, München 2007, S. 118: »Zurechthöreffekt: Unter ›Zurechthören‹ versteht man eine Eigenschaft des menschlichen Gehirns, bei Intervallen, die nicht sauber gespielt werden, trotzdem die gewünschte Harmonie herauszuhören. Dies ist aufgrund der gegenwärtig verwendeten Stimmung auch notwendig (gleichstufig, temperierte Stimmung [...]). Beim Zurechthören werden die wahrgenommenen Intervalle auf die korrekten Tonhöhen ›quantisiert‹, damit die Harmonie richtig empfunden werden kann.« Siehe auch Vogel (1975), S. 149, 155, 294f., 416 und S. 426.

ren immer zugunsten von 5:7 oder 7:10 stattfinden würde. Aus diesem Grund und für eine bessere Übersicht wurden andere Intervalle ausgeblendet. Der pythagoreische Tritonus 512:729 beispielsweise ist zwar aus harmonikaler und theoriegeschichtlicher Sicht bedeutungsvoll, um aber in der Empfindung als eine eigenständige Idee identifiziert zu werden, ist sein Schwingungsverhältnis zu komplex.³⁸¹

Bei der Komplexität der Intervallverhältnisse hat das menschliche Gehör eine physiologische Grenze. Es ist anzunehmen, dass beim Zurechthören von 32:45 oder 45:64 das Ohr die einfachsten Intervallideen, hier 5:7 oder 7:10, bevorzugen wird. Diesen Mechanismus hat Martin Ebeling mit dem Autokorrelationsmodell neurophysiologisch durch die Scheinperiodizität begründen können.³⁸²

Im Gegensatz zu anderen Instrumenten, welche aufgrund der fixierten Tonhöhen auf temperierte Stimmungen zurückgreifen müssen, gibt es auf Streichinstrumenten einen gewissen Freiraum, um Intonation zu gestalten. Auf dem Klavier gibt es für den Tritonus nur eine Taste, welche dem Wert $\sqrt{2}$ entspricht. Auf Streichinstrumenten können die Intervallideen in ihrer physikalischen Realität besser approximiert werden. Durch die Beobachtung der Kombinationstöne können Intervallgrenzen feiner definiert werden. Die Violine erlaubt es, die Intervalle 5:7 und 7:10 mithilfe der Kombinationstöne zu unterscheiden und umzusetzen. Abb. 66 zeigt, wie sich kleinste Intervallveränderungen auf die Tonhöhe des Basiskombinationstons auswirken. Bei den Intervallen 32:45 und 45:64 stößt das Gehör erfahrungsgemäß an eine Grenze, was ihre Identifizierung als solche betrifft. Auch erzeugen diese Intervalle keine deutlichen Kombinationstöne mehr. Es scheint hier eine hörphysiologisch oder physikalisch bedingte Grenze in der Intervallauflösung und somit eine Grenze in der Fassbarkeit der Intervallidee vorzuliegen.

³⁸¹ In den in Abb. 65 dargestellten Bereich fällt auch der Tritonus (*tritonos*), dessen Name aus der griechischen Antike stammt und als drei aneinandergehängte große Ganztöne (8:9) definiert wird (deshalb auch als pythagoreischer Tritonus bekannt). Sein Schwingungsverhältnis (512:729) liegt zwischen 45:64 und 7:10. Aber in der heutigen Musiksprache ist der Begriff *Tritonus* auch für andere Intervalle in Gebrauch, etwa als das temperierte Intervall $\sqrt{2}$, die übermäßige Quarte oder die verminderte Quinte. Der pythagoreische Tritonus und einige andere in Betracht kommende komplexe Intervalle wurden zwecks Übersichtlichkeit für die obige Darstellung außer Acht gelassen.

³⁸² Ebeling (2007), S. 74–79.

The image shows a musical staff with two systems. The top system, labeled 'gespielte Noten' (played notes), is on a treble clef and contains four intervals: 5:7 (B-flat), 32:45 (B-sharp), 45:64 (B-flat), and 7:10 (B-sharp). The bottom system, labeled 'Basiskombinationston' (basic combination tone), is on a bass clef and shows the corresponding combination tones for each interval: 1 (B-flat), 15^{mb} (B-flat), 15^{mb} (B-flat), and 1 (B-sharp). The 15^{mb} tones are marked as 'unhörbar' (inaudible).

Abb. 66, Kleinste Veränderungen in der Intervallgröße verursachen durch die Kombinationstöne merkbare Unterschiede im harmonischen Unterbau der Intervalle. Die Intervalle sind der Größe nach geordnet, 5:7 ist das kleinste Intervall, 7:10 das größte. Im Basssystem ist der Basiskombinationston notiert. Die Position der Notenköpfe auf dem Liniensystem ist irreführend, weil der optische Eindruck nicht mit der tatsächlichen Intervallgröße übereinstimmt. Dies ist ein wohlbekanntes Problem im Zusammenhang mit dem gebräuchlichen Fünf-Linien-System. Bislang konnte keine praktischere Lösung in Bezug auf die Notation gefunden werden.

Die Unterschiede in der Intonation der vier Intervalle aus Abb. 66 bewegen sich im Mikrobereich. Ohne die Zuhilfenahme der Kombinationstöne und dem sich bildenden harmonischen Unterbau sind selbst die einfacheren beiden Intervalle 5:7 und 7:10 kaum voneinander zu unterscheiden. Durch die Aufmerksamkeitslenkung auf den harmonischen Unterbau, der durch die Kombinationstöne entsteht und auf minimale Verschiebungen des Fingers sofort reagiert, können diese beiden Intervalle dennoch identifiziert oder auf dem Instrument realisiert werden. Aus dem harmonischen Kontext kann meist darauf geschlossen werden, welches der beiden Intervalle gemeint ist und realisiert werden soll. Vor allem in der *solo*-Literatur für Streichinstrumente kann so den Stücken bewusst eine natürliche Basslinie gegeben werden. Die Präzision in der Intonation verstärkt die Bildung der Kombinationstöne. Ein so bewusst eingeübtes Stück weist mehr harmonischen Kern auf, weil die richtigen Bässe erklingen. Die Harmonie sitzt konkret in der Tonvorstellung des Musikers und wird folglich auch häufiger auf der Bühne zu hören sein, als wenn die Intonation nur oberflächlich geübt wurde. Solche Feinheiten in der Klanggebung zu unterscheiden und anzuwenden, ist eine Quelle der Inspiration. Der Klang erhält mehr Tiefe und Substanz.

7.3 Kombinationstonbeobachtungen von Geigern

Die Anzahl der Publikationen über Kombinationstöne auf Streichinstrumenten ist überschaubar. Die Grenzen zwischen musikpädagogischen, musiktheoretischen oder naturwissenschaftlichen Werken sind dabei fließend. In der untenstehenden Auflistung wird dennoch ein Versuch unternommen, einige ausgewählte Publikationen mit Bezug zur Violine nach inhaltlichen Schwerpunkten einzuordnen:

Pädagogik (Violinschulen und Spieltechnik):

MOZART 1756, S. 190–192

BAILLOT 1834, S. 220f.

WILHELMJ & BROWN 1898

BLOCH 1903, S. 101

KÜCHLER 1914, Erster Band, Heft IV, S. 162f.; Zweiter Band, Heft III, S. 86–88

TRENDELENBURG 1925, S. 273

MAŘÁK & NOPP 1944, S. 175f.

HEMAN 1964, S. 11f., S. 38–44

SZENDE 1977, S. 60–63

STÜBER 1989

GELLER 2003, S. 17f., S. 33–44, S. 120–153

LOHRI 2008

Theorie der Intonation:

TARTINI 1754, 1767 und ca. 1764–1770

SCHRÖDER 1906

VOGEL 1975, S. 53f., S. 203, S. 362; VOGEL 1991, S. 119, S. 124, S. 126

BORER 2003, 2007 und 2010

LOHRI 2014

Akustik:

GLEICHMANN 1805

HÄLLSTRÖM 1819 und 1832

BLEIN 1827

HELMHOLTZ 1856, S. 501, S. 512f.

ABBADO 1965 und 1970

KORNEK 1998

LOHRI, CARRAL & CHATZIOANNOU 2011

Was in den meisten der obigen Publikationen zu kurz kommt, sind persönliche Beobachtungen der Verfasser. In vielen Fällen werden zwar Intervalle mit ihren resultierenden Kombinationstönen aufgelistet, jedoch handelt es sich bei den Angaben in den meisten Fällen um Resultate von Berechnungen mittels einer angenommenen Formel ohne Angabe darüber, was in den spezifischen Fällen tatsächlich gehört wurde. Diese Situation verlangte nach einer Untersuchung, wie sich Theorie und Praxis zueinander verhalten.³⁸³ Auf Grundlage meines eigenen geigerischen Fachwissens und Erfahrungsschatzes bot sich an, persönliche Beobachtungen professioneller Geiger miteinander zu vergleichen. Von besonderem Interesse schien es, die ersten Zeugnisse in der Violinliteratur zu studieren. Sie bilden einen Kontrast zu heutigen Beobachtungen und Fixierungen auf moderne Theorien.

³⁸³ Die potentiellen Tonhöhen von Kombinationstönen sind klar vorgegeben. Sie unterliegen dem Bildungsgesetz der Kombinationsfrequenzen (siehe Linienmodell 4.6). Beim Basiskombinationston greift ein zusätzliches Bildungsgesetz (siehe Abschnitt 6.1). Welche Kombinationstöne und wie stark einzelne von ihnen in einer gegebenen Situation zu hören sind, ist jedoch wieder ein neuer Diskussionsgegenstand. Aufgrund der Vielschichtigkeit des Phänomens ist schwer vorherzusagen, was die tatsächlichen Gründe für eine starke respektive schwache Ausprägung eines einzelnen Kombinationstons sind (vgl. Abschnitt 1.2.1). Die letzten 250 Jahre in der naturwissenschaftlichen Kombinationstonforschung haben gezeigt, dass es kein einfaches Unterfangen ist, alle Parameter zu bestimmen und vor allem getrennt voneinander zu untersuchen. Musikalische Herangehensweisen sind in dieser Hinsicht dankbarer, weil auch das Subjekt miteinbezogen wird. Im musikalischen Bereich können gerade *aufgrund* der speziellen und individuellen Fähigkeiten des Spielers Erkenntnisse gewonnen werden (Introspektion). Solche individuellen Zeugnisse von Musikern können mit eigenen Beobachtungen verglichen werden. Mit dem künstlerisch-musikalischen Hintergrund soll in dieser Untersuchung bewusst individuellen Beobachtungen Raum gegeben werden, weil sie (entsprechend deklariert) ebenso aufschlussreich sein können wie statistisch erzielte Ergebnisse.

Tartinis Überlieferungen wurden im Rahmen dieser Arbeit bereits gründlich besprochen. Da der *terzo suono* den fundamentalen Pfeiler in Tartinis Musiksystem darstellt, kann bei ihm nicht von unbefangenen Beobachtungen ausgegangen werden. Eine weitere für das Violinspiel relevante Quelle ist Leopold Mozarts *Versuch einer gründlichen Violinschule* (1756). Mozart sieht das Phänomen des dritten Tons als Grundlage für die Intonation und Klanggebung:

Zum Beschlusse dieses Hauptstückes muß ich noch eine nützliche Beobachtung einschalten, die ein Violinist bei Abspielung der Doppelgriffe machen kann: um mit gutem Tone, kräftig und rein zu spielen.³⁸⁴

Es folgen drei Seiten mit Notenbeispielen und Erklärungen (Auszüge daraus siehe Abb. 41 und Abb. 67).



Abb. 67, Abfolge von Zweiklängen mit den dritten Tönen aus Leopold Mozarts *Versuch einer gründlichen Violinschule* [MOZART 1756, S. 192].

Auffallend ist, dass sich alle von Mozart notierten Kombinationstöne im Ambitus der Violine befinden. In Zahlen ausgedrückt entsprechen die meisten von ihnen der Zahl 2, vereinzelt auch den Zahlen 1, 3 oder 4. Dies legt nahe, dass Mozart die Kombinationstöne gemäß der Hörwahrnehmung setzt und nicht an einer Formel festhält. Die Beitzexte stützen diese Annahme; bei der kleinen Terz und der kleinen Sexte gibt Mozart Optionen bezüglich der Lage des dritten Tons an: »Wenn die zwei Noten eine kleine Terze von einander abstehen; so hört man unten die große Terz oder Decime dazu.« und »Sind die zwei Noten um eine kleine Sechste von einander, so höret man die grössere Terz, oder Decime.«³⁸⁵ Trotz großer Übereinstimmung zwischen Mozarts Angaben und Tartinis Formel von 1754 schätzt es Pierluigi Petrobelli als eher unwahrscheinlich (»piuttosto improbabile«) ein, dass Mozart bei

³⁸⁴ Leopold Mozart, *Versuch einer gründlichen Violinschule*, Augsburg 1756, S. 190.

³⁸⁵ op. cit., S. 191.

seinen Angaben von Tartinis Traktat beeinflusst wurde.³⁸⁶ Es ist jedoch möglich, dass Mozart bereits vor 1754 über den mündlichen Weg von Tartini terzo suono erfahren und die Wichtigkeit und Nützlichkeit des Phänomens sofort begriffen hat.³⁸⁷

Wie bei Mozart ist auch in August Wilhelmjs und James Browns *A Modern School for the Violin* (1898)³⁸⁸ der dritte Ton ein Mittel zur Erreichung einer reinen Intonation. Bereits im ersten Buch *1A* auf S. 1 mit der erstmaligen Verwendung des ersten Fingers wird ein »Test of True Intonation« empfohlen mit dem Hinweis: »Listen for the Resultants.« Wird der notierte Resultant gehört, so ist das Intervall rein. Weitere dieser Tests begleiten systematisch den Aufbau des ganzen Buches. Auf S. 11 im Buch *1A* sind längere »Exercises for True Intonation« vorzufinden.

Pierre Baillot widmet dem dritten Ton in seiner berühmten Violinschule *L'art du violon* (1834) zwei Seiten mit Notenbeispielen und Übungen.³⁸⁹ Bei Baillot ist der Ansatz, dass die dritten Töne in der Funktion der Intonationskontrolle stehen, schwächer gegeben als bei Tartini, Mozart und Wilhelmj. Seine Beschreibungen deuten darauf hin, dass er die dritten Töne vielmehr als klangliches Phänomen betrachtet, allein von seinem Gehör ausging und nicht von einer bereits bestehenden Theorie voreingenommen war. Es zeigt sich ein etwas anderer Ansatz als bei Mozart oder Wilhelmj. Dies bezeugen einerseits Textpassagen,³⁹⁰ andererseits ist die Information implizit in seinen Notenbeispielen vorhanden, bei denen er teilweise gar keinen Kombinationston zu bestimmen vermochte, Zweifel äußerte oder manchmal zwei Kombinationstöne notierte. Zudem müsste man bei Baillots Angaben auf unterschiedliche Formeln zurückgreifen, um seine dritten Töne zu beschreiben. Auch

³⁸⁶ Petrobelli (1968), S. 16.

³⁸⁷ op. cit., S. 17: »[...] ne abbia immediatamente compresa l'utilità e l'importanza.«

³⁸⁸ August Wilhelmj & James Brown, *A Modern School for the Violin by August Wilhelmj and James Brown in 12 Books*, London 1898.

³⁸⁹ Pierre Marie François de Sales Baillot, *L'art du violon : nouvelle méthode / dédiée à ses élèves par P. Baillot, membre de la Légion d'honneur de la musique particulière du Roi et Professeur au Conservatoire de musique, deutsche Übersetzung von J. D. Anton*, Mainz, Antwerpen 1834, S. 220f.

³⁹⁰ op. cit., S. 220: »Jedesmal wenn zwei Töne stark, rein und mit Nachhalt zugleich gespielt werden, so entsteht durch das Zusammentreffen der wallenden (wellenförmigen) Klänge ein dritter Ton, dessen Stufe die Geometer und Phisiker zu bestimmen versucht haben; bisher aber kann diese Aufgabe noch nicht als vollkommen gelöst betrachtet werden. Wir haben hier einer sonderbaren Wirkung erwähnt, welche wir als eine für sich allein dastehende Tatsache angeben und führen ein Beispiel an, von der Weise wie man dieselbe in Anwendung bringen könnte; es wäre nicht unmöglich, dass sie einem allgemeinen System angehörte, wie der berühmte Tartini nach der Entdeckung des dritten Tones, ganz ohne künstliches Mittel, es darzustellen Willens war.«

Wilhelmjs Resultanten können nicht einer einzigen Formel zugeordnet werden. Zwar sind sie bei gleichen, aber im Tonraum verschobenen Intervallen an analogen Stellen zu finden, jedoch kann beispielsweise der Resultant der Quinten nicht mit der gleichen Formel wie jener der Sexten beschrieben werden. Analog zu Tartini entsprechen Wilhelmjs Töne entweder der Proportionszahl 1 oder 2.

Im Abschnitt über den dritten Ton notiert Baillot eine aufsteigende Bordunskala ausgehend von der Basis g' , die den Tonraum einer Undezime chromatisch durchschreitet. Schwingungsverhältnisse notierte er nicht explizit. Bei einer Bordunskala und im Zusammenhang mit Kombinationstönen darf aber davon ausgegangen werden, dass Baillot reine Intervalle benützte. Mit Ausnahme der Aussparung des ersten Halbtonschrittes und der Einfügung eines zusätzlichen Tons ais'' (siehe drittletztes Intervall) entspricht diese Skala auch notationsmäßig einer syntonisch-chromatischen Skala, auch genannt *Scala di Paganini*.³⁹¹

³⁹¹ Philippe Borer, »Cromatismo ed espressione delle passioni in Paganini«, in: *Atti del Convegno Internazionale Paganini Divo e Comunicatore*, Genova 2007, S. 276f. Interessant ist in diesem Zusammenhang die Tatsache, dass die Scala di Paganini auch die Tonschritte jener diatonischen Skala enthält, die von Tartini verwendet wurde (*scala diatonica sintona*). Siehe: op. cit. und Borer (2010), S. 103. Die Intervalle dieser Skala sind in Abb. 71 dargestellt.

3ter Ton.
3. Son.

Zweifelhaft.
Doutoux.

Zweifelhaft.
Doutoux.

Abb. 68, Baillots Kombinationstonbeobachtungen an einer Bordunskala auf Basis eines liegenden g' [Quelle: BAILLOT 1834, S. 220].

August Wilhelmj & James Brown. Zusammenstellung aus *A Modern School for the Violin* (1898), *Book 1A*

(not heard)

Abb. 69, Zusammenstellung (Abschrift) aus Wilhelmjs und Browns *Violinmethode*. Intervalle und Kombinationstöne gemäß Wilhelmj [Abschrift aus WILHELMJ & BROWN 1898, *Book 1A*].

7.3.1 Vergleich zwischen Baillots und Lohris Höreindrücken

Bei den Angaben von Mozart, Wilhelmj und Brown sowie Baillot kann grundsätzlich von persönlichen Wahrnehmungen ausgegangen werden. Sie motivierten in der vorliegenden Arbeit, einen Vergleich mit eigenen Beobachtungen anzustellen. Vor allem Baillots Bordunskala und sein systematisches Vorgehen bildeten eine gute Grundlage, die Versuchsanordnung zu reproduzieren.

Für den ersten Versuch diente Baillots Skala als Ausgangsmaterial. Wie Abb. 68 zeigt, bezeichnete Baillot die Intervalle nicht mit Schwingungsverhältnissen, jedoch kann durch die Verwendung der Bordunskala angenommen werden, dass es sich grundsätzlich um Schwingungsverhältnisse aus der syntonisch-chromatischen Skala handelte. Auf der Geige reproduzierte ich selbst die Skala von Baillot mit den Schwingungsverhältnissen, die in Abb. 70 angegeben sind. Die Herausforderung war hierbei, sich nicht auf Töne zu fixieren, welche gemäß der Theorie der jeweils entsprechenden Kombinationstonreihe vorkommen müssten, sondern möglichst unvoreingenommen zu notieren, was gehört wurde. Die Intervalle wurden, gemäß der Methode, die im Abschnitt 7.1 beschrieben wurde, realisiert. Die Analyse der Intervallklänge erfolgte sukzessive, während die Geige gestrichen wurde. Die wahrgenommenen Tonhöhen wurden immer sofort notiert. Um die Resultate des Höreindrucks nicht von der Tagesform abhängig zu machen, wurde der Test an drei verschiedenen Tagen wiederholt. Töne, die nicht bei jedem Durchgang eindeutig gehört wurden oder Töne, die bezüglich der Oktavlage Zweifel hervorriefen, wurden mit einem Fragezeichen markiert.

Im Vergleich des Höreindrucks von Baillot (Abb. 68) und meinem eigenen (Abb. 70) können folgende Fälle unterschieden werden:

1. Es gibt keine Abweichungen: Baillots notierte Töne stimmen genau mit den meinigen überein.
2. Die beobachteten Töne unterscheiden sich um eine Oktave.
3. Die jeweils beobachteten Kombinationstöne stimmen nicht überein, jedoch können sie derselben Kombinationstonreihe zugeordnet werden, die sich aus dem jeweiligen Schwingungsverhältnis der syntonisch-chromatischen Skala ergibt.
4. Die beobachteten Kombinationstöne stimmen nicht überein. Im Unterschied zu Fall 3 koinzidierten Baillots beobachtete Töne auch nicht mit der Kombinationstonreihe, die sich aus dem jeweiligen Schwingungsverhältnis der syntonisch-chromatischen Skala ergeben müsste.

Besonders das zweite, zehnte und fünfzehnte Intervall, bei denen sich der vierte Fall abzeichnet, sind hier auffällig. In der Annahme, dass sich Baillot in seiner Wahrnehmung nicht täuschte und dass es sich nicht um Druckfehler handelt, muss davon ausgegangen werden, dass er ein von der syntonisch-chromatischen Skala abweichendes Schwingungsverhältnis intonierte. Vermutlich griff Baillot diese Intervalle nicht als 8:9, 5:9 und 5:12. Als Alternative für $g'-a'$ als 8:9 bietet sich das Intervall 7:8 an, welches eine Kombinationstonreihe erzeugt, die das von Baillot wahrgenommene e (Zahl 3) enthält. Ich selbst konnte das betreffende e beim Greifen von 7:8 jedoch nicht wahrnehmen. Das Intervall klingt ungewohnt, daher mutet es unwahrscheinlich an, dass Baillot in dieser Weise intonierte. Hinzu kommt, dass (in der Annahme, dass Baillot das g' konstant hielt) der Fall überhaupt nur dann hätte eintreten können, wenn eine Verstimmung (eine zu große Quinte) entweder zwischen G/D oder D/A vorgelegen hätte. Auch die Alternative 7:8 führt zu keiner befriedigenden Erklärung für Baillots Beobachtung am Zweiklang $g'-a'$. Anstelle von $g'-f''$ als 5:9 könnte Baillot 4:7 intoniert haben; die Kombinationstonreihe von 4:7 erzeugt ein d' , welches eine Oktave höher liegt als jenes von Baillot gehörte d . Hinsichtlich der Schwierigkeit, Kombinationstöne in ihrer Oktave eindeutig zu bestimmen, kann von dieser Verschiebung um eine Oktave abgesehen werden. Beim Intervall $g'-b''$ als 5:12 ist nicht klar, was Baillot als Alternative gespielt haben könnte. Naheliegend und einfach zu intonieren ist 3:7. Jedoch lässt sich Baillots G auch nicht in die von 3:7 aufgespannte Kombinationstonreihe integrieren. Das Intervall $g'-cis''$ als 32:45 ist erfahrungsgemäß zu komplex, um über das Gehör und Kombinationstöne realisiert zu werden. Da Baillot hier ein e notierte, kann davon ausgegangen werden, dass er ein einfacheres Intervall anwendete. Die Kombinationstonreihe von 7:10 enthält Baillots e (Zahl 3). Unter Umständen wäre auch 5:7 denkbar, das ein es (Zahl 2) anstelle von e erzeugt. Das Vorgehen, ein geeignetes Intervall zu finden, welches einen gesuchten Kombinationston erzeugt, ermöglicht Rückschlüsse auf Baillots tatsächliche Intonation.

7.3.2 Vergleich zwischen Instrumenten und Besaitung

Eine zweite Fragestellung war, wie stark die Ausprägung einzelner Kombinationstöne vom Instrument oder der Besaitung abhängen. Auch für diese Fragestellung wurde als künstlerisch-musikalischer Ansatz auf die individuelle Wahrnehmung Wert gelegt und bewusst darauf verzichtet, diese Versuche statistisch oder mit vielen Versuchspersonen durchzuführen. In der experimentellen Psychologie ist diese Methode als Introspektion bekannt.

Eine Bordunskala auf Basis von a' (440 Hz) wurde unter drei verschiedenen Bedingungen gespielt und die gehörten Nebentöne (Kombinationstöne und Obertöne) notiert. (Die Methode, wie eine solche Skala auf der Violine allein mit den Kapazitäten des Gehörs realisiert werden kann, wird im Abschnitt

7.1 erklärt.) Die gewählten Intervalle befinden sich alle innerhalb einer Oktave. Als Grundgerüst wurde die syntonisch-chromatische Skala 1:1, 15:16, 8:9, 5:6, 4:5, 3:4, 32:45, 2:3, 5:8, 3:5, 5:9, 8:15, 1:2 gewählt. Die mathematischen Zusammenhänge dieser Skala werden in der Tonnetzdarstellung besonders deutlich. Die Skalentöne entsprechen einem rechteckigen Ausschnitt aus dem Tonnetz, bestehend aus zwölf Tönen. Die Zahlen in Klammern zeigen an, in welchen Schwingungsverhältnissen die Töne in der harmonischen Erzeugung zueinander stehen.

∖ fis (25)	∖ cis (75)	∖ gis (225)	∖ dis (675)
d (5)	a (15)	e (45)	h (135)
∕ b (1)	∕ f (3)	∕ c (9)	∕ g (27)

Abb. 71, Die syntonisch-chromatische Skala (Tonika a).

Für das Experiment schien zusätzlich die Einschlebung der Intervalle 6:7, 5:7, 7:10 und 4:7 sinnvoll, weil sie musikalisch ebenfalls von Bedeutung sind und in den Diskurs eingebunden werden sollen. Generell erzeugen Intervalle, welche die Zahl 7 enthalten, auf der Violine deutlich hörbare Kombinationstöne. Diese Feststellung resultiert nicht nur aus den Versuchen in dieser Arbeit, sondern finden sich beispielsweise in den Texten von Tartini, Georg Joseph Vogler und F. A. Gleichmann.³⁹² Das Intervall 6:7 (septimale Klein-

³⁹² In seinem Traktat deutet Tartini auf die »sehr einfache Intonation« der Intervalle 6:7 und 7:10 hin. Siehe Tartini (1754), S. 17f. Vgl. auch S. 126: »[...] questo intervallo [7:6] è di facilissima intonazione sopra il Violino, ed è voluto dalla natura armonica, perchè si trova fatto dalla natura nelle Trombe marina, e da fiato, e ne'corni di caccia: strumenti, ne'quali non ha luogo l'arbitrio umano; ma la sola fisico-armonica natura.« — Vogler (1776), S. 103f. — Vogler (1779–1780), S. 142. — Gleichmann (1805), S. 281–283: »[...] die Beobachtung dieses mitklingenden Tons [scheint] 1) hauptsächlich für Violinspieler nothwendig zu seyn; denn da sich auf der Violin bey Doppelgriffen dieser Ton besonders deutlich hören lässt, und entweder falsch, und gar nicht mitklingt, wenn diese Griffe nicht rein sind: so wird er hierdurch nicht nur der Maasstab, nach welchem die Töne auf diesem Instrumente in ihrer höchsten Reinheit angegeben werden können, sondern es scheint auch dadurch zu erhellen, dass zuweilen ein und derselbe Ton, nachdem ihm ein verschiedener Grundton gegeben ist, auf verschiedene Art genommen werden muss, wenn nicht eine Disharmonie entstehen soll. Ein Beyspiel wird diesen Satz rechtfertigen. In dem 7ten Konzert von Rode in A moll, kommt zu Anfang des zweyten Solos folgender Satz vor: [Notenbeispiel] [...] Hier also wird es nothwen-

terz) konnte nur noch in der ersten und dritten Variante (siehe Abb. 72) getestet werden, da die Besaitung von Variante 2 nicht mehr zur Verfügung stand.

Zum ersten ist in den drei Varianten eine große Übereinstimmung zwischen den wahrgenommenen Kombinationstönen feststellbar. Einige Abweichungen sind punktuell vorhanden. Ein Zusammenhang mit dem Wechsel des Instruments oder dem Wechsel der Besaitung ist gegeben. Verschiedenheiten bei der Ausprägung einzelner Kombinationstöne sind tendenziell beim Wechsel des Instruments größer als beim Wechsel der Saiten auf dem gleichen Instrument. Zweitens tritt der Kombinationston mit der Proportionszahl 2 im gegebenen Tonbereich häufiger auf als der Kombinationston mit der Proportionszahl 1. Diese Beobachtung ist im Hinblick auf Tartinis Formulierungen interessant. Das Ergebnis zeigt, dass Tartinis *terzo suono* von 1754 bei diesen Intervallbeispielen tatsächlich besser wahrgenommen werden kann als der *terzo suono* von 1767. Somit ist Tartinis Behauptung, dass der *terzo suono* sich bei $1/2$ befinde, perzeptorisch nachvollziehbar. Würde die ganze Intervallserie in einem höherliegenden Tonbereich wiederholt werden, könnte der *terzo suono* mit der Proportionszahl 1 mit großer Wahrscheinlichkeit besser gehört werden. In günstigen Tonbereichen ist er sogar oft dominanter als der *terzo suono* mit der Proportionszahl 2. Zu dieser Erkenntnis gelangte ich aus praktischer Erfahrung. Drittens stimmen die Beobachtungen aus diesem Versuch in vieler Hinsicht mit der Theorie³⁹³ von Abbado überein (vgl. Abschnitt 3.6): Einerseits war der *quarto suono*, welcher von Abbado als D_{21} für Intervalle zwischen $1:1$ und $2:3$ und als D_{11} für Intervalle zwischen $2:3$ und $1:2$ definiert wird,³⁹⁴ auch in den hier diskutierten Versuchen in allen drei Varianten gut zu beobachten (für den Verlauf des *quarto suono* siehe Abb. 26).

dig seyn, die Terz fis a so zu nehmen, dass fis die reine Quinte $2/3$, und a die Unterhaltungssseptime $4/7$ von H ist, (die Terz etwas enger) wozu dann der Ton H mitklingt, und die Harmonie rein und befriedigend wird. Dergleichen Sätze kommen in Violinstücken öfters vor, und es ist gewiss nicht ohne Nutzen für den Spieler, sowol dabey, als überhaupt bey Doppelgriffen, auf den mitklingenden Ton zu achten, und darnach die Reinheit seiner Töne zu beurtheilen.«

³⁹³ Abbado spricht zwar von eigenen Beobachtungen, die er auf der Geige gemacht hatte und die mit seiner allgemein formulierten Theorie erklärt werden können, er publizierte jedoch keine konkreten Beispiele, wie es bei Baillot oder Wilhelmj der Fall ist. Aus diesem Grund konnte Abbado für den Vergleich von Höreindrücken nicht herangezogen werden.

³⁹⁴ Abbado (1970), S. 137–139.

Variante 1
 Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri
 Violine: Chipot-Vuillaume (Paris ca. 1925)
 Besetzung: G, D, A Darmsaiten "Pirastro Oliviv" mittel + E Stahlsaiten Pirastro Eva Pirazzi silber mittel
 Bogen: Hermann Richard Pfretzschner

1:1 15:16 8:9 7:6 5:6 4:5 3:4 5:7 32:45 7:10 2:3 5:8 3:5 4:7 5:9 8:15 1:2

Variante 2
 Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri
 Violine: Claude Lebet (Rom, 2003), Kopie der Stradivari „Yousoupov-Visson“
 Besetzung: G, D, A, E Stahlsaiten Prim mittel
 Bogen: Hermann Richard Pfretzschner

1:1 15:16 8:9 5:6 4:5 3:4 5:7 32:45 7:10 2:3 5:8 3:5 4:7 5:9 8:15 1:2

Keine Daten.

Variante 3
 Ausführung, Wahrnehmung und Notation: Angela Lohri
 Violine: Claude Lebet (Rom, 2003), Kopie der Stradivari „Yousupov-Visson“
 Besaitung: G (steif 15 1/2), D (steif 16 3/4), A (13 1/2) Darmsaiten Pirastro Oliv + E-Saite Naturdarm (13 1/2) Dlugolecki
 Bogen: Hermann Richard Pfretzschner

- * Flattern, welches mit Verändern der Fingerposition langsamer bzw. schneller wird.
- ** Justierung des Intervalls über das Gehör unmöglich, weil Kombinationstöne zu undeutlich.
- ** Schwach, eher schon ein Pulsieren, Höhe des Kombinationstons ändert sich sehr rasch.

Abb. 72, Dieselbe Bordunskala auf Basis von a' gespielt unter drei verschiedenen Bedingungen (Varianten 1, 2 und 3). Bei den Kombinationstönen wurden keine Kommazeichen addiert.

Die gewellten Linien, welche in Abb. 72 eingetragen sind, zeigen die Bereiche, in denen der Differenzton auch zwischen einfachen ganzzahligen Verhältnissen wahrnehmbar ist und sich in seiner Tonhöhe kontinuierlich verändert. Der Bereich, in welchem der *quarto suono* durchgängig verfolgt werden kann, erstreckt sich etwa von 5:6 bis 4:7. Der *terzo suono* ist hingegen charakterisiert durch sein sprunghaftes Verhalten, was auch von anderen Forschern beobachtet wurde (vgl. Abschnitt 6.1). Andererseits ist der *quarto suono* gegenüber dem *terzo suono* privilegiert, weil er sich im Normalfall in einem besseren Hörbereich befindet. Durch eigene Beobachtungen konnte ich feststellen, dass über die Angabe der richtigen Oktave umso mehr Unsicherheiten auftreten, je tiefer die Kombinationstöne liegen. Diese Fälle sind in Abb. 72 mit einer eckigen, senkrechten Klammer und hinzugefügtem Fragezeichen gekennzeichnet. Für die Bildung eines *terzo suono* nimmt Abbado eine Untergrenze von 32 Hz an.³⁹⁵ Neuere Untersuchungen zeigen, dass diese Untergrenze bei etwa 50 Hz liegt.³⁹⁶ Als musikalisch relevant setzt Terhardt die Untergrenze noch weiter oben an, im Bereich zwischen 150 und 200 Hz.³⁹⁷

Tartinis *terzo suono* von 1767 und der von Abbado definierte *terzo suono* entsprechen sich, auch wenn Abbado dies nicht so formuliert.³⁹⁸ Tartinis *terzo suono* von 1754 dagegen ist, wie an anderer Stelle erklärt wurde, weder mit dem *quarto suono* von Abbado noch mit einem D_{11} gleichzusetzen (siehe 3.7).

7.4 Ausblick: Kombinationstöne in der musikalischen Anwendung

Die Tonhöhen der Kombinationstöne gehorchen einem mathematischen Gesetz. Ihre Stärke hingegen ist schwer fassbar und hängt von verschiedenen Parametern ab. Welche Rolle sie beim Zuhörer in der musikalischen Darbietung spielen, ist somit ebenfalls schwierig zu beurteilen. Allgemeine Aussagen zur Wichtigkeit der Kombinationstöne im Konzertsaal sind heikel. Was sich in Verbindung meiner geigerischen Erfahrung und in der Auseinanderset-

³⁹⁵ Abbado (1965), S. 78. — Abbado (1970), S. 136.

³⁹⁶ Fricke (2005), S. 146.

³⁹⁷ Terhardt (1982), S. 42.

³⁹⁸ Abbado definiert den *terzo suono* als den Ton, welcher der Proportionszahl 1 entspricht. Abbado (1970), S. 120: »Il *terzo suono* non corrisponde alla seconda armonica, come aveva creduto il Tartini, ma si trova all'ottava sotto, in corrispondenza del suono fondamentale«. Aus dieser Bemerkung muss man schließen, dass Abbado Tartinis Werk *De'principj dell'armonia contenuta nel diatonico genere* nicht gelesen oder gekannt hat, da ihm offenbar nicht bewusst war, dass Tartini sich später für einen *terzo suono* aussprach, der eine Oktave tiefer lag als er noch im *Trattato* propagierte.

zung mit entsprechender Literatur aber gezeigt hat, ist die herausragende Bedeutung der Kombinationstöne als Werkzeug für den Ausübenden selbst: Mit der Anwendung der Kombinationstöne verfeinert sich die innere Vorstellung der Intervalle. Die Vorstellung ihrer exakten Größe, ihrer Klangfarbe und ihres eigentümlichen Charakters wird fassbar und begreifbar. Sekundär sensibilisiert diese Anwendung in der Übungspraxis die Wahrnehmung natürlicher Harmonien, die sich aus Zweiklängen ergeben. Hinzuzufügen ist hier, dass auch Flageolett-Töne zur Bildung von Kombinationstönen führen können.

Wie auch das Erkennen der Obertöne als eine Bereicherung des Hörerlebnisses gesehen werden kann, verändert die Wahrnehmung der Kombinationstöne das Bewusstsein des Musikers. Die Bedeutung der Kombinationstöne liegt primär nicht in ihrer Existenz als akustischer Effekt oder in der Messbarkeit des Untersuchungsgegenstands, sondern in ihrer Wirkung und Eignung als Methode zur Sensibilisierung der Tonvorstellung exakter Schwingungsverhältnisse. Ihre mathematisch-harmonikalischen Eigenschaften verraten uns mehr über das tiefere Wesen der Musik.

Eine Langzeitstudie an einer Musikhochschule könnte Antworten auf die Frage geben, ob Studierende ein besseres Gefühl für Intonation entwickeln, wenn sie sich mit den Kombinationstönen regulär auseinandersetzen. In Anbetracht dessen, dass Streicher an Musikhochschulen 70 bis 90 % ihrer Übungszeit auf die Verbesserung der Intonation verwenden,³⁹⁹ könnte eine solche Untersuchung wegweisend sein.

Weitere Ideen ergeben sich im experimentellen Bereich: Es könnten Instrumente konzipiert und gebaut werden, die von dem klanglichen Effekt der Kombinationstöne leben. Zudem erscheint die Entwicklung einer alternativen Harmonielehre oder eines neuartigen Kompositionskonzeptes vielversprechend, die sich am Prinzip der Kombinationstöne orientieren. Kombinationstöne könnten durch spezielle Software unterschiedlich visualisiert werden. Ebenfalls interessant wäre ein Computerprogramm für Klangdesign, das mit Kombinationstoneffekten arbeitet. Die harmonische Natur der Kombinationstöne hat jedenfalls ästhetischen Wert und ließe sich in geeigneter Form mit anderen Künsten, Wissenschaften und technischen Innovationen verbinden.

³⁹⁹ Gerhard Mantel, *Intonation Spielräume für Streicher*, Mainz 2005, S. 5.

7.5 Kombinationstöne im Violinspiel: Zusammenfassung

Es liegt in der Natur der Kombinationstöne, dass das Phänomen *selbst* als Methode fungieren kann und als Werkzeug für die Verbindung des sinnlichen und mathematischen Aspekts in der Musik dient. Konkret wurden in Kapitel 7 Anwendungen der Kombinationstöne vorgestellt, die sich an den Hörwahrnehmungen des Spielers orientieren. Weil die Kombinationstöne nach einem einfachen Gesetz auftreten, sind sie ein Hilfsmittel, um Skalen einzustimmen, die »Idee« eines Intervalls zu verdeutlichen und generell Orientierungspunkte für die Intonation auf Streichinstrumenten zu schaffen. Schriftliche Überlieferungen über die Anwendung und Theorie der Kombinationstöne im Violinspiel (Spieltechnik, Pädagogik, Theorie der Intonation, Akustik) ließen sich bis zu Tartinis Zeit zurückverfolgen. Die meist theoretisch gehaltenen Annahmen verlangten nach einer Überprüfung mit der tatsächlichen Wahrnehmung. Im Mittelpunkt stand ein Vergleich zwischen der persönlichen Wahrnehmung von Baillot und meiner eigenen Wahrnehmung. Zusätzlich wurden Beobachtungen von Kombinationstönen auf zwei verschiedenen Instrumenten und mit wechselnder Besaitung verglichen. Diese Beobachtungsreihe wurde weniger im Sinne einer quantitativen Untersuchung durchgeführt, sondern zeichnete sich durch die Feinheit des eigenen Hörsinns aus.

8 Experimente zu extra-auralen Kombinationstönen

Seit Mitte des 20. Jahrhunderts legt die Hörforschung das Augenmerk immer mehr auf die intra-auralen Kombinationstöne. Extra-aurale Kombinationstöne wurden wenig diskutiert.⁴⁰⁰ In Anbetracht der Bedeutung der Kombinationstöne im Geigenspiel stellte sich die Frage, ob Kombinationstöne auch messbar im Instrument auftreten – zusätzlich zu den intra-auralen Kombinationstönen, die durch physiologische Vorgänge entstehen. Nicht zuletzt Tartinis Überzeugung, dass der dritte Ton ein physikalisches Phänomen sei, erforderte eine genauere Untersuchung dieses Gegenstands. Anzumerken ist, dass ein Teil der Untersuchungsergebnisse bereits publiziert wurde.⁴⁰¹ Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel vorwiegend die Resultate besprochen, die seither neu hinzugekommen sind.

8.1 Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten

Um herauszufinden, ob und in welchem Ausmaß extra-aurale Kombinationstöne in Streichinstrumenten entstehen, wurden im Zeitraum 2009 bis 2011 am Institut für musikalische Akustik an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien Messungen von Streichinstrumentenklängen durchgeführt. Im reflexionsarmen Raum des Instituts spielten professionelle Streicher möglichst reine, ausgehaltene Zweiklänge, die mit einem Mikrofon (Roga RG-50) in ca. 50 cm Abstand von den f-Löchern aufgenommen wurden. Dann wurde mit einer Fast-Fourier-Transformation ihr spektraler Aufbau errechnet. Messbare Kombinationstöne traten bei allen drei untersuchten Instrumententypen auf (Violine, Viola, Violoncello). Die folgende Grafik zeigt die Spektren von einem Zweiklang mit dem Schwingungsverhältnis 5:8, was dem Intervall der kleinen Sexte entspricht (a'-f'). Um vergleichbare Bedingungen herzustellen, wurde diese Sexte auf allen drei Instrumenten auf den oberen beiden Saiten gespielt (leere untere Saite als Referenzton, obere Saite verkürzt durch das Aufsetzen eines Fingers).

⁴⁰⁰ Die letzte umfangreiche, mir bekannte Untersuchung zu »objektiven Kombinationstönen« stammt von Waetzmann (1913).

⁴⁰¹ Angela Lohri, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou, »Combination Tones in Violins«, in: *Archives of Acoustics*, Band 36, Heft 4, 2011 und Angela Lohri, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou, »Combination tones in violins«, in: *Proceedings of the Second Vienna Talk »Bridging the Gaps«*, hrsg. von Werner Goebel, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien 2010.

8.1 Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt von Streichinstrumenten

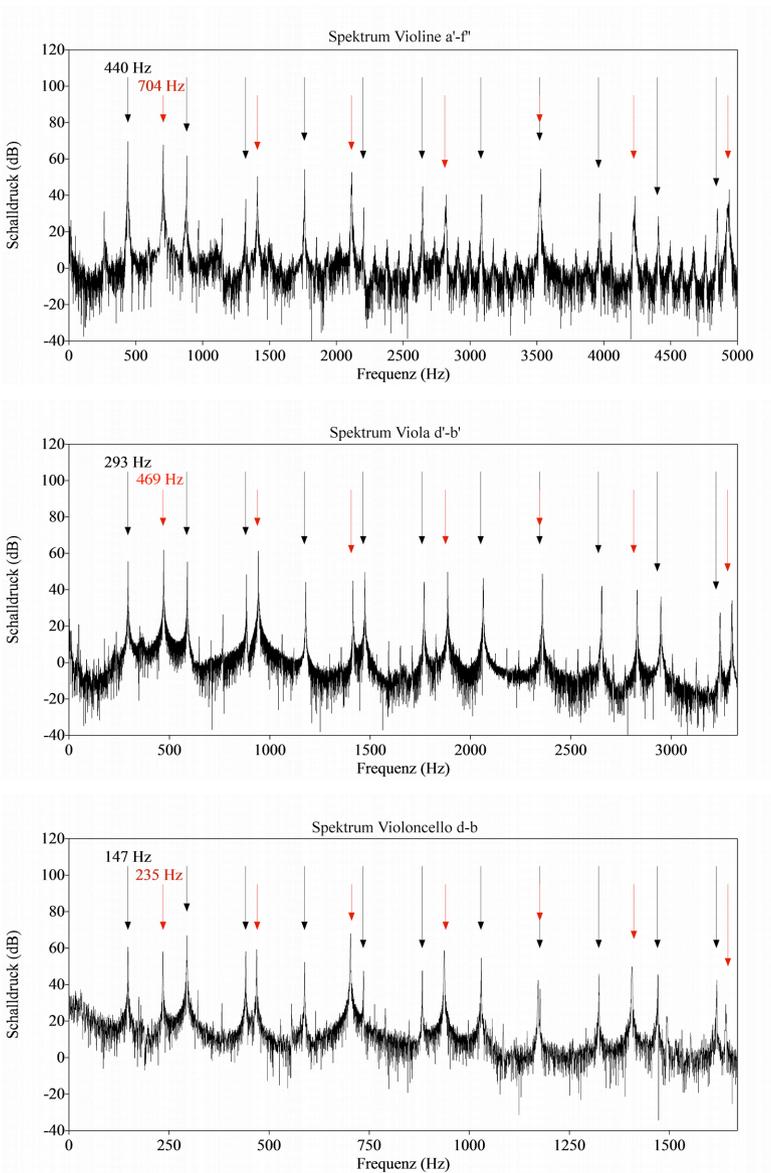


Abb. 73. Extra-aurale Kombinationstöne erzeugt durch Zweiklänge mit dem Schwingungsverhältnis 5:8, gespielt jeweils auf den beiden obersten Saiten einer Violine, einer Viola und einem Violoncello (Violine: a' und f', Viola: d' und b', Violoncello: d und b). Die Frequenzen der bezeichneten Obertöne wurden auf einen ganzzahligen Wert gerundet.

Tendenziell konnten mit ansteigender Größe des Instruments weniger extra-aurale Kombinationstöne gemessen werden. Das Spektrum des Violoncellos zeigt nur noch eine schwache Ausprägung von extra-auralen Kombinationstönen, während jene von der Violine deutlich sichtbar sind. Bei einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnissen erscheinen alle Kombinationstöne in regelmäßigem Frequenzabstand, der dem größten gemeinsamen Teiler der Primärfrequenzen entspricht (vgl. Abb. 33). Auch die Kombinationstöne von Intervallen mit einem komplexeren Schwingungsverhältnis müssen, dem allgemeinem Bildungsgesetz $K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2|$ mit p, q (natürliche Zahlen) folgend, in diesem Gitter des größten gemeinsamen Teilers erscheinen. Jedoch ist diese Gesetzmäßigkeit bei komplexeren Schwingungsverhältnissen durch eine physikalisch-materielle Grenze visuell kaum noch wahrnehmbar.

Nach Abschluss dieser Untersuchungsreihe blieb insbesondere die Frage offen, auf welche Eigenschaften der Instrumente die extra-auralen Kombinationstöne zurückzuführen sind. Gemäß Theorie müssten am Instrument Stellen zu finden sein, die Schwingungen nichtlinear übertragen und so zur Entstehung zusätzlicher Frequenzen im Klangsignal führen.

Den physikalischen Ursprung der extra-auralen Kombinationstöne zu lokalisieren ist keine leichte Aufgabe. Im Artikel *Combination Tones in Violins*⁴⁰² von 2011 wird diese Problematik genauer untersucht. Die Resultate legen nahe, dass als mögliche Quellen für extra-aurale Kombinationstöne der Stimmstock, der Steg, die Wölbung der Decke oder Eigenschaften des Holzes infrage kommen.⁴⁰³ Zudem könnte auch die Bogenkoppelung (Koppelung zweier Saiten durch den Bogen) extra-aurale Kombinationstöne erzeugen.⁴⁰⁴ Indem ein Zweiklang auf einem Streichinstrument so ausgeführt wird, dass beide Saiten mit einem eigenen Bogen simultan gestrichen werden, ist die Bogenkoppelung ausgeschaltet. Auf diese Art und Weise könnte man Streicherklänge mit und ohne Bogenkoppelung miteinander vergleichen. Diese Fragestellung wurde in dieser Arbeit aber nicht weiter untersucht.

Weiterführend könnte in diesem Kontext untersucht werden, ob die Güte eines Streichinstrumentes in irgendeiner Art mit der Ausprägung von extra-auralen Kombinationstönen korreliert. Wenngleich eine solche Untersuchung im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich war, wäre sie für Instrumentenbauer von Bedeutung.

⁴⁰² Lohri, Carral & Chatziioannou (2011).

⁴⁰³ op. cit., S. 732–735.

⁴⁰⁴ Jim Woodhouse, 2009 (Cambridge-Wien), E-mailkorrespondenz mit Sandra Carral, Thema: „Nonlinear mechanisms in string instruments“.

8.2 Zur Hörbarkeit extra-auraler Kombinationstöne

Mehrere Musiker in meinem Umfeld bestätigten, dass Kombinationstöne auf Streichinstrumenten je nach Wahl und Lage des Intervalls unterschiedliche Klangfarben aufweisen können. Daraus ergibt sich die Frage, ob extra-aurale Kombinationstöne ebenfalls zu dieser Wahrnehmung beitragen oder ob es nur die intra-auralen sind. Im Zuge dessen sollte untersucht werden, ob extra-aurale Kombinationstöne die Klangfarbe des Zweiklangs beeinflussen, ob sie gar als Klangkomponente herausgehört werden können oder ob sie lediglich messbar, aber aufgrund des Maskierungseffektes irrelevant sind für die Klangempfindung. Teilergebnisse konnten durch das folgende Experiment erwartet werden.

Als Basis wurden folgende Zweiklangaufnahmen verwendet: Eine kleine Sexte 5:8 gespielt auf der Violine, eine Naturseptime 4:7 gespielt auf einer Viola und eine kleine Terz 5:6 gespielt auf einem Violoncello. Diese drei Klänge wurden mit der Software *Jaco Visual Editor*⁴⁰⁵ bearbeitet und je drei neue, zugehörige Stimuli erzeugt, bei denen jedoch die zwischen den Partialtönen liegenden extra-auralen Kombinationstöne entfernt wurden. Übrig blieben die Teiltöne und Geräuschanteile. Kombinationstöne, die auf die Partialtöne fallen, konnten mit dieser Methode nicht herausgeschnitten werden. Dieser Schwachpunkt im Aufbau des Experiments wurde für einen ersten Untersuchungsschritt jedoch in Kauf genommen.⁴⁰⁶

Mit dem Klangbearbeitungsprogramm *Jaco Visual Editor* wurden also drei zusätzliche Klänge erzeugt, die keine extra-auralen Kombinationstöne zwischen den Partialtönen mehr aufwiesen, im Übrigen aber mit den drei originalen Klängen identisch waren (vgl. Abb. 74). Diese sechs verschiedenen Signale dienten als Material für einen Hörtest. Von allen drei Zweiklängen 5:8 (Violine), 4:7 (Viola) und 5:6 (Violoncello) wurden nun 20 Klangpaare in den Möglichkeiten original/original, original/verändert, verändert/original, verändert/verändert kombiniert.

⁴⁰⁵ Christoph Reuter & Herbert Griebel, »Jaco – High-quality sinusoid tracks and envelopes«, in: *Proceedings of the Second Vienna Talk »Bridging the Gaps«*, hrsg. von Werner Goebel, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien 2010.

⁴⁰⁶ Wie sich das Klangsignal durch die Koinzidenz von extra-auralen Kombinationstönen und Partialtönen verändert, wurde mit dem Streichmaschinen-Experiment untersucht (siehe Abschnitt 8.3).

8.2 Zur Hörbarkeit extra-auraler Kombinationstöne

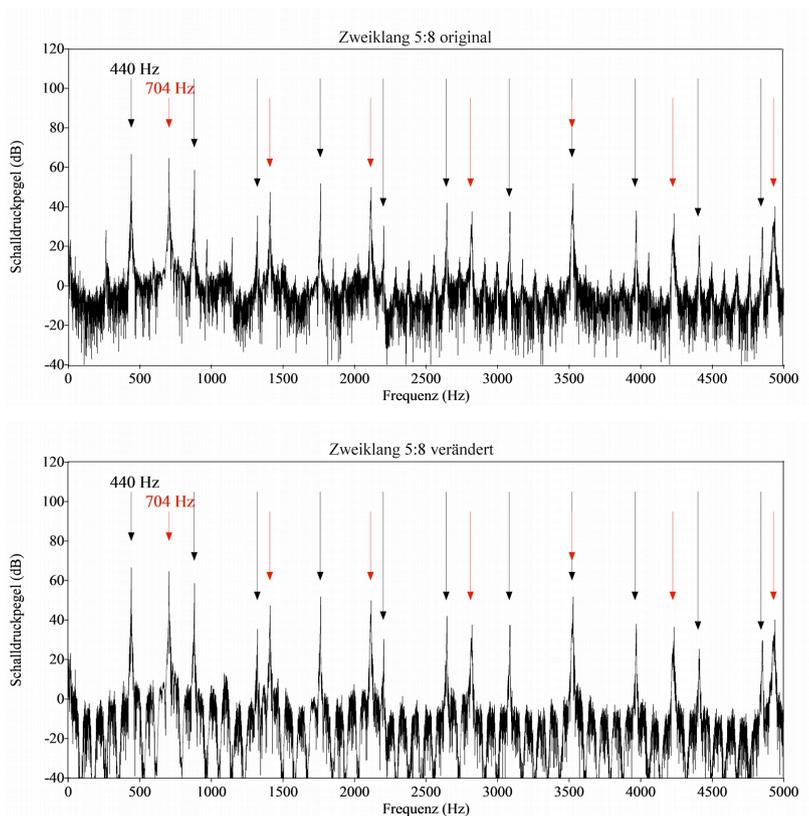


Abb. 74, Der Zweiklang 5:8 (Violine), der für den Hörtest verwendet wurde. Im oberen Fenster die originale Aufnahme, im unteren Fenster das gleiche Klangbeispiel nach der Veränderung mit dem Klangbearbeitungsprogramm *Jaco Visual Editor*.

Beim Hörtest wurden den 16 Probanden⁴⁰⁷ also insgesamt 60 Klangpaare in zufälliger Reihenfolge vorgespielt. 20 Mal kam die Sexte der Violine, 20 Mal die Septime der Viola und 20 Mal die kleine Terz des Violoncellos vor. Sie sollten urteilen, ob der erste Klang jedes Klangpaares identisch mit dem zweiten Klang war oder ob klangliche Unterschiede zu hören sind. Bei Unsicherheiten konnte das betreffende Klangpaar beliebig oft abgespielt werden,

⁴⁰⁷ Die Gruppe der Probanden bestand aus weiblichen und männlichen Musikern unterschiedlichen Alters. Fünf der Teilnehmer waren Streicherstudenten der Universität für Musik und darstellenden Kunst Wien. Die weiteren Teilnehmer spielten andere Instrumente (Klavier, Querflöte u. a.).

schlussendlich musste sich der Proband jedoch für eine der Antworten »verschieden« oder »gleich« entscheiden (2AFC-Test). Worin genau diese klanglichen Unterschiede für die Probanden bestanden, wurde nicht evaluiert. Die Resultate des Hörtests sind unterhalb in drei Kontingenztabelle abgebildet (für jedes Instrument eine Matrice). Jede Tabelle enthält also $20 \times 16 = 320$ Urteile.

Violine $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$		Antwort	
		»gleich«	»verschieden«
dargebotene Klangpaare	gleich	127	33
	verschieden	52	108

Viola $p = 0,003046$		Antwort	
		»gleich«	»verschieden«
dargebotene Klangpaare	gleich	109	51
	verschieden	82	78

Violoncello $p = 0,2371$		Antwort	
		»gleich«	»verschieden«
dargebotene Klangpaare	gleich	127	33
	verschieden	117	43

Mit diesen Werten wurde ein Chi-Quadrat-Test mit der Statistiksoftware »R« durchgeführt, um die Signifikanz der Ergebnisse zu ermitteln. Der Test ergab für die Violine einen Wert $p < 2,2 \cdot 10^{-16}$ (höchst signifikant), für die Viola $p = 0,003046$ (sehr signifikant) und für das Violoncello $p = 0,2371$ (nicht signifikant).

Die Auswertung der Daten ergab, dass bei den Violinklängen in 73 % der Fälle richtig getippt wurde. Bei der Viola lag die Trefferquote bei 58 %, beim Violoncello bei 53 %. Die Begriffe »höchst signifikant« und »sehr signifikant« bedeuten, dass eine Zufälligkeit des Ergebnisses ausgeschlossen ist, sie geben aber keinesfalls Auskunft über die tatsächliche Stärke dieser klanglichen Unterschiede, ebenso wenig wie über ihre Bedeutsamkeit in der musikalischen

Praxis. Selbst bei der Violine, wo die größten Unterschiede zwischen dem originalen und veränderten Signal bestanden,⁴⁰⁸ wurde immer noch zu 27 % falsch geurteilt, obwohl es sich bei den Testpersonen ausnahmslos um professionelle Musiker handelte. Allerdings kann vermutlich nur dann von einer musikalisch relevanten Hörwahrnehmung gesprochen werden, wenn die Fehlerquote gegen 0 % läuft. Der Test zeigt, dass die klanglichen Unterschiede zwischen den originalen und veränderten Klängen minimal waren, so klein, dass sie selbst bei optimalsten Beobachtungsbedingungen nicht immer erkannt wurden. In praktischen Musiziersituationen gibt es solche Bedingungen schlichtweg nicht. Die Testresultate sagen also nichts Konkretes über die musikalische Relevanz dieser Hörwahrnehmungen aus, doch konnte eine Korrelation zwischen dem Höreindruck und den spektralen Eigenschaften der Testklänge festgestellt werden.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

Die Messresultate extra-auraler Kombinationstöne erzeugt durch Streichinstrumente führten zu folgender Vermutung: Bei einfachen ganzzahligen Schwingungsverhältnissen könnten mit den Partialtönen zusammenfallende extra-aurale Kombinationstöne stark genug sein, um die Partialtöne in ihrer Amplitude zu verstärken. In diesem Fall könnte von einem synergetischen Effekt gesprochen werden, welcher nur dann auftritt, wenn das Schwingungsverhältnis eines Intervalls exakt getroffen würde. Wird ein solcher Effekt im Signal beobachtet, wäre anzunehmen, dass er auch perzeptorisch relevant ist.

Aus der musikalischen Praxis ist bekannt, dass konsonante Intervalle auch dann als solche erkannt (oder zurechtgehört) werden, wenn sie von ihrem zugrunde liegenden, ideellen und ganzzahligen Schwingungsverhältnis abweichen. Ein in sich ruhender, schwebungsfreier Klang stellt sich aber erst ein, wenn das Intervall exakt eingestimmt wurde.⁴⁰⁹ Wird dieser Punkt getroffen, kommt zudem der vorteilhafte Effekt dazu, dass der Klang plötzlich freier, voluminöser, voller und strahlender wirkt, als wenn merklich vom ideellen Verhältnis abgewichen wird. Konkret bedeutet dies für Musiker, dass sie mit

⁴⁰⁸ Bei der Violine sind die extra-auralen Kombinationstöne ausgeprägter als beim Violoncello und der Viola, somit ist es nachvollziehbar, dass das Entfernen dieser Töne auch einen größeren perzeptorischen Unterschied bewirkt als beispielsweise beim Violoncello.

⁴⁰⁹ Auch lassen sich auf der Geige Schwebungsphänomene beobachten. Die Schwebungsfrequenz ist gleich der Frequenzdifferenz zwischen Primär- oder Obertönen. Schwebungen können gezählt werden und lassen wie auch die Kombinationstöne Rückschlüsse auf das gegebene Schwingungsverhältnis zu.

gleichem Energieaufwand mehr Klangfülle erreichen können, wenn reine Intervalle gespielt werden. Denselben Effekt konnte ich selbst auch im zwei- oder mehrstimmigen Gesang beobachten. Rein singende Ensembles oder Chöre erreichen mehr Klangfülle als ein unrein singender Chor. In Gratzkis Buch *Die reine Intonation im Chorgesang* und in Stübers *Das Chorbuch I* wird beschrieben, wie wichtig Resonanzphänomene, Obertonkoinzidenzen und Kombinationstöne für die Qualität des Chorklangs sind.⁴¹⁰

Würde nun eine Verstärkung der Obertöne durch extra-aurale Kombinationstöne festgestellt, so könnte diese (wenn auch in kleinem Ausmaß) für das Hervortreten einfacher ganzzahliger Intervalle mitverantwortlich sein. In der bisherigen Literatur sind zu dieser Fragestellung bislang keine Untersuchungen zu finden. Da bei den Vorversuchen, die in den Jahren 2009 bis 2011 am Institut für Musikalische Akustik der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien durchgeführt wurden, extra-aurale Kombinationstöne zwischen den Teiltönen konsistent sichtbar waren und sich auch bei leichter Verstimmung des Intervalls in eine Richtung mitverschoben, konnte davon ausgegangen werden, dass ihre Energie auch dann erhalten bleibt, wenn sie mit Obertönen zusammenfallen. Um die Mechanismen eingehender zu betrachten, wurde während eines einwöchigen Forschungsaufenthalts an der Royal Academy of Technology (Departement of Speech, Music and Hearing) in Stockholm mit der Unterstützung der beiden Akustiker Matthias Demoucron und Erwin Schoonderwaldt eine Versuchsreihe durchgeführt. Ziel war festzustellen, ob ein synergetischer Effekt tatsächlich physikalisch messbar im Klangsignal vorliegt.

Absicht des folgenden Experiments war, extra-aurale Kombinationstöne eines simultanen Intervalls in seinem exakten ganzzahligen wie auch leicht bis stark verstimmt Zustand zu messen und zu überprüfen, ob folgende Annahmen bestätigt werden können: Bei deutlicher Abweichung vom einfachen Schwingungsverhältnis werden keine messbaren Kombinationstöne mit Obertönen koinzidieren. Bei leichter Abweichung könnten Koinzidenzen gegebenenfalls aufgrund sich verändernder physikalischer Bedingungen auftreten. Die meisten Koinzidenzen und somit auch der größte synergetische Effekt wären jedoch beim exakten Schwingungsverhältnis zu erwarten.

Auf einer Geige (gebaut von Claude Lebet im Jahr 2003, Kopie der Stradivari »Youssupov-Visson«, bespannt mit Prim medium Stahlsaiten) wurde auf den beiden oberen Saiten (A- und E-Saite) eine kleine Sexte eingestellt. Da die Violine normalerweise in Quinten gestimmt ist, musste die E-Saite somit um einen Halbton höher gestimmt werden (*Scordatura*). Als Referenz- und Aus-

⁴¹⁰ Bettina Gratzki, *Die reine Intonation im Chorgesang*, Bonn 1993. — Jutta Stüber, *Das Chorbuch I*, Bonn 2004, S. 318–320.

gangsintervall wurde das exakte Schwingungsverhältnis 5:8 ($a' : f'$, 440 Hz : 704 Hz) nach Gehör eingestellt und die Frequenzen auf ihre Exaktheit mit einem Stimngerät⁴¹¹ überprüft. Es zeigte sich, dass das Gehör dieses Verhältnis auf 0,5 Hz genau treffen kann. Das Intervall 5:8 wurde gewählt, weil Messungen aus Vorversuchen gezeigt hatten, dass extra-aurale Kombinationstöne hier besonders gut ausgeprägt waren.

Der obere Ton konnte nun mithilfe des Drehrädchens am Feinstimmer in minimalen Schritten in beide Richtungen verändert werden. Untersucht werden sollte der Tonbereich zwischen 700 Hz und 708 Hz. Beginnend mit 704 Hz wurde das Rädchen viermal nach rechts gedreht, der Ton stieg auf ca. 708 Hz, danach in vier Schritten nach links, was zur Absenkung der Tonhöhe zurück auf ca. 704 Hz führte. Eine weitere schrittweise Absenkung der Tonhöhe führte zu einer Frequenz mit dem Sollwert 700 Hz (die Auswertungen zeigten allerdings, dass es sich um 701 Hz handelte.) Um wieder ungefähr die Ausgangsfrequenz zu erreichen, wurde das Rädchen erneut viermal nach rechts gedreht. Die nachträgliche Spektralanalyse zeigte, dass die letzte Einstellung die Grundfrequenz 703 Hz aufwies. Der obere Ton der reinen Sexte (440 Hz : 704 Hz) lag somit auch im Experiment annähernd in der Mitte dieses durchkreuzten Frequenzbereichs. Nach jeder Veränderung des Rädchens in eine Drehrichtung wurde die dadurch erhaltene Sexte in einer etwas veränderten Stimmung von einer Streichmaschine gestrichen. Die Streichmaschine erwies sich als unverzichtbar, um den gesuchten synergetischen Effekt von menschlichen Parametern unabhängig untersuchen zu können. Eine solche *bowing machine* (siehe Abb. 75) stand in der Royal Academy of Technology in Stockholm im Departement of Speech, Music and Hearing zur Verfügung.⁴¹² Dies war auch der ausschlaggebende Grund, dieses Experiment in Stockholm durchzuführen.

⁴¹¹ Als Stimngerät wurde das Computerprogramm *Katsura Strobe Tuner* verwendet, das Hz-Werte anzeigt.

Erhältlich unter: <<http://www.katsurashareware.com/strobe/strobe.html>>

⁴¹² Die für das Experiment verwendete Streichmaschine wurde von Andreas Cronhjort im Rahmen seiner Masterarbeit 1992 entwickelt und gebaut. Andreas Cronhjort, »A computer-controlled bowing machine (MUMS)« (= *Quarterly Progress and Status Report*, Band 33), Departement for Speech, Music and Hearing, Stockholm 1992. — Erwin Schoonderwaldt, *Mechanics and acoustics of violin bowing* [Dissertation], School of Computer Science and Communication, Royal Academy of Technology, Stockholm 2009.



Abb. 75, Bowing machine (Streichmaschine) vom Department of Speech, Music and Hearing an der Royal Academy of Technology in Stockholm, hier mit einer eingespannten Violine.

Die Streichmaschine ermöglichte einen konstanten Bogenstrich, der durch die drei Parameter Bogengeschwindigkeit, Bogendruck und Kontaktstelle (Abstand des Bogens vom Steg) definiert werden konnte. Für das Experiment wurde ein Bogenstrich gewählt, welcher eine Geschwindigkeit von 20 cm/s und einen Bogendruck von 0,6 N aufwies. Die Kontaktstelle (innere Bogenkante) lag 25 mm vom Steg entfernt. Diese Einstellung der Parameter erzeugte einen Strich, der einen in echt gespielten Zweiklang sehr gut imitierte. Beim Bogen handelte es sich um einen Karbonbogen.

Jedes eingestellte Intervall wurde von der Streichmaschine zwölfmal gestrichen (je sechsmal einen Abstrich bzw. Aufstrich). Für die Auswertung wurden jedoch nur die sechs Aufstriche verwendet, da diese aufgrund physikalischer Mechanismen einen konstanteren Klang erzeugen als Abstriche. Für die Aufnahme wurde ein omnidirektionales Minimikrofon durch das f-Loch ins Innere des Violinkorpus gehängt. Die Abschirmung des Mikrofons durch den Korpus hielt den Geräuschpegel, der von der Streichmaschine herrührte, gering. Die Abstrahlcharakteristik der Geige war dadurch ausgeblendet. Ziel war für diese Untersuchung aber nicht, ein repräsentatives Klangspektrum der betreffenden Geige zu ermitteln, sondern die Position des Mikrofons während der Messungen nicht zu verändern. Auf diese Art und Weise konnte

sichergestellt werden, dass Amplitudenveränderungen mit der Verstimmung der oberen Saite und nicht mit der Abstrahlung zusammenhängen. Ein zweites Mikrofon wurde außerhalb der Geige direkt vor einem der F-Löcher installiert (siehe Abb. 75), um bei Bedarf auf Messdaten zurückgreifen zu können, die außerhalb der Geige ermittelt wurden. Als Datenmaterial wurden schlussendlich nur die Aufnahmen jenes Mikrofons verwendet, das innerhalb der Geige angebracht worden war. Die Messdaten wurden mit einer Spektralanalyse (FFT) bei einer Abtastrate von 44.100 Hz und einer Fenstergröße von 44.100 Abtastwerten ausgewertet. Von jedem Strich wurde genau eine Sekunde analysiert. Die ersten drei Zehntelsekunden des Einschwingvorgangs wurden nicht analysiert.

Die Teiltöne des oberen Tons zu untersuchen, der während des Experiments umgestimmt wurde, hätte deutlich mehr Schwierigkeiten bei der Auswertung bereitet. Der untere Ton hingegen wurde während des ganzen Versuchsablaufs nicht verändert und eignete sich deutlich besser, um den Amplitudenverlauf durch die verschiedenen Verstimmungsstufen zu beobachten. Es handelte sich bei diesem Ton um die leere A-Saite mit 440 Hz. Deren 12 erste Teiltöne sollten durch das Experiment hindurch grundsätzlich stabil in ihrer Frequenz bleiben. Minimale Frequenzveränderungen, die durch veränderte Spannungsverhältnisse am Instrument zustande kommen, wenn die obere Saite umgestimmt wird, konnten im Vorfeld nicht ausgeschlossen werden.

Abb. 76 zeigt die Amplitudenveränderungen der A-Saite in Abhängigkeit von der veränderten Grundfrequenz des oberen Tons (f''). Das Intervall, mit dem das Experiment gestartet wurde (440 Hz : 704 Hz), diente als Referenz und erhielt den Wert 0 dB. Die folgenden Intervalle zeigen, um wie viel sich die Amplitude im Vergleich zum Ausgangsintervall jeweils änderte. Die Linien (grün, blau oder rot) verbinden die Mittelwerte der Amplituden, die bei jedem der eingestellten Intervalle gemessen wurden. Der Mittelwert repräsentiert die Durchschnittsamplitude von sechs Aufstrichen pro Durchgang. Die Reihenfolge der Verstimmungsstufen ist in den Grafiken folgendermaßen zu verstehen: Start bei 704 Hz, (1) Anheben des Tons auf den Sollwert 708 Hz (grüner Streckenzug), (2) Absenken auf den Sollwert 700 Hz (blauer Streckenzug), (3) Anheben zurück zum Ausgangswert 704 Hz (roter Streckenzug). Das Einfärben der Streckenzüge dient der Identifizierung direkt hintereinander eingestellter Intervalle und ermöglicht somit eine Differenzierung zwischen Amplitudenveränderungen, die auf das Umstimmen der Geige zurückzuführen sind und solchen, deren Ursache anderswo liegt, z. B. im Auftreten von extra-auralen Kombinationstönen.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

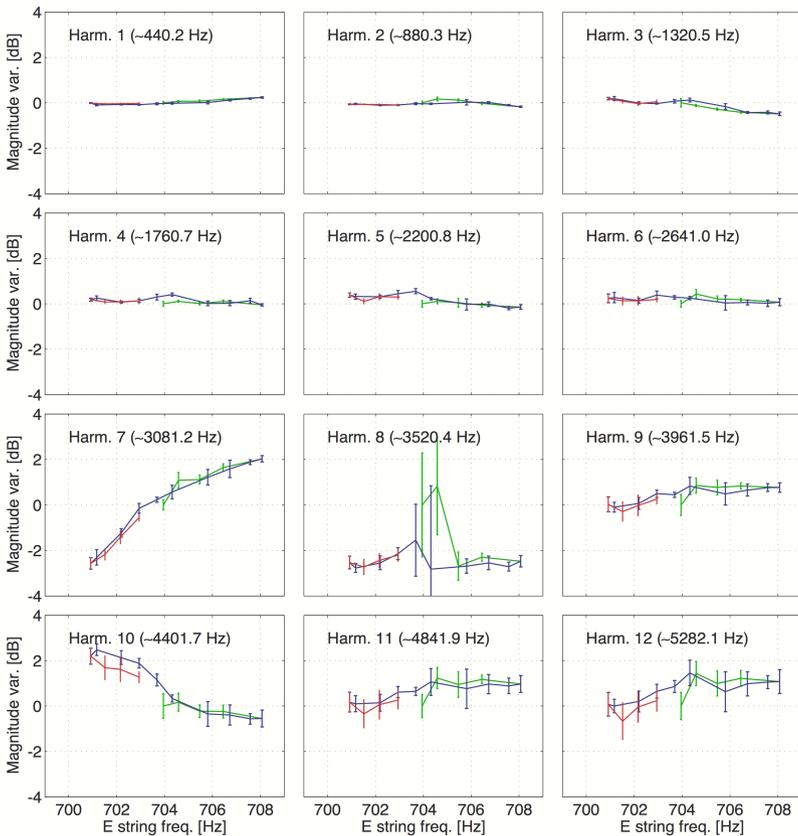


Abb. 76, Amplitudenveränderungen (y-Achse) der ersten 12 Teiltöne der a'-Saite in Abhängigkeit der Spannungsveränderungen (Verstimmung) der oberen Saite (Ton f'). Die senkrechten Balken geben die Standardabweichung des jeweiligen Mittwerts von sechs wiederholten Bogenstrichen an. Vergleichsbasis (0 dB) für die Mittelwerte waren die Messdaten des Ausgangsintervalls 440 Hz : 704 Hz, mit dem das Experiment gestartet wurde. Die Mittelwerte wurden mit einer Linie verbunden. Versuchsverlauf: Start bei 704 Hz, (1) vier Einstellungen durch Anhebung des Tons (grüner Streckenzug), (2) schrittweise Absenkung des Tons bis zum Sollwert 708 Hz (blauer Streckenzug), (3) schrittweise Anhebung der Tonhöhe zurück zum ungefähren Ausgangswert bei 704 Hz (roter Streckenzug).

In Abb. 76 zeigen die ersten sechs Teiltöne des Tons a' (440 Hz) einen ähnlichen Verlauf ohne merkliche Amplitudenausschläge. Wenn überhaupt von einem synergetischen Effekt um $y = 704$ Hz die Rede sein kann, dann fällt dieser mit maximal 0,5 dB sehr klein aus. Bei den Harmonischen 7 bis 12 hingegen sind größere Amplitudenschwankungen und Standardabweichun-

gen sichtbar, jedoch manifestieren sich diese nicht in dem gesuchten synergetischen Effekt.

Bemerkenswert ist das gegenläufige Verhalten zwischen dem 7. und 10. Teilton. Der Verlauf ist annähernd linear auf- bzw. absteigend. Diese Amplitudenveränderungen könnten auf die sich verändernden Spannungsverhältnisse der Saiten und der Geige zurückzuführen sein, die sich auf die Resonanzeigenschaften der Geige auswirken. Durch den sich verändernden Druck oder Zug auf das Holz verschieben sich die Formanten⁴¹³ des Instruments möglicherweise leicht, wodurch auch die Amplitude einzelner Teiltöne beeinflusst wird. Die These, dass Formanten für diesen Sachverhalt verantwortlich sind, würde erklären, weshalb nur zwei der untersuchten Teiltöne davon betroffen sind.

Beim 8. Teilton (3.520 Hz) fallen die hohen Ausschläge auf. Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei diesem Teilton um einen speziellen Fall; wird das exakte Intervall 5:8 dargeboten, koinzidiert der 8. Teilton nicht nur mit Kombinationstönen, sondern auch mit dem 5. Teilton des höheren Tons ($8 \times 440 \text{ Hz} = 5 \times 704 \text{ Hz}$). Für die erhöhte Standardabweichung mit zunehmender Exaktheit des Schwingungsverhältnisses 5:8 wurde keine eindeutige Erklärung gefunden. Es könnte möglicherweise daran liegen, dass die Phasengänge der sechs von der Streichmaschine produzierten Klängen unterschiedlich ausfielen, sodass sich die beiden koinzidierenden Obertöne durch ihre Interferenz manchmal addieren, manchmal abschwächen. Die Detailansicht der Frequenzspitzen bei 3.520 Hz zeigt sechs wiederholte Aufstriche (Abb. 77). Sie verdeutlicht, dass die Amplituden der sechs Messungen nicht jedes Mal gleich ausfielen. Bei der Einstellung mit dem Reinintervall 440 Hz : 704 Hz ist die Standardabweichung von $\sim 5 \text{ dB}$ zwischen dem zweiten und vierten Plot ersichtlich.

Das Interferenzphänomen zwischen zwei koinzidierenden Teiltönen könnte analog auch zwischen einem Teilton und extra-auralen Kombinationstönen auftreten. Die Konsequenz daraus wäre, dass extra-aurale Kombinationstöne nicht ausschließlich zu einer Verstärkung, sondern gegebenenfalls auch zu einer Abschwächung der Teiltonamplituden führen.

⁴¹³ Zu den Formanten der Geige: Hall (1997), Abschnitt 11.4 *Klangabstrahlung der Saiteninstrumente*, S. 227–332.

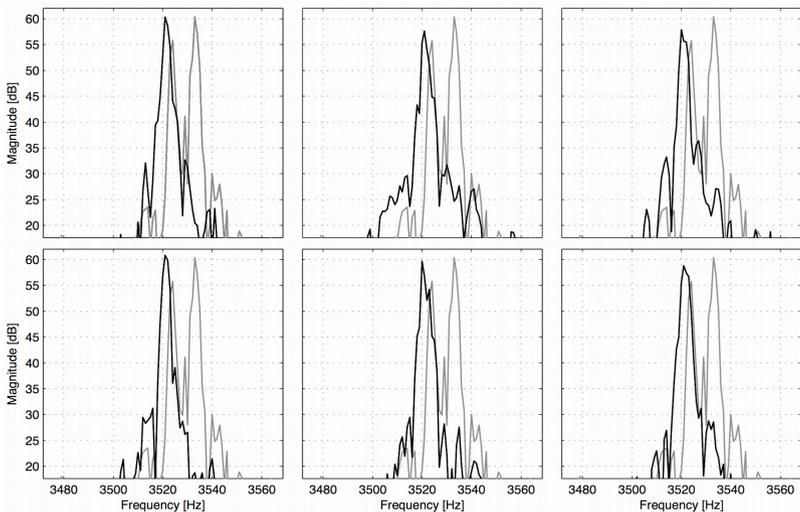


Abb. 77, Detailansicht der Amplituden des 8. Teiltons von sechs Aufstrichen zweier verschiedener Einstellungen: Schwarze Konturen mit 704 Hz, graue Konturen mit 707 Hz. Der 8. Teilton ist ein Spezialfall. Er koinzidiert bei Erreichen des Reinintervalls 5:8 mit dem 5. Teilton des höheren Tons ($8 \times 440 \text{ Hz} = 5 \times 704 \text{ Hz}$). Die divergierenden Amplitudenhöhen bei der Einstellung 704 Hz (schwarze Kontur) können verschiedene Ursachen haben.

Die Beobachtungen aus Abb. 76 und Abb. 77 lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Die Messdaten zeigen keinen deutlichen synergetischen Effekt beim ideellen Verhältnis 5:8 ($440 \text{ Hz} : 704 \text{ Hz}$).
2. Die ersten sechs Teiltöne des Tons a' reagieren in ihrer Amplitude kaum auf die Umstimmungen des oberen Tones f'' .
3. Beim siebten Teilton hingegen (3.080 Hz) ist ein markanter Anstieg der Amplitude in Abhängigkeit der Erhöhung des Tones f'' zu beobachten.
4. Der zehnte Teilton (4.400 Hz) reagiert genau umgekehrt, seine Amplitude wurde mit dem Frequenzanstieg von f'' schwächer.
5. Der 8. Teilton stellt einen Spezialfall dar. Seine hohe Standardabweichung im Bereich von 704 Hz ist auf den Zusammenfall von zwei Teiltönen zurückzuführen ($8 \times 440 \text{ Hz} = 5 \times 704 \text{ Hz}$). Selbst bei einer Streichmaschine kann nicht jeder Bogenstrich gleich ausfallen. Es können Unterschiede in den Phasenverhältnissen auftreten.

Ergänzend zur Analyse der Amplitudenveränderungen lohnt sich der Blick auf das Wandern einer Frequenzspitze eines extra-auralen Kombinationstons, wenn er sich einem Teilton oder einem anderen Kombinationston nähert, beim Verhältnis 440 Hz : 704 Hz mit ihm koinzidiert und sich wieder entfernt.

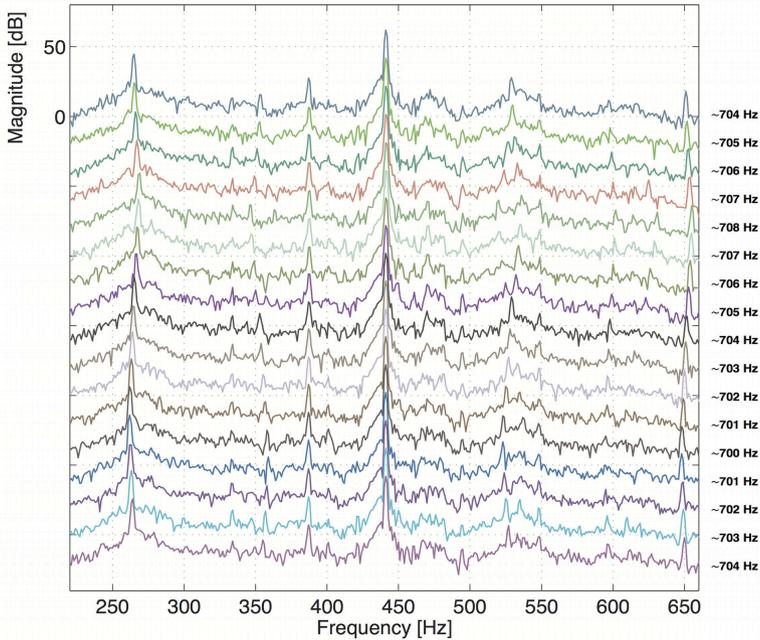


Abb. 78, Frequenzspektrum mit Fokus auf den ersten Teilton (440 Hz). Jede Frequenzkurve entspricht dem Spektrum eines Durchgangs mit der jeweiligen Stimmung, die rechterhand angegeben ist. Links, bei ca. 264 Hz, befindet sich ein markanter extra-auraler Kombinationston, der als Differenz $f_1 - f_2$ beschrieben werden kann (704 Hz – 440 Hz).

Jede der folgenden Abbildungen zeigt einen Spektrumausschnitt mit Fokussierung auf einen der Teiltöne von 440 Hz. Es handelt sich um das identische Datenmaterial wie in Abb. 76. Während dort jedoch nur die Amplitudenveränderungen des untersuchten Teiltons dargestellt sind, zeigen die nachfolgenden Abbildungen die Teiltöne in ihrer Umgebung. Primäres Ziel war, zusätzliche Informationen zu gewinnen, wie sich messbare Kombinationstöne verhalten, wenn sie sich durch Verstimmung einem Teilton nähern. Zudem sind die Spektren von insgesamt 17 verschiedenen Höheneinstellungen des oberen Tons jeweils übereinander geschichtet. Die Daten sind von oben

nach unten zu lesen, wenn man den Versuchsablauf verfolgen möchte. Das Experiment startet mit der Einstellung des exakten Verhältnisses 440 Hz : 704 Hz (blau-grüne Linie zuoberst). Dann wird die Tonhöhe des höheren der beiden Töne stufenweise erhöht (hellgrün, grün, hellbraun, grün). Bei der Zielfrequenz angekommen, wird die obere Saite wieder schrittweise etwas entspannt. Die Frequenz durchläuft wiederum den Ausgangswert und man gelangt zur Zielfrequenz 700 Hz (grau-braune Linie). Schließlich wird die Saite wieder schrittweise auf den Ausgangswert 704 Hz (hellviolette Linie) gespannt.

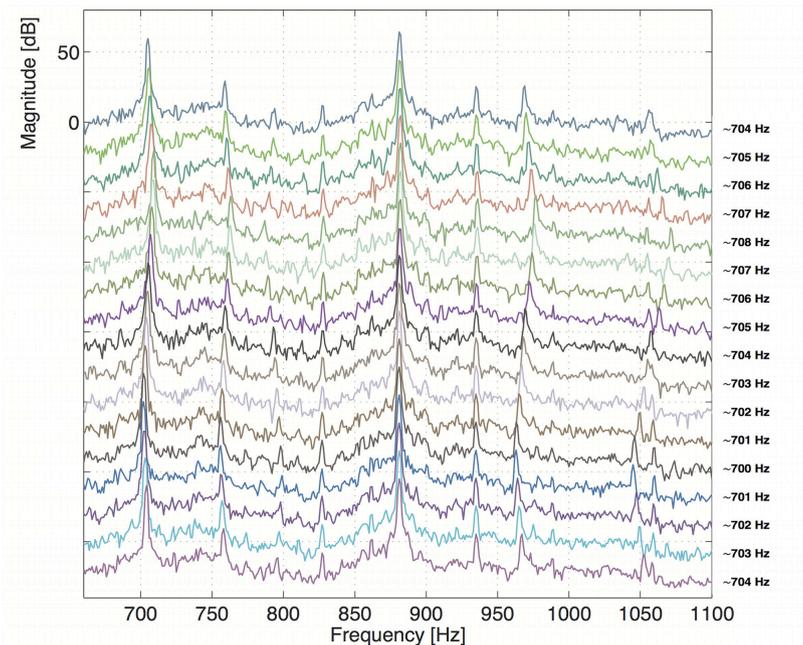


Abb. 79, Frequenzspektrum mit Fokus auf den zweiten Teilton (880 Hz). In diesem Plot repräsentieren alle restlichen Frequenzspitzen extra-aurale Kombinationstöne – außer 704 Hz als erster Teilton des oberen Tons.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

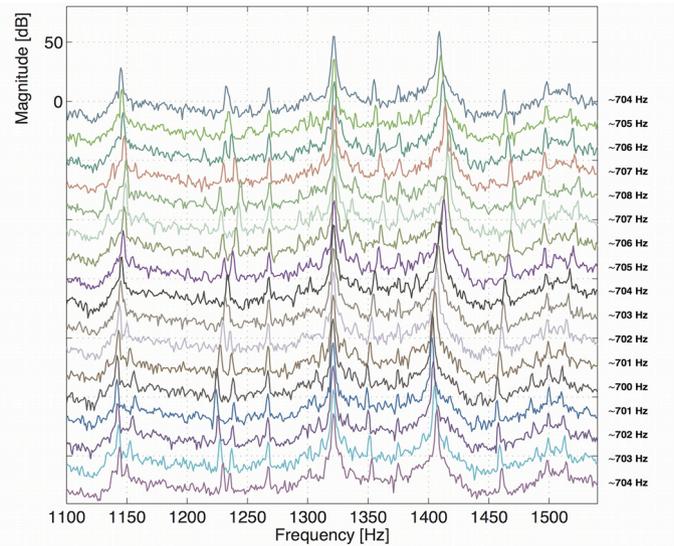


Abb. 80, Frequenzspektrum mit Fokus auf den dritten Teilton (1.320 Hz).

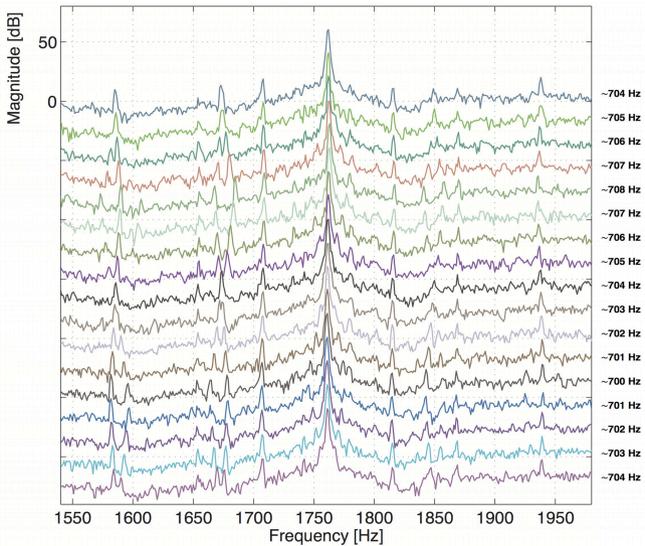


Abb. 81, Frequenzspektrum mit Fokus auf den vierten Teilton (1.760 Hz).

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

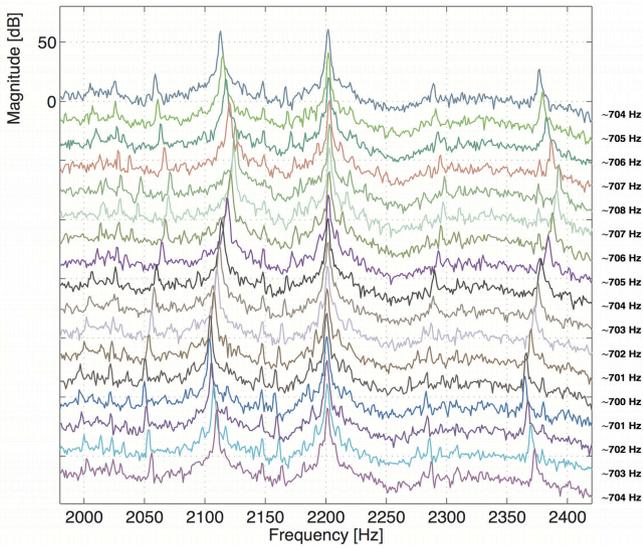


Abb. 82, Fünfter Teilton (2.200 Hz) mit Umgebung.

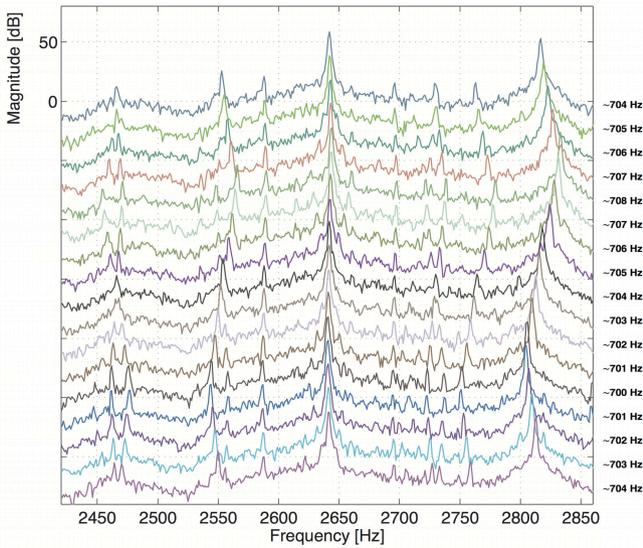


Abb. 83, Sechster Teilton (2.640 Hz) mit Umgebung.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

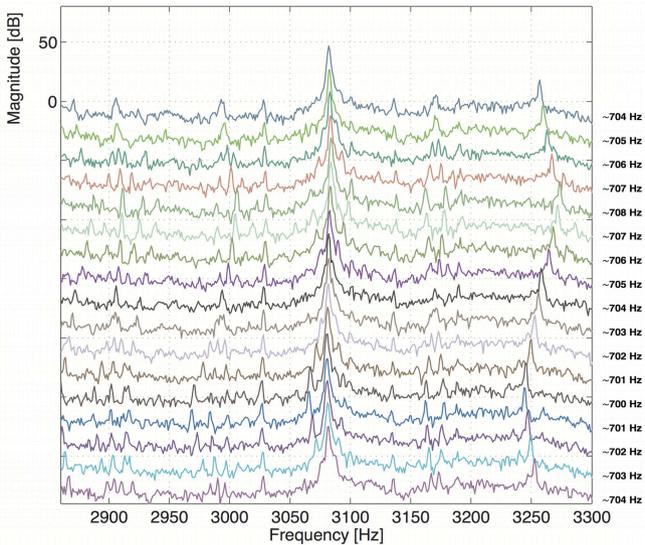


Abb. 84, Siebter Teilton (2.080 Hz) mit Umgebung.

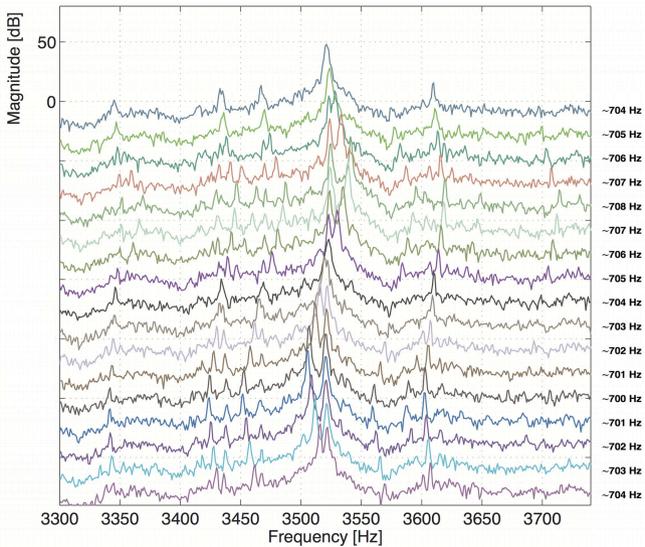


Abb. 85, Achter Teilton (3.520 Hz) mit Umgebung. Zusammenfall mit dem fünften Teilton des höheren Tons (5×704 Hz). Aus einem gemeinsamen Peak entsteht mit zunehmender Verstärkung eine Aufgabelung in zwei Frequenzspitzen. Die Koinzidenzen sind dann perfekt, wenn der obere Ton genau 704 Hz misst.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

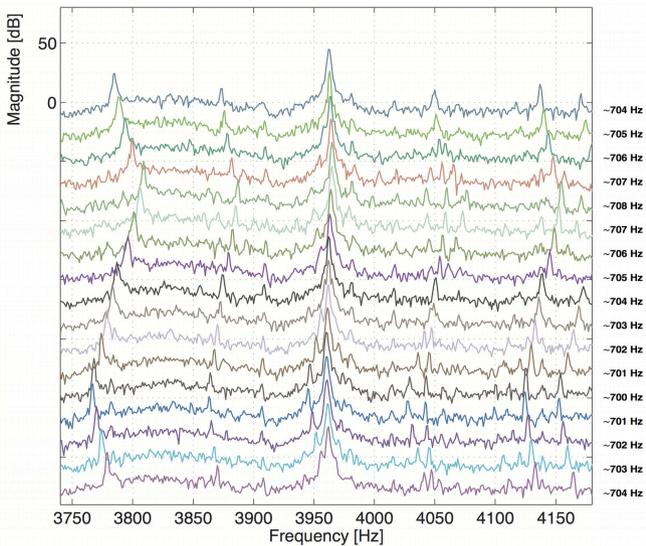


Abb. 86, Neunter Teilton (3.960 Hz) mit Umgebung.

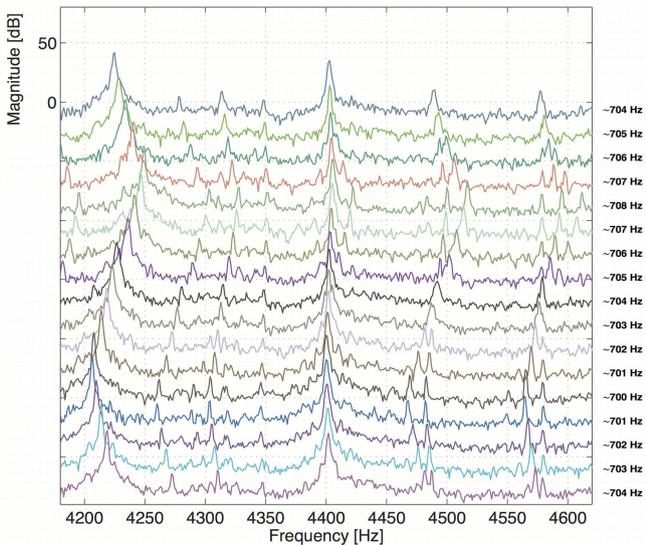


Abb. 87, Zehnter Teilton (4.400 Hz) mit Umgebung. Bei ~4480 Hz und ~4560 Hz sind extra-aurale Kombinationstöne zu beobachten, die bei Verstimmung ausschlagen. Es handelt sich offenbar um eine Überlagerung mehrerer Kombinationstöne (mindestens zwei).

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

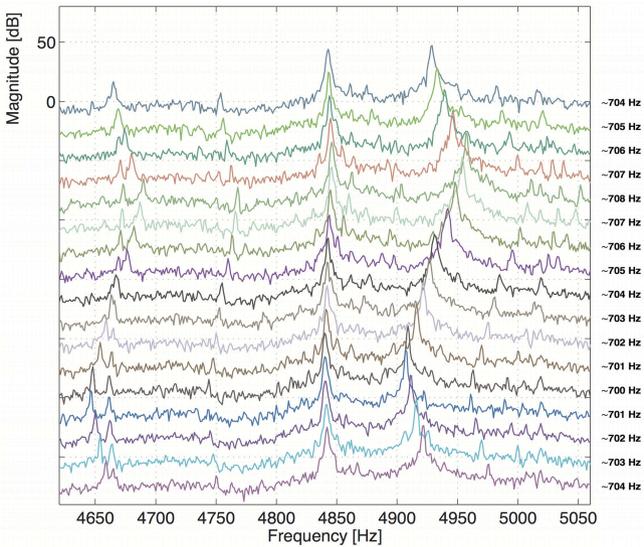


Abb. 88, Elfter Teilton (4.840 Hz) mit Umgebung.

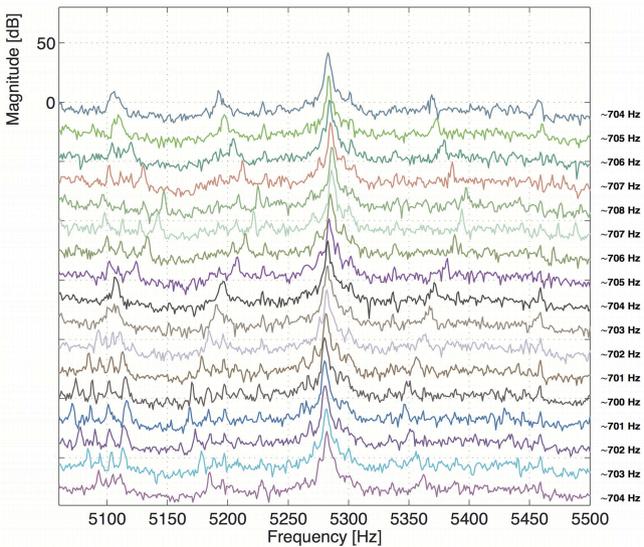


Abb. 89, Zwölfter Teilton (5.280 Hz) mit Umgebung.

Der Zusammenfall von extra-auralen Kombinationstönen und Teiltönen bei exakten Schwingungsverhältnissen und entsprechend deren Separierung bei Verstimmung sind nicht in allen Abbildungen sichtbar. Am besten zu sehen ist der Sachverhalt in Abb. 84, Abb. 86, Abb. 87 und Abb. 88. Linker- und rechterhand des jeweiligen beobachteten Teiltönen ist mindestens ein Kombinationston erkennbar, der mit ansteigender Exaktheit des Schwingungsverhältnisses 5:8 auf der Flanke des Teiltönen nach oben wandert, bis er mit ihm verschmilzt und nicht mehr separat sichtbar ist. Der Zusammenfall und die Ausscherung zweier extra-auraler Kombinationstöne oder zweier Teiltöne sind in Abb. 80, Abb. 83, Abb. 87 und Abb. 88 gut zu beobachten. Koinzidenzen treten insbesondere beim obersten Spektrum, dem untersten und dem mittigen auf, da diese drei den Zielwert 704 Hz repräsentieren.

Wie bereits eingehend erläutert, sind die extra-auralen Kombinationstöne, die in diesen Abbildungen sichtbar sind, generell zu schwach, um herausgehört werden zu können. Bedeutsam ist jedoch, dass sich extra-aurale Kombinationstöne mathematisch weitgehend gleich verhalten wie intra-aurale. Beide Arten wurden durch die Gleichung $K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2|$ mit p, q (natürliche Zahlen) beschrieben. Die vorliegenden Messungen führen jedoch vor Augen, dass extra-aurale Kombinationstöne auch auf Frequenzen auftreten, die dieses Gesetz sprengen. Gemäß obiger Gleichung könnten extra-aurale Kombinationstöne im untersuchten Fall in ihrem idealen Verhältnis 440 : 704 Hz nur in einem Raster von jeweils 88 Hz Abstand auftreten. Die Plots zeigen jedoch eine andere Situation. Fügt man alle Abbildungen aneinander (siehe Abb. 90) wird das Raster von 88 Hz fast lückenlos sichtbar, zusätzlich treten aber weitere extra-aurale Kombinationstöne auf, die nochmals ein feinmaschigeres Netz bilden. Auch diese Frequenzen scheinen einer Regelmässigkeit zu folgen, die mit Ganzzahligkeit zusammenhängt.

Zudem zeigt diese letzte Perspektive, dass extra-aurale Kombinationstöne bei Zweiklängen auf der Geige kein Zufallsprodukt, sondern fester Bestandteil des Signals sind. Für Geigenbauer wäre es bedeutsam herauszufinden, ob ausgeprägte messbare Kombinationstöne ein Merkmal von qualitativ hochwertigen Instrumenten sind, oder ob es sich genau gegenteilig verhält.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

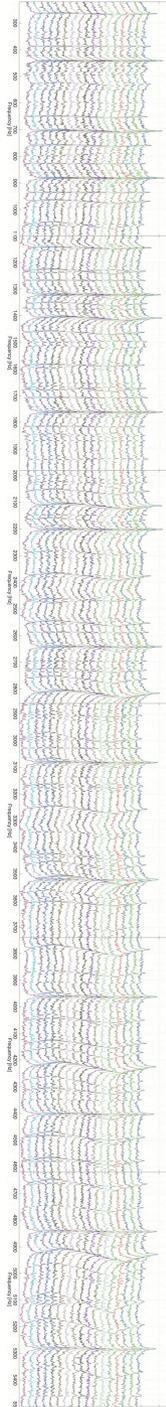


Abb. 90, Durch die Aneinanderreihung der Abbildungen 78 bis 89 erhält man ein Gesamtbild über die Veränderungen im Spektrum bis 5500 Hz. Bemerkenswert ist der Aspekt, dass Teilöne und extra-aurale Kombinationstöne bei zwei Primartönen mit den Frequenzen 440Hz und 704 Hz fast ausnahmslos in Abständen von jeweils 88 Hz erscheinen. Zusätzlich können sie in näheren Abständen auftreten, was das Bildungsgesetz $K_{nq} = |qf_1 \pm pf_2|$ mit p, q (natürliche Zahlen) sprengt.

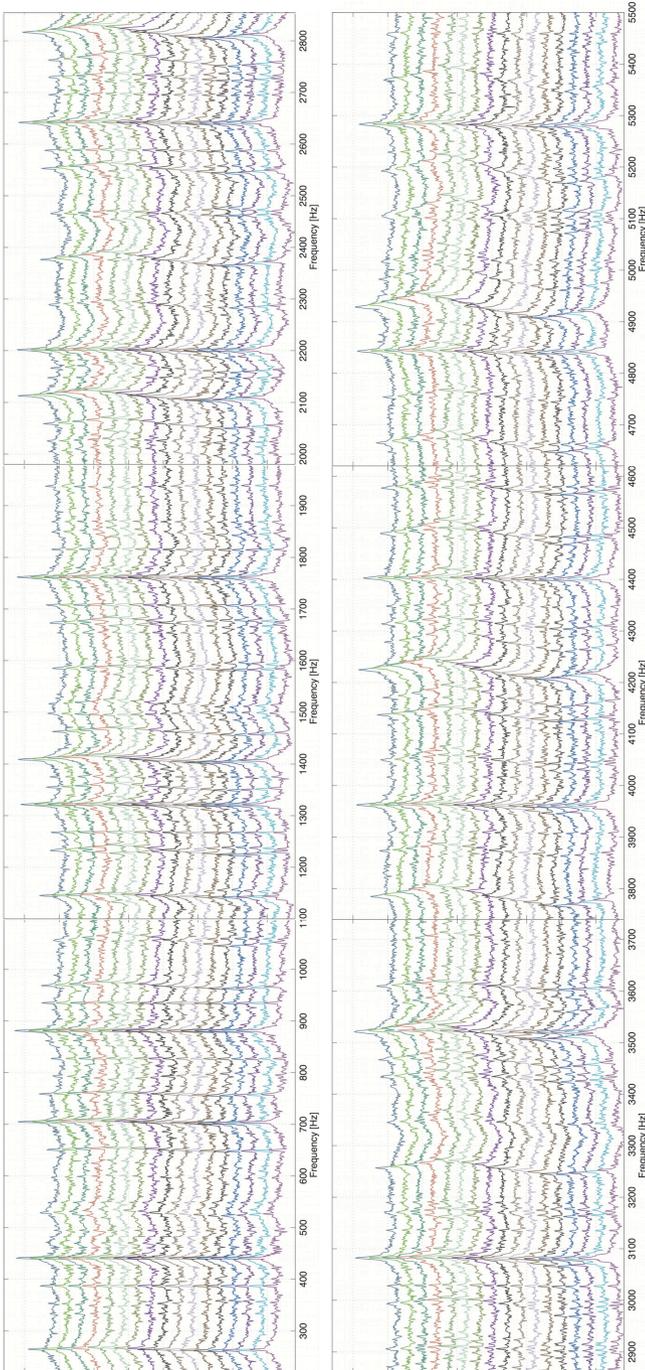


Abb. 91, Dasselbe Spektrum wie in Abb. 90, jedoch zur detaillierteren Ansicht aufgesplittet in zwei Bahnen. Die 88 Hz-Abstände der extra-auralen Kombinationstöne sind z. B. im Bereich zwischen den Teilönen 4400 und 4840 Hz besonders deutlich erkennbar (4488, 4576, 4664 und 4752 Hz). In den Bereichen zwischen 600 und 1000 Hz, 1200 und 1500 Hz oder 2500 und 3200 Hz sind Kombinationstöne in engeren Abständen sichtbar, wobei sie aber ebenfalls nicht willkürlich, sondern in einer gewissen Ordnung auftreten, die es genauer zu untersuchen gälte.

Für die Interpretation der Abb. 90 und Abb. 91 ist die Tonmatrix (vgl. Abschnitt 4.3) hilfreich. Der abgebildete Bereich liefert Frequenzwerte, die im Sinne der Differenz- und Summationstonbildung auftreten können. Bis 4576 Hz bilden sie eine komplette Kombinationstonreihe. Mit einem entsprechend größer ausgewählten Bereich könnte diese Grenze beliebig nach oben verschoben werden.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Tonmatrizen des Ausgangsintervalls 440 Hz : 704 Hz (Abb. 92) sowie die maximalen Abweichungen davon, 440 Hz : 700 Hz (Abb. 93) und 440 : 708 Hz (Abb. 94). Wie erwähnt, reicht das Modell nicht aus, um alle im Experiment gemessenen extra-auralen Kombinationstöne zu beschreiben, jedoch soll es zur Diskussion der vorhandenen Theorien anregen.

Die Nützlichkeit der Tonmatrix lässt sich anhand eines Beispiels verdeutlichen: In Abb. 80 ist in der Nähe von 1230 Hz ein Kombinationston zu sehen, der sich bei Verstimmung des Intervalls 5:8 aufspaltet. In der Tonmatrix von 440 Hz : 704 Hz findet sich der Wert 1232 Hz, der am nächsten an die obige Schätzung herankommt (vgl. Abb. 92). Dieser Wert tritt zudem viermal im abgebildeten Bereich auf, nämlich als D_{32} , D_{26} , $D_{8,10}$ sowie als $D_{7,14}$. Vergleicht man diese Differenzöne in den beiden anderen Tonmatrizen (Abb. 93 und Abb. 94), stößt man auf acht verschiedene Frequenzen: 1200, 1220, 1240 und 1260 in Abb. 93 und 1204, 1224, 1244 und 1260 in Abb. 94. Diese Werte zeigen bezüglich Frequenzveränderungen dieselben Tendenzen wie die Messung und erklären auch die Aufspaltung des betreffenden Kombinationstons, jedoch entspringen sie einer ideellen Berechnung. Von einer genauen Übereinstimmung der Frequenzwerte zwischen Messung und Tonmatrix kann nicht ausgegangen werden. Wenn man einen direkten Zusammenhang zwischen den Frequenzwerten der Tonmatrix und der experimentell erhaltenen Werte in Erwägung ziehen möchte, eignen sich die Kombinationstöne D_{32} , D_{26} besser als $D_{8,10}$ und $D_{7,14}$, um das physikalische Phänomen zu beschreiben.

7040	6336	5632	4928	4224	3520	2816	2112	1408	704	0
6600	5896	5192	4488	3784	3080	2376	1672	968	264	440
6160	5456	4752	4048	3344	2640	1936	1232	528	176	880
5720	5016	4312	3608	2904	2200	1496	792	88	616	1320
5280	4576	3872	3168	2464	1760	1056	352	352	1056	1760
4840	4136	3432	2728	2024	1320	616	88	792	1496	2200
4400	3696	2992	2288	1584	880	176	528	1232	1936	2640
3960	3256	2552	1848	1144	440	264	968	1672	2376	3080
3520	2816	2112	1408	704	0	704	1408	2112	2816	3520
3080	2376	1672	968	264	440	1144	1848	2552	3256	3960
2640	1936	1232	528	176	880	1584	2288	2992	3696	4400
2200	1496	792	88	616	1320	2024	2728	3432	4136	4840
1760	1056	352	352	1056	1760	2464	3168	3872	4576	5280
1320	616	88	792	1496	2200	2904	3608	4312	5016	5720
880	176	528	1232	1936	2640	3344	4048	4752	5456	6160
440	264	968	1672	2376	3080	3784	4488	5192	5896	6600
0	704	1408	2112	2816	3520	4224	4928	5632	6336	7040

Abb. 92, Tonmatrix des reinen Intervalls 5:8 bzw. 440 Hz : 704 Hz.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

7040	6340	5640	4940	4240	3540	2840	2140	1440	740	40
6600	5900	5200	4500	3800	3100	2400	1700	1000	300	400
6160	5460	4760	4060	3360	2660	1960	1260	560	140	840
5720	5020	4320	3620	2920	2220	1520	820	120	580	1280
5280	4580	3880	3180	2480	1780	1080	380	320	1020	1720
4840	4140	3440	2740	2040	1340	640	60	760	1460	2160
4400	3700	3000	2300	1600	900	200	500	1200	1900	2600
3960	3260	2560	1860	1160	460	240	940	1640	2340	3040
3520	2820	2120	1420	720	20	680	1380	2080	2780	3480
3080	2380	1680	980	280	420	1120	1820	2520	3220	3920
2640	1940	1240	540	160	860	1560	2260	2960	3660	4360
2200	1500	800	100	600	1300	2000	2700	3400	4100	4800
1760	1060	360	340	1040	1740	2440	3140	3840	4540	5240
1320	620	80	780	1480	2180	2880	3580	4280	4980	5680
880	180	520	1220	1920	2620	3320	4020	4720	5420	6120
440	260	960	1660	2360	3060	3760	4460	5160	5860	6560
0	700	1400	2100	2800	3500	4200	4900	5600	6300	7000

Abb. 93, Tonmatrix von 440 Hz : 700 Hz.

8.3 Synergetische Effekte durch extra-aurale Kombinationstöne

7040	6332	5624	4916	4208	3500	2792	2084	1376	668	40
6600	5892	5184	4476	3768	3060	2352	1644	936	228	480
6160	5452	4744	4036	3328	2620	1912	1204	496	212	920
5720	5012	4304	3596	2888	2180	1472	764	56	652	1360
5280	4572	3864	3156	2448	1740	1032	324	384	1092	1800
4840	4132	3424	2716	2008	1300	592	116	824	1532	2240
4400	3692	2984	2276	1568	860	152	556	1264	1972	2680
3960	3252	2544	1836	1128	420	288	996	1704	2412	3120
3520	2812	2104	1396	688	20	728	1436	2144	2852	3560
3080	2372	1664	956	248	460	1168	1876	2584	3292	4000
2640	1932	1224	516	192	900	1608	2316	3024	3732	4440
2200	1492	784	76	632	1340	2048	2756	3464	4172	4880
1760	1052	344	364	1072	1780	2488	3196	3904	4612	5320
1320	612	96	804	1512	2220	2928	3636	4344	5052	5760
880	172	536	1244	1952	2660	3368	4076	4784	5492	6200
440	268	976	1684	2392	3100	3808	4516	5224	5932	6640
0	708	1416	2124	2832	3540	4248	4956	5664	6372	7080

Abb. 94, Tonmatrix von 440 Hz : 708 Hz.

8.4 Zusammenfassung der Experimente

Einen Kontrast zur historisch-theoretischen Untersuchung der Kombinationstöne bildeten die Messungen von extra-auralen Kombinationstönen an Streichinstrumenten am Institut für Musikalische Akustik der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien. Dass Kombinationstöne auch extra-aural entstehen können, wurde in den letzten Jahrzehnten wenig diskutiert und untersucht. Ziel war, aus den Messdaten mehr über die physikalischen Eigenschaften der extra-auralen Kombinationstöne zu erfahren. Ob die messbaren Kombinationstöne auch für den Höreindruck maßgebend sind, konnte nur partiell untersucht werden. Weil intra-aurale Kombinationstöne auf Frequenzen fallen, auf denen die extra-auralen ebenfalls auftreten können, ist es technisch herausfordernd, diese beiden Phänomene getrennt voneinander zu untersuchen und damit schwer festzustellen, wie groß ihr Anteil an der Gesamtwirkung ist. Die Ergebnisse eines eigens entwickelten und durchgeführten Hörtests mit 16 Musikern zeigten, dass sich der Effekt der extra-auralen Kombinationstöne nur minimal auf die Klangwahrnehmung auswirkt. Schwachstelle des Tests war, dass gerade diese Kombinationstöne, die auf die Partialtöne fallen und erwartungsgemäß die stärksten Auswirkungen auf die Klangfarbe haben müssten, aus methodischen Gründen nicht untersucht werden konnten. Um zusätzliche Daten zu diesem Gesichtspunkt zu erhalten, war ein Forschungsaufenthalt in Stockholm an der Royal Academy of Technology nötig, deren Department of Speech, Music and Hearing im Besitz einer Streichmaschine ist. Die Messdaten geben Einsicht in das physikalische Verhalten der extra-auralen Kombinationstöne einer Geige. Es wurde das Intervall $a'-f''$ in seinem reinen Zustand (5:8) und in verschiedenen Graden an Verstimmung untersucht. Der vermutete synergetische Effekt, der beim Erreichen des exakten Schwingungsverhältnisses durch Zusammenfall von Partial- und Kombinationstönen erwartet wurde, blieb entweder gänzlich aus oder war viel schwächer als angenommen. Unabhängig von der Frage nach synergetischen Effekten brachten die Messungen auf der Streichmaschine ans Licht, dass die Formel $K_{p,q} = |qf_1 \pm pf_2|$ mit p, q (natürliche Zahlen) im untersuchten Fall nicht ausreicht, um alle Frequenzen der extra-auralen Kombinationstöne zu beschreiben.

Schlussbetrachtungen

In der Literatur über Kombinationstöne zeigt sich eine Vielfalt an Konzepten und Theorien, die in den unterschiedlichen Perspektiven der Fachgebiete und in der Vielschichtigkeit des Phänomens begründet liegt. Ein Großteil der Untersuchungen zu Kombinationstönen bewegt sich innerhalb ihres eigenen Fachbereichs. In einzelnen Fällen wird versucht, die musikalische und akustische Perspektive gleichwertig zu berücksichtigen.⁴¹⁴ Aus diesen Vorstößen resultieren zum einen wertvolle Beiträge, zum anderen erhöht sich durch interdisziplinäre Zugänge das Risiko für Missverständnisse. Bei der Synthese von Erkenntnissen aus unterschiedlichen Fachgebieten entstehen vermeintlich gegebene Anknüpfungspunkte, die sich erst bei eingehender Betrachtung als nicht geeignet erweisen. Die Übertragungsschwierigkeiten der Theorien zwischen Akustik und Musik sind in beiden Richtungen gegeben. Schnittstellen und Diskrepanzen zwischen Konzepten und Auffassungen aufzudecken, war ein essentieller Lernprozess, der mir erst ermöglichte, die Komplexität des Untersuchungsgegenstands zu erkennen.

Parallel zur Analyse der Differenzen verknüpfte ich Grundlagen aus der Akustik, Musiktheorie und Harmonik und erweiterte sie um eigene Untersuchungsergebnisse, so dass sie einerseits für den musikalischen Gebrauch besser adaptiert werden können, andererseits den Austausch zwischen den Fachgebieten erleichtern.

Tartini setzte mit seiner Entdeckung nicht nur den theoriegeschichtlichen Ausgangspunkt; sein facettenreiches Vorgehen bei der Untersuchung des *terzo suono* inspirierte und motivierte mich zusätzlich, die ganzheitliche Betrachtung auch in dieser Arbeit zu realisieren. Während Tartini sein musikalisches System auf die drei Grundpfeiler *fisico*, *dimostrativo* und *musicale* stellte, musste ich in Anbetracht der hinzugewonnenen Erkenntnisse der letzten dreihundert Jahre zusätzliche Ebenen berücksichtigen, vor allem die neurophysiologische und wahrnehmungspsychologische. Die Verbindungen zwischen diesen Bereichen erläuterte ich auf Basis der vorhandenen Kenntnisse und aus eigenem Blickwinkel und zeigte Forschungsperspektiven auf.

Bald wurde ich mit einer Terminologieproblematik zwischen dem Fachbereich der Akustik und der Musiktheorie konfrontiert: Dem Begriff Kombinationston. Die ursprünglich für den *dritten Ton* verwendete Bezeichnung

⁴¹⁴ Ältere Untersuchungen bis Anfang des 19. Jahrhunderts waren noch eher ausgewogen bezüglich der musikalischen und akustischen Betrachtungen. In neuerer Zeit fallen folgende Autoren auf, die beide Perspektiven berücksichtigen: Helmholtz, Riemann, Stumpf, Hindemith, Meyer, Meyer-Eppler, Reinecke, Terhardt, Hesse, Balsach, Ebeling u. a.

»Combinationston«, die 1805 von Vieth eingeführt wurde, verwendeten Akustiker ab Mitte des 19. Jahrhunderts immer häufiger ausschließlich für Töne, die durch nichtlineare Übertragung im Gehör oder in anderen Systemen entstehen. Diese Vereinnahmung des äußerst passenden Begriffs für eine Reihe von Tonphänomenen, die sich aus einem musikalischen Zweiklang ergeben, verkompliziert den Dialog zwischen dem musikalischen und dem akustischen Bereich. Der Musiker steckt in einem Dilemma: Aufgrund mangelnder Alternativen muss er eine Terminologie verwenden, die heute in der Akustik verankert ist, wodurch er unweigerlich Bezug auf eine bestimmte Theorie nimmt. Daraus ergeben sich in der Literatur Missverständnisse und ein Begriffschaos. Soll man in der Musikpraxis alternative Begriffe verwenden, um sich von akustischen Theorien zu distanzieren? Mit diesem Gedanken setzte ich mich mehrmals auseinander. Alternativbegriffe wirken künstlich und weniger treffend als der Ausdruck Kombinationston, der sich als neutraler Begriff in musikalischen Kontexten optimal eignet. Ich entschied mich deswegen, auch wenn die Kollision mit der akustischen Auffassung vorprogrammiert ist, in dieser Arbeit den Begriff Kombinationston in der Funktion eines Überbegriffs zu verwenden, insbesondere dann, wenn die Wahrnehmung im Vordergrund steht und ohnehin nicht über das Gehör entschieden werden kann, ob ein Kombinationston der Nichtlinearität entspringen ist, auf neuronaler Ebene entstand oder bereits im Instrument messbar war. Somit sind auch Tonphänomene miteingeschlossen, die in der Akustik normalerweise separat behandelt werden (Residualton, Virtual Pitch, Missing Fundamental, otoakustische Emissionen, Binauraltöne usw.).

Dass der von Tartini beschriebene *terzo suono* mit einem Differenzton $f_1 - f_2$ identisch ist, ist im musikalischen wie auch im akustischen Fachbereich eine weitverbreitete Annahme. Aus beiderlei Perspektive ist dies jedoch problematisch. Voraussetzung, dass die Annahme überhaupt greifen kann, ist die Abstandnahme vom Denken in Sinustönen. Tartinis Konzept sollte zunächst im Licht des damaligen Forschungsstands verstanden werden. Doch selbst wenn man einen Differenzton $f_1 - f_2$ im musikalischen Sinne interpretiert und darunter die Subtraktion der wahrgenommenen Tonhöhen versteht, ist diese Vorgehensweise nicht mit Tartinis Denken vereinbar. Zuerst muss berücksichtigt werden, dass Tartini im Laufe seines Lebens auf eine andere Formel umschwankte, so dass sich der *terzo suono* um eine Oktave nach unten verschob. Zweitens rechnete er mit Saitenlängen und nicht mit Frequenzen. Als dritter Punkt muss bedacht werden, dass Tartini für die Kalkulation des dritten Tons keine Subtraktion, sondern eine Multiplikation durchführte. Dies betrifft vor allem die Formel von 1767. Bei der Formel von 1754 ist ohnehin keine mathematische Operation für die Bestimmung des *terzo suono* notwendig; hier bestimmt ihn Tartini als eine Tonhöhe, die in Bezug auf die Proportionen der Saitenlängen $1/2$ entspricht. Dass der Differenzton $f_1 - f_2$ in vielen Fällen mit einem der von Tartini beschriebenen dritten Töne überein-

stimmt, liegt also in erster Linie daran, dass die in der Musik gebräuchlichen Schwingungsverhältnisse meist einfache Zahlenwerte aufweisen und dadurch die Wahrscheinlichkeit groß ist, dass die Differenz $f_1 - f_2$ mit einer der beiden Optionen von Tartini zusammenfällt. Bei übersteiligen Intervallen $n:(n+1)$ koinzidiert der Differenzton $f_1 - f_2$ aus mathematischer Konsequenz mit Tartinis terzo suono von 1767. Dass Tartini zwei unterschiedliche Formeln für den terzo suono angab, wurde in vielen Fällen nicht rezipiert.⁴¹⁵ Ein Großteil der Kritik, die an seiner Theorie geübt wurde, muss dadurch relativiert werden.

Im Fortgang der Untersuchungen erkannte ich, dass Tartinis Kerngedanken visionär und modern sind. Durch heutige Hörtheorien erhalten sie ein solides naturwissenschaftliches Fundament. Wie in dieser Arbeit gezeigt, muss der terzo suono, welchen Tartini 1767 in *De'principj dell'armonia contenuta nel diatonico genere* beschrieb, nicht gezwungenermaßen eine Erscheinung nichtlinearer Mechanismen auf der Basilarmembran sein. So hält unter anderen die Residualtontheorie Erklärungsmodelle für dieses Tonphänomen bereit. An diese Hypothese wäre gekoppelt, dass Kombinationstöne auch neuronalen Ursprungs sein können (beispielsweise als Residualtöne). Insbesondere beim terzo suono von Tartini könnte es sich um einen solchen neuronalen Kombinationston handeln, da der terzo suono mathematisch mit der Residualtonbildung übereinstimmt. Dies ist ein weiteres Argument, weshalb überprüft werden sollte, ob ein Zitieren von Tartini im Zusammenhang mit akustischen Untersuchungen zu Kombinationstönen, die durch die Nichtlinearitätstheorie erklärt werden, passend ist oder ob es sinnvoller wäre, Tartinis terzo suono stattdessen mit der Residualtontheorie in Verbindung zu bringen.

In welchem Ausmaß Residualtöne bei musikalischen Zweiklängen entstehen und wie gewichtig sie im Höreindruck gegenüber Kombinationstönen, die der Nichtlinearität des Innenohrs entspringen, sind, wurde für die musikalische Praxis noch nicht zufriedenstellend untersucht. Zwar tauchte diese Frage im Zusammenhang mit der Thematik immer wieder auf, doch hätte deren Untersuchung für den Rahmen dieser Arbeit zu weit geführt. Um die Bedeutung der Residualtöne in der Musikpraxis besser einschätzen zu können, sollte eine solche Untersuchung in naher Zukunft angegangen werden.

Es wäre wünschenswert, dass die Resultate dieser Forschungsarbeit helfen, Tartinis Theorie des terzo suono besser zu verstehen und das Potential für Missverständnisse zu reduzieren. Mir war es ein großes Anliegen dazu beizu-

⁴¹⁵ In den zwei musiktheoretischen Werken *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia* (1754) und *De'principj dell'armonia contenuta nel diatonico genere* (1767) unterscheidet sich der terzo suono um genau eine Oktave.

tragen, dass ein undifferenziertes Zitieren von Tartini im Zusammenhang mit Kombinationstonforschungen künftig reduziert werden kann.

Über die Synthese theoriegeschichtlicher Inhalte hinaus untersuchte ich durch empirische Forschung extra-aurale und intra-aurale Kombinationstöne auf Streichinstrumenten. Was die extra-auralen Kombinationstöne betrifft, zeigen unsere Experimente, dass sie in Zweiklängen von Streichinstrumenten als messbare Größen im Signal vorhanden sind. Inwiefern sie die Wahrnehmung der Klänge beeinflussen und ob ihre Ausprägung mit der Qualität der Instrumente zusammenhängt, sind Fragestellungen, denen nachgegangen werden müsste.

Aufgrund meiner geigerischen Fähigkeiten sah ich als weiteren wichtigen Beitrag eine Beschreibung der eigenen Wahrnehmung von intra-auralen Kombinationstönen auf der Geige. Die Untersuchung zeichnete sich durch Beobachtungen aus, die erst durch die Feinheit des Hörsinns ermöglicht wurden, und nicht über statistische Methoden. Zusammen mit den Überlieferungen anderer Geiger gab sie Antworten darauf, inwiefern Tartinis Meinungsschwankungen zwischen seinen beiden *terzi suoni* nachvollziehbar sind und wie sich Theorie und Praxis generell zueinander verhalten. Die untersuchten Hörwahrnehmungen sprechen für das Konzept der Kombinationstonreihe, die als Pendant zur Obertonreihe verstanden werden kann. Dass der Differenzton $f_1 - f_2$ als am stärksten hörbarer Kombinationston auftritt, konnte ich nicht bestätigen.

Durch die intensive und mehrjährige Beschäftigung mit Kombinationstönen, praktisch wie auch theoretisch, kann ich bestätigen, dass viele von Tartinis Ansätzen substantiell sind. Sein dogmatisches Festhalten an der *scienza armonica* (harmonische Wissenschaft) ist nicht zuletzt durch seine jahrelange Auseinandersetzung mit dem *terzo suono* zu erklären, der unbestreitbar als harmonikales Phänomen existiert und Tartini in seinen Ansichten Halt gab. An widersprüchlichen Aussagen mangelt es in seinen Schriften tatsächlich nicht, aber ebensowenig an bedeutendem Material und wegweisenden Ideen. Als Pionier auf dem Gebiet der Kombinationstöne musste er sich oft auf seine Intuition verlassen, die in meinen Augen beeindruckend ist. Durch sein integratives Denken erhielt er Einsichten, die auch heute noch relevant sind für Wissenschaft und Kunst. Tartini ist für mich auch nach dieser Arbeit immer noch eine Persönlichkeit, die es weiter zu erforschen gilt. Zudem liegt im Zusammenhang mit dem *terzo suono* weiterhin Material vor, das bislang noch nicht vollständig ausgewertet wurde, beispielsweise im Briefverkehr zwischen Tartini und seinen Zeitgenossen. Auch in seinem umfangreichen, posthum gedruckten Werk *La scienza platonica fondata nel cerchio*⁴¹⁶ ist ein viel-

⁴¹⁶ Dt. Übersetzung: »Die platonische Wissenschaft begründet im Kreis«.

versprechender harmonikaler Gehalt und großes Forschungspotential feststellbar.

Was die vorliegende Arbeit von früheren Publikationen über Kombinations-töne unterscheidet, ist der harmonikale Schwerpunkt der Untersuchung. Die nur schwer zu überwindende Kluft zwischen musikalischer und akustischer Perspektive konnte durch die harmonikale Brücke verbunden werden. Auch hier zwingt sich beinahe die Parallele zu Tartini auf, der mit dem Dreierfundament *fisico, dimostrativo* und *musicale* argumentiert, wobei er den Ausdruck *dimostrativo*, den ich mit *harmonikal* übersetze, immer in die Mitte der beiden anderen stellt.

Durch die Zusammenstellung und Ergänzungen der Grundlagen der Kombinationstöne konnte eine Basis geschaffen werden, die in Zukunft schneller erlauben wird, spezifischere Aspekte in der Musikpraxis und anderen Gebieten zu untersuchen. Insbesondere für den experimentellen Bereich stehen nun mehr Grundlagenwissen und ein Instrumentarium zur Verfügung, um die Wirkung, Bedeutung und Anwendungsmöglichkeiten des Phänomens in der Musik zu erforschen. In erster Linie wäre aber die Einbindung des Kombinationstonwissens in die Lehre an Musikhochschulen und -universitäten wichtig. Nebst einer Sensibilisierung auf Grundfragen der Intonation und relevante Stimmungssysteme wird der Weg geebnet, zu den Wurzeln der Harmonie zurückzufinden und von dort aus in neue Richtungen aufzubrechen.

Anhang

Ausschnitt aus Platons *Politeia*, Buch 7

PLATON, *Politeia* 530 C – 531 C

[Nachdem – im Anschluss an das Höhlengleichnis - Rechenkunst (Thema: unbewegte Zahlen) und Astronomie (Thema: bewegte Größen) abgehandelt worden sind, bleibt die Frage offen:]

Hast du noch ein hierher gehörendes Lehrfach in Erinnerung zu rufen?

»Nein«, antwortete er, »im Moment nicht.«

Die Bewegung (*phorá*), fuhr ich fort, stellt sich uns, wie ich glaube, nicht in einer einzigen, sondern in mehreren Arten dar. [530d] Sie alle mag ein Sachkundiger anzuführen wissen, doch zwei sind auch uns geläufig.

»Welche?«

Außer der genannten, erwiderte ich, auch ihr Gegenstück.

»Was für eines?«

Es scheinen doch, sprach ich, wie die Augen für die Astronomie bestimmt sind, so die Ohren für die (en)harmonische Bewegung, und diese beiden Wissensformen sind zueinander wie Geschwister. Das sagen die Pythagoreer, und auch wir, Glaukon, stimmen darin überein. Oder wie halten wir es?

»Genauso«, sagte er.

ἀλλὰ γάρ τι ἔχεις ὑπομνήσαι τῶν προσηκόντων μαθημάτων;

οὐκ ἔχω, ἔφη, νῦν γ' οὐτώσι.

οὐ μὴν ἓν, ἀλλὰ πλείω, ἦν δ' ἐγώ, εἶδη παρέχεται ἡ φορά, [530d] ὡς ἐγῶμαι. τὰ μὲν οὖν πάντα ἴσως ὅστις σοφὸς ἔξει εἰπεῖν: ἃ δὲ καὶ ἡμῖν προφανῆ, δύο.

ποῖα δῆ;

πρὸς τοῦτω, ἦν δ' ἐγώ, ἀντίστροφον αὐτοῦ.

τὸ ποῖον;

κινδυνεύει, ἔφη, ὡς πρὸς ἀστρονομίαν ὄμματα πέπηγεν, ὡς πρὸς ἑναρμόνιον φορὰν ὅτα παγῆναι, καὶ αὐταὶ ἀλλήλων ἀδελφαὶ τινες αἱ ἐπιστῆμαι εἶναι, ὡς οἱ τε Πυθαγόρειοι φασὶ καὶ ἡμεῖς, ὃ Γλαῦκον, συγχωροῦμεν. ἢ πῶς ποιοῦμεν;

οὕτως, ἔφη.

[530e] Weil das eine so weitläufige Sache ist, fuhr ich fort, wollen wir uns bei ihnen [den Pythagoreern] erkundigen, was sie darüber und ob sie noch anderes dazu sagen. Bei alledem werden wir aber auf das Unsrige Acht haben.

»Welches?«

Dass unsere Zöglinge nicht sich daranmachen, auf diesem Gebiet nur halbherzig etwas zu lernen, was nicht stets auf das hinausläuft, wo alles hinführen soll, wie wir es soeben von der Astronomie gesagt haben. Oder weißt du nicht, dass sie es mit der Harmonie ebenso halten? [531a] Die Zusammenklänge und Töne, die sie hören, messen sie gegeneinander ab und bereiten sich damit, ebenso wie die Astronomen, endlose Mühe.

»Ja, bei den Göttern«, sagte er, »auch auf lächerliche Art. Sie reden von irgendwelchen Verdichtungen (pyknómata) und neigen ihr Ohr hin, als ob sie noch einen Ton (phoné) zwischen den benachbarten (ek geitónon) erhaschen. Die einen behaupten dann, sie hörten in der Mitte noch einen Ton und dass dies das kleinste Intervall (smikrótaton diástema) sei, das als Maß gelte (metretéon); die anderen bestreiten das und sagen, die Töne seien bereits ähnlich (hómoion). Beide stellen dabei das Ohr [531b] höher als die Vernunft (nous).«

Du redest, sagte ich, von jenen tüchtigen Leuten, welche mit den Saiten Sachen anstellen und sie quälen, indem sie sie über Wirbel (kóllops) drehen. Damit aber das Bild nicht zu weit führt und wir betreffs der Schläge mit dem Plektron nicht von »Anklagen«, »Leugnen« und »Ausreden«

[530e] Οὐκοῦν, ἦν δ' ἐγώ, ἐπειδὴ πολὺ τὸ ἔργον, ἐκείνων πειυσόμεθα πῶς λέγουσι περὶ αὐτῶν καὶ εἴ τι ἄλλο πρὸς τούτοις· ἡμεῖς δὲ παρὰ πάντα ταῦτα φυλάξομεν τὸ ἡμέτερον.

Ποῖον;

Μὴ ποτ' αὐτῶν τι ἀτελεῆς ἐπιχειρῶσιν ἡμῖν μανθάνειν οὐς θρέψομεν, καὶ οὐκ ἐξήκον ἐκείσε ἀεὶ, οἳ πάντα δεῖ ἀφίκειν, οἷον ἄρτι περὶ τῆς ἀστρονομίας ἐλέγομεν. Ἡ οὐκ οἶσθ' ὅτι [531a] καὶ περὶ ἀρμονίας ἕτερον τοιοῦτον ποιοῦσι; τὰς γὰρ ἀκουόμενας αὐτῶν συμφωνίας καὶ φθόγγους ἀλλήλοις ἀναμετροῦντες ἀνήνυτα, ὥσπερ οἱ ἀστρονόμοι, πονοῦσιν.

Νῆ τοὺς θεοὺς, ἔφη, καὶ γελοίως γε, πυκνώματ' ἄττα ὀνομάζοντες καὶ παραβάλλοντες τὰ ὄτα, οἷον ἐκ γειτόνων φωνῆν θηρευόμενοι, οἱ μὲν φασιν εἶτι κατακούειν ἐν μέσῳ τινὰ ἡχὴν καὶ σμικρότατον εἶναι τοῦτο διάστημα, ὃ μετρητέον, οἱ δὲ ἀμφισβητοῦντες ὡς ὅμοιον ἤδη φθεγγομένων, ἀμφοτέροι [531b] ὄτα τοῦ νοῦ προστησάμενοι.

Σὺ μὲν, ἦν δ' ἐγώ, τοὺς χρηστοὺς λέγεις τοὺς ταῖς χορδαῖς πράγματα παρέχοντας καὶ βασανίζοντας, ἐπὶ τῶν κολλόπων στρεβλοῦντας· ἵνα δὲ μὴ μακροτέρα ἢ εἰκὼν γίγνηται πλήκτρον τε πληγῶν γιγνομένων καὶ κατηγορίας πέρι καὶ ἐξαρνήσεως καὶ ἀλαζονείας χορδῶν, παύομαι τῆς

der Saiten reden, will ich den Vergleich beenden. Ich stelle fest, dass ich nicht diese Leute meine, sondern jene, von denen wir soeben sagten, wir wollten sie über die Harmonie befragen [die Pythagoreer]. Denn diese machen es wie in der Astronomie: [531c] Sie suchen die Zahlen, die in den gehörten Zusammenklängen liegen, aber sie lassen dies nicht zu Problemen werden, welche zusammenstimmige Zahlen sind und welche nicht, und weshalb das eine oder andere.

»Von einer wundersamen (daimónion) Sache sprichst du da«, sagte er.

Jedenfalls von einer, entgegnete ich, die nützlich ist zur Erforschung des Schönen und Guten. Betreibt man sie aber auf andere Weise, ist sie unnütz.

»Jawohl« sagte er.

(Übersetzung von Werner Schulze, 2014)

εἰκόνοσ καὶ οὐ φημι τούτους λέγειν, ἀλλ' ἐκείνοσ οὐσ ἔφαμεν νυνδὴ περὶ ἀρμονίας ἐρήσεσθαι. Ταῦτόν γάρ ποιοῦσι τοῖσ ἐν τῇ [531c] ἀστρονομίᾳ: τοῖσ γάρ ἐν ταύταισ ταῖσ συμφωνίαισ ταῖσ ἀκουομένησ ἀριθμοῖσ ζητοῦσιν, ἀλλ' οὐκ εἰσ προβλήματα ἀνίαςιν, ἐπισκοπεῖν τίνεσ σύμφωνοὶ ἀριθμοὶ καὶ τίνεσ οὐ, καὶ διὰ τί ἐκάτεροὶ.

Δαιμόνιον γάρ, ἔφη, πρᾶγμα λέγεις.

Χρήσιμον μὲν οὖν, ἦν δ' ἐγώ, πρὸσ τὴν τοῦ καλοῦ τε καὶ ἀγαθοῦ ζήτησιν, ἄλλωσ δὲ μεταδιωκόμενον ἄχρηστον.

Εἰκόσ γ', ἔφη.«

Primärquellen zur Kombinationstonformel bis Helmholtz (1856)

VALLOTTI 1738	
Formel	»[...] la risonanza corrisponde all'unità: se poi la proposizione si pigli fra due numeri composti, in tal caso la di loro comune misura esprimerà la risonanza [...]« [Abschrift des Originals in BARBIERI 1992, S. 228f.]
Benennung	»risonanza« [Abschrift des Originals in BARBIERI 1992, S. 228f.]
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

SORGE 1744	
Formel	S. 40f.: »Wie kömmt es denn, dass sich bey Stimmung einer Quint 2-3 auch noch der dritte Klang in einer subtilen Mit-tönung meldet und hören lässt, und zwar allemal eine Oktav zu dem tiefen Klang der Quint? [Antwortet der Lehrer:] Die Natur hat darinnen ihr liebliches Spiel, und weiset, dass bei 2-3 die 1 noch fehle, und sie solchen Klang gerne dabey haben wolle, damit die Ordnung von 1-2-3 z. E. c' g' vollkommen sey, daher kommt auch, dass eine Quinta 3 Fuß den Ton so vollkommen macht, und einen dritten Klang mit sich führet, der fast so stark ist, als ein gelindes Gedackt. Und dieses thun nicht nur die Quinten, sondern auch die Tertien; denn wenn man eine reine Tertiam majorem in einem Werke stimmt, so lässt sich ebenfalls ein tieferer dritter Klang mit hören, welches daher kommt, weil die Natur zu 5-4 auch noch 3, 2 und 1 haben will, daher wenn man 5-4-3 oder e" c' [Druckfehler, sollte c" sein] g' rein gestimmt hat, so meldet sich noch der vierte Klang, nämlich c' mit der 2, ja wenn man genau Achtung gibt, auch wohl der fünfte c mit 1, weil die Natur kein Vacuum leidet.«
Benennung	S. 40f.: »dritter Klang«, »tieferer dritter Klang«, S. 41: »vierter Klang«, »fünfter [Klang]«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer, zwei oder mehr

SORGE 1745	
Formel	S. 12f.: »Ingleichen: Wenn man auf der Orgel C anschläget so werden c, g, c', e' ec. so lange gelinde beben als man den Ton hält. Ja noch mehr: Wenn man in einer Orgel eine Quinte z. E. c" g" rein gestimmt, so wird sich das c' auch gantz gelinde mit hören lassen, welches auch bey Stimmung der grossen Tertz wahr zu nehmen, wenn man die Sesquialter, so aus einer Quint und Tertz besteht, stimmt. Ja so gar zwey Flutes douces geben, wenn man c" und a" rein zusammen bläset, noch einen dritten Klang, nemlich ein f, welches zu probiren stehet.«
Benennung	S. 13: »dritten Klang«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

TARTINI 1751	
Formel	»Tanto pesa la scoperta della radice armonica costante in infinito in $1/2$ (ed [?] è il terzo suono scoperto) quando non solo può perora [?] capirne il peso ne il veneratissimo Sign. Dr. Balbi, ne V. R. ma non lo capisco abbastanza nemen'io.« (Die Fragezeichen in eckigen Klammern deuten auf schwer entzifferbare Wörter hin.)
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

ROMIEU 1752	
Formel	S. 80: »[...] je trouvai qu'il étoit toujours l'Harmonique commun & renversé des deux Sons qui le produisoient; ensorte qu'il avoit pour le nombre de ses vibrations le plus grand commun diviseur des termes de leur rapport.«
Benennung	S. 77–88: »Son harmonique grave«, S. 79: »un troisième Son grave & fort sensible«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer bei Zweiklängen, mehrere nur bei Mehrklängen; jede mögliche Kombination aus den Tönen des Mehrklangs erzeugt je einen Kombinationston. S. 86: »Que dans tout Accord à plusieurs Sons, il en naît autant d'Harmoniques graves, qu'on peut combiner deux à deux les Sons de l'Accord [...]«

Primärquellen zur Kombinationstonformel

SERRE 1753	
Formel	S. 113: »[...] une espèce de troisiéme Son [...] qui représente toujours le vrai Son fondamental de ces deux Sons [...]«
Benennung	S. 113: »troisiéme Son«, »une sorte de foible bourdon«, »Bourdon grave«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

TARTINI 1754	
Formel	S. 18: »[...] da qualunque semplice intervallo della serie armonica infinita si avrà sempre lo stesso terzo suono, e sarà unisono al suono della corda sonora 1/2.« (gedacht in Saitenlängen)
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer bei Zweiklängen. Bei Mehrklängen können mehrere terzi suoni entstehen, da es mehrere Möglichkeiten gibt, die Töne miteinander zu kombinieren (siehe S. 67). Bei den betreffenden Beispielen zieht Tartini aber nicht in Betracht, dass auch die Rahmenintervalle 2:3 und 5:8 einen terzo suono erzeugen könnten.

EULER 1756	
Formel	»[...] in generale due suoni espressi da due qualunque numeri producono un suono espresso da 1, o da un comun divisore dei due primi.« [Abschrift in: DE PIERO 2010, S. 42]
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

MOZART 1756	
Formel	S. 190–192: Die in Notenbeispielen notierten Kombinationstöne entsprechen den Proportionszahlen 1, 2, 3 oder 4 (in Schwingungszahlen gedacht). Mozart erwähnt keine Formel. Die Praxisbezogenheit legt nahe, dass er die Kombinationstöne nach Gehör bestimmte. Keiner der von ihm angegebenen Kombinationstöne liegt tiefer als das g.
Benennung	S. 190: »Unterstimme in einem gewissen betäubten und schnarrenden Laut«, S. 192: »schnarrenden Töne«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

TARTINI ca. 1756	
Formel	»Cosi si dica dati due suoni in sesquiterza come 4 a 3, dalla di cui moltiplica si ha 12, e sarà il terzo suono: di sesquiottava come 9 a 8, dalla di cui moltiplica si ha 72, e sarà il terzo suono etc: etc:. Ma questa regola procede in infinito, è sempre vera, e determina costantem. ^{te} il terzo suono, e l'equitemporanee vibrazioni delle corde relative. Dunque in sostanza è la stessa dell'esponente e de suoi divisori relativi. Discendendo a maggior precisione, com'ella dalla regola dell'esponente deduce la consonanza relativa così io dal terzo suono come basso arm. ^{co} de due dati suoni.« (gedacht in Saitenlängen) [Abschrift in: DE PIERO 2010, S. 47]
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

Primärquellen zur Kombinationstonformel

D'ALEMBERT 1757	
Formel	Keine eigenen Angaben zur Formel. Erwähnt wird lediglich, dass Serre den »troisieme son« eine Oktave unterhalb von Tartini bestimmte. S. 63: »Il y a même cette différence entre M. Tartini & M. Serre, que selon le premier les deux sons d'une tierce majeure, comme <i>ut mi</i> , produisent l'octave <i>ut</i> au - dessous de <i>ut</i> ; & selon le second, c'est la double octave: de même selon le premier, les deux sons d'une tierce mineure <i>la ut</i> , produisent la dixieme majeure <i>fa</i> au - dessous de <i>la</i> ; & selon le second, c'est la dix - septieme majeure au - dessous de <i>la</i> , ou l'octave au - dessous de la dixieme <i>fa</i> .«
Benennung	S. 62f.: »troisieme son«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

LAGRANGE [1759] 1867	
Formel	S. 143: »[...] la concurrence des vibrations de tous ces sons, on trouve qu'elle ne peut avoir lieu qu'après un nombre de vibrations égal au dénominateur de la fraction qui exprime les sons correspondants [...] le troisième son produit par deux de la série précédente devrait toujours être exprimé par 1, ce qui donne proprement l'octave de celui qui est résulté à M. Tartini.«
Benennung	»troisième son«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

RAMEAU 1760	
Formel	S. 12: »Je me souviens d'avoir senti plus d'une fois dans l'oreille un bourdonnement, lorsque deux belles voix, de femmes surtout, faisoient entendre une tierce majeure dans sa parfaite justesse, même sa Basse Fondamentale si je ne me trompe [...].«
Benennung	S. 12: »bourdonnement«, »Basse Fondamentale«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

SERRE 1763	
Formel	S. 84: »[...] deux sons quelconques exprimés par des termes dont les dénominateurs ont un diviseur commun plus grand que l'unité, rendront toujours pour troisième son celui dont le terme a pour dénominateur le plus grand diviseur commun de ces deux dénominateurs.«
Benennung	S. 82: »troisième son«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

ROUSSEAU & D'ALEMBERT 1765	
Formel	Keine eigenen Angaben zur Formel. S. 55: »Il paroît qu'en général, suivant les expériences de M. Romieu, l'harmonique grave est plus bas que suivant celles de M. Tartini.«
Benennung	S. 54–56: »sons harmoniques graves« und »l'harmonique grave«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

RICCATI 1767	
Formel	S. 83: »Stimolate coll'arco due corde del violino, i di cui suoni s'esprimano con numeri fra loro primi, e purchè il più picciolo di questi numeri non sia eguale ad uno, s'ode sempre in aria il nuovo suono denotato dalla unità. Rendano per modo d'esempio due corde i suoni 3, 5, e si farà sentire in aria il suono 1, a cui i predetti suoni 3, 5 si riferiranno, quello in quinta sopra l'ottava, questo in terzo maggiore sopra l'ottava duplicata.«
Benennung	S. 83: »il nuovo suono«, »terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

TARTINI 1767	
Formel	S. 5: »[...] di questo terzo suono vi è la formola, che lo assicura, ed è la moltiplica tra loro de'due numeri sempre primi, disegnant la forma, in cui sono i due dati suoni.« (gedacht in Saitenlängen) Anmerkung: »numeri sempre primi« bedeutet »teilerfremde Zahlen«. Die Formel funktioniert nur dann, wenn »die Zahlen in ihrer gekürzten und teilerfremden Form« verwendet werden. Siehe TARTINI 1767, S. 6: »le forme prime, e semplici delle ragioni«
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer bei Zweiklängen, mehrere bei Mehrklängen; jede mögliche Kombination aus den Tönen des Mehrklangs erzeugt je einen terzo suono (S. 109).

ROUSSEAU 1768	
Formel	Keine eigenen Angaben zur Formel. Sein Artikel »Système de M. Tartini« ist eine Rezension von Tartinis System basierend auf dessen Traktat von 1754.
Benennung	S. 477: »troisième Son«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

TARTINI [ca. 1764–1770] 1977	
Formel	S. 20: »Insomma applicata qualunque ragione per differenza 1 e per differenza 2 tra i denominatori dell'armonica serie, per esempio 1/100 : 1/101 ; 1/253 : 1/255 etc., costantemente da tutte le ragioni sí separate che congiunte in proporzione e serie risulta lo stesso terzo suono unisono al suono 1, ch'è il tutto dell'armonica proporzione e serie. La sua formola si ha unicamente dal numero comune aritmetico ed è la moltiplica fra loro dei numeri della ragione.«
Benennung	»terzo suono«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

MERCADIER DE BELESTA 1776	
Formel	S. xxj-xxij: »Si l'on fait entendre avec force deux sons justes & soutenus qui ne soient pas à l'octave l'un de l'autre, & qui soient tirés d'un accord parfait majeur ou de la série des aliquotes du corps sonore qui rend le son fondamental; il résultera de leur choc un troisième son au grave qui sera la note principale de l'accord ou quelque'une de ses répliques.«
Benennung	S. xxj: »troisième son au grave«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

VOGLER 1776	
Formel	S. 103: »Den dritten Klang zu bestimmen, muss der Hauptklang zu zween harmonischen Antheilen gesucht werden.« [Dieser »Hauptklang« entspricht in Voglers Vorstellung der ganzen Saite, also der Zahl 1. Vogler arbeitete mit einem sogenannten Tonmaß, ein 8-saitiges Monochord.]
Benennung	S. 103: »der dritte Klang«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

VOGLER 1779–1780	
Formel	Beispiele in Form von Notenbuchstaben. Der Kombinationston entspricht hierbei der Proportionszahl 1.
Benennung	S. 142: »Das dritte harmonische Glied«, S. 142–145: »Hauptklang«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

Primärquellen zur Kombinationstonformel

M. YOUNG 1784	
Formel	S. 188: »[...] he [Romieu] found the third tone to be that of a sounding body, whose number of vibrations was the greatest common measure of the numbers denoting the synchronal vibrations of the generators; [...]«
Benennung	S. 183: »grave harmonic tones«, »grave harmonics«, S. 187: »third sound«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder mehrere. S. 199: »And where the human ear is still more delicate, it would perceive distinct sounds arising from the coincidences of the pulses of these secondary sounds [Kombinationstöne] with those of the principals [Primärtöne] and of each other, and so on ad infinitum.«

SARTI 1797	
Formel	S. 102: »Diese Schläge sind die Wirkung eines dritten Tons, welcher [...] jedesmal eine Schwingung macht, wenn die Schwingungen jener beiden Töne wieder zusammentreffen.«
Benennung	S. 102: »dritter Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

T. YOUNG 1800	
Formel	S. 132: »The greater the difference in the pitch of two sounds, the more rapid the beats, till at last, like the distinct puffs of air in the experiments already related, they communicate the idea of a continued sound; and this is the fundamental harmonic described by Tartini.«
Benennung	S. 131: »grave harmonics«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer, manchmal zwei. S. 132: »But, besides this primary harmonic, a secondary note is sometimes heard, where the intermediate compound vibrations occur at a certain interval, though interruptedly; for instance, in the coalescence of two sounds related to each other as 7:8, 5:7, or 4:4, there is a recurrence of a similar state of the joint motion, nearly at the interval of 5/15, 4/12, or 3/9 of the whole period: hence in the concord of a major third, the fourth below the key note is heard as distinctly as the double octave, as is seen in some degree in Fig. 95, AB being nearly two thirds of CD. The same sound is sometimes produced by taking the minor sixth below the key note; probably because this sixth, like every other note, is almost always attended by an octave, as a harmonic.«

CHLADNI [1802] 1830	
Formel	S. 163: »Man hört also ein Mitklingen eines tieferen Tones, welcher mit der Zahl 1 übereinkommt, wenn die beiden wirklich angegebenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausgedrückt werden.«
Benennung	S. 163–165: »tieferer Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

CHLADNI 1804	
Formel	S. 719: »Es ist bekannt, dass, wenn zwey Töne, die in einfachen Verhältnissen stehn, angegeben werden, man einen dritten tiefern Ton schwach mitklingen hört, der, wenn man die wirklich angegebenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausdrückt, mit der Einheit übereinkommt, wovon der Grund darin liegt, dass das Gehör die Zeiträume des Zusammentreffens beyder Arten von Schwingungen als einen eigenen Ton empfindet.«
Benennung	S. 719: »einen dritten tiefern Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

VIETH 1805	
Formel	S. 271, Anmerkung: »Tartini hat übrigens den dritten Ton nicht richtig angegeben; er setzt ihn eine Octav zu hoch. Sonderbar ist es, dass dieses mir und einem meiner musikalischen Freunde, dem geschickten Organisten Herrn Kindschler, bei Versuchen <i>auf der Orgel</i> eben so geht, hingegen auf der <i>Violine</i> deutlich die <i>tiefer</i> e Octav erscheint.« Auf S. 277 gibt Vieth Beispiele für die kleine und große Terz an, wobei der »Combinationston« = 1 ist.
Benennung	S. 265: »Weil es bequem ist, für ein einzelnes Phänomen ein einzelnes Wort zu haben, so sey es mir erlaubt, diesen Ton, der aus der Combination der Schwingungen zweier anderer Töne entsteht, <i>Combinationston</i> zu nennen.«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

GLEICHMANN 1805	
Formel	S. 278: »Dieser mitklingende Ton ist immer der, jenen ihn erzeugenden Tönen entsprechende Grundton« S. 279: »Das Verhältnis der Töne gegen einander ist nichts anders, als das Verhältnis der Geschwindigkeit ihrer Schwingungen, und dieses, nachdem es einfach oder vielfach ist, giebt immer bestimmt das frühere oder spätere Zusammentreffen derselben an, und daher auch das Verhältnis des dadurch entstehenden mitklingenden Tones. Denn die Zahl des Verhältnisses zweyer Töne ist zugleich die Zahl der Schläge, die jeder einzelne machen muss, ehe sie zusammentreffen; die Länge der Zeit zwischen dem Zusammentreffen ist die Grösse (Höhe oder Tiefe) des mitklingenden Tones; daher – je grösser die Zahl des Verhältnisses der angegebenen Töne, desto tiefer der mitklingende, und umgekehrt.«
Benennung	S. 277: »mitklingender tieferer Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

VIETH 1806	
Formel	S. 352: »Je grösser der Unterschied der Höhe zweier Töne ist, desto schneller sind die Schläge, bis sie zuletzt, so wie die oben erwähnten Repercussionen, die Vorstellung eines fort-dauernden Tons erwecken: und dies ist der von Tartini beschriebene harmonische Fundamentalton.«
Benennung	S. 352: »Combinationston«, »Hauptcombinationston«, »der von Tartini beschriebene harmonische Fundamentalton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei gemäß Th. Young, S. 352: »Aber ausser diesem Hauptcombinationston lässt sich bisweilen noch ein zweiter Ton hören, wenn die zwischen liegenden zusammengesetzten Vibrationen, obgleich unterbrochen, in einem gewissen Zwischenraume wiederkehren.« Nur einer gemäß Vieth selbst, S. 353: »Auch kann ich aus meinen Versuchen nicht bestätigen, daß man mehr als Einen [sic] Combinationston höre.«

Primärquellen zur Kombinationstonformel

CHLADNI 1809	
Formel	S. 251: »Le son grave, causé par ces coïncidences, sera donc toujours égal à l'unité, si l'on exprime les sons réellement produit par les moindres nombres entiers.«
Benennung	S. 251: »son grave«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

BIOT 1816	
Formel	S. 49: »Quand les sons composans seront exprimés par des nombres entiers, comme dans notre premier exemple, on aura toujours $N = 1$, et le son résultant sera le plus grand diviseur commun des deux nombres n et n' par lesquels les valeurs des sons composans sont exprimées.« S. 48: »[...] il faut que les nombres n et n' soient premiers entre eux.«
Benennung	S. 49: »son résultant«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

CHLADNI 1817	
Formel	Keine Angaben
Benennung	S. 73: »Mitklingen eines tiefern Tones«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

HÄLLSTRÖM 1819	
Formel	<p>S. 5: »Similiter quando r & s factores habent communes, tot simul in aurem incidunt pulsationes, quot maximus = q horum factorum continet unitates; qui idem q erit numerus pulsuum vel tonus combinationis.«</p> <p>Diese Formel des »größten gemeinsamen Faktors« reiche aber nicht aus, um andere gleichzeitig auftretende Kombinationstöne zu beschreiben: »[...] hanc non omnia tonorum combinationis phaenomena explicare theoriam, quin potius illam ulterius esse elaborandam apparebit.« (S. 5)</p> <p>S. 16: »[...] unde concluditur numerum oscillationum r & s gignere pulsus numero s – r, qui, si celerius semet excipiant, tonum audiendum praebent combinationis.«</p> <p>S. 43: »combinationem gignit tonum secundarium«</p> <p>S. 44: »2p – q«</p>
Benennung	S. 18: »Tonum combinationis«, »toni combinationis«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei (S. 35ff.)

CHLADNI 1826	
Formel	S. 281: »[...] so dass also dieser [...] dritte Ton allemal mit der Einheit übereinstimmt, wenn man die wirklich angegebenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausdrückt.«
Benennung	S. 281: »Dritte Ton«, »tiefere mitklingende Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

MOLINEUX 1827	
Formel	S. 108: »[...] where any two notes of a string are combined, the grave harmonics consist of all the notes of that string that are below the higher of the two notes played or sung.«
Benennung	S. 108: »grave harmonics«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder mehrere. Deren Anzahl hängt ab vom Schwingungsverhältnis. Die Kombinationstöne entstehen entsprechend der Kombinationstonreihe unterhalb des oberen Primärtons (vgl. Abb. 11).

BLEIN 1827	
Formel	S. 8: »[...] la découverte de la loi générale qui dirige et dont la formule est extrêmement simple. Elle consiste en ce que les deux sons soumis à l'expérience étant représentés, l'un par son nombre de vibration n , et l'autre par le nombre $n + m$, les deux résultantes sont constamment $n - m$ et m .« (Bleins beschriebene Töne entsprechen den Differenztönen D_{21} und D_{11} .)
Benennung	S. 3: »Ce troisième son a été appelé la résultante des deux sons donnés.«, S. 4: »les résultantes«, in der Tabelle zwischen S. 4 und 5 verwendet Blein auch den Begriff »résonances graves«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei. S. 5: »On découvrira même qu'il existe une seconde résultante plus ou moins sensible, mais qui l'est plus spécialement dans la dissonance de triton et dans celle de la seconde majeure.«

FÉTIS 1828	
Formel	Keine Angaben.
Benennung	S. 49: »troisième son grave et faible d'intensité«, S. 51: »la résultante de deux sons donnés«, S. 51: »deux résultantes«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei (S. 52)

WEBER 1829	
Formel	S. 219, Anmerkung: »Der Tartinische Ton kann sich in diesem Falle zum tieferen der beiden angeschlagenen Töne, entweder wie $1:\beta$, oder wie $1:\beta\gamma+1$ etc. verhalten.« Die Variablen β und γ stehen für Nenner, die sich aus der Reihe der Kettenbrüche ergeben.
Benennung	S. 216: »Tartinische Töne«, »dritter Ton«, S. 217ff.: »Tartinische Ton«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei. Weber spricht grundsätzlich nur von einem dritten Ton (Tartinischen Ton), jedoch fügt er am Ende seines Artikels Tabellen mit Resultaten von Blein (1827) an. Dort sind vier Intervalle, c-fis, ein etwas größeres c-fis, c-g ^b und c-dis, aufgeführt, bei denen Blein jeweils zwei Tartinische Töne beobachtete.

HÄLLSTRÖM 1832	
Formel	S. 444: »[...] Oscillationston $s - r$ [...], welcher indess nur als der vorzüglichste oder erste unter mehreren ähnlichen betrachtet werden muss.« S. 444: » $s - r$ erster, $2r - s$ zweiter, $2(s - r)$ dritter, $3r - 2s$ vierter [Combinationston], usw.«
Benennung	S. 444: »Oscillationston«, S. 463: »abgeleiteten oder secundären Combinationstönen«, »consonirende Combinationstöne« und »dissonirende [Combinationstöne]«, S. 464: »die Tartinischen oder Combinationstöne«
Anzahl der beobachteten Combinationstöne	Einer oder mehrere. Die Anzahl ist abhängig vom Schwingungsverhältnis. S. 444: »Dieß Verhältnis [das Frequenzverhältnis der beiden gespielten Töne] bestimmt auch die Zahl [Anzahl] der Combinationstöne, die nicht, wie man wohl glauben könnte, unbegrenzt, sondern begrenzt ist, so daß für einen gegebenen Fall in Wirklichkeit nicht mehr als einer, oder zwei, oder drei u. s. w. solcher Töne erzeugt werden.« Da Hällström nur Beispiele von übertheiligen Verhältnissen angibt, bleibt die Frage offen, wie er mit anderen Proportionen vorgegangen wäre.

BREWSTER 1832	
Formel	<p>S. 250: »The ratio of any given consonance above a bass or fundamental note being a/b, a being the least term of the ratio; then $1/b$ [*] is the ratio of the grave harmonic below the bass note, and $1/b$ the ratio of the same harmonic below the upper note of the consonance [...].«</p> <p>*Hier muss ein Druckfehler vorliegen; Wenn a »the least term« ist, dann sollte statt des $1/b$ ein $1/a$ stehen.</p> <p>Bei komplexen Schwingungsverhältnissen interpretiert Brewster den »grave harmonic« als Schwebungsphänomen, das sich aus den Differenzen von nahe beieinander liegenden Teilfrequenzen ergibt, S. 250: »With regard to [...] the results of <i>tempered</i> concords [...]: If, for instance, we were to consider the grave minor third $27/32$ in the above Table to be a tempered concord, we should have, by our fourth method in the article BEATS, $240 \times 6 - 284 \frac{4}{9} \times 5 = 1440 - 1422 \frac{2}{9} = 17 \frac{7}{9}$, the beats per second, or vibrations of this grave harmonic, being just double, or an octave higher, than those in the table above, and so of others; but our limits will not admit of our enlarging further on this subject.«</p>
Benennung	»grave harmonics«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer

BAILLOT 1834	
Formel	Keine Angaben zu einer Formel. Die Kombinationstöne sind in Form von Notenbeispielen notiert.
Benennung	S. 220f.: »dritter Ton« und »troisième son«. (Die Ausgabe von 1834 ist deutsch/französisch.)
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	S. 220f.: Einer oder zwei. Bei der großen Terz und der kleinen Sexte sind zwei Kombinationstöne, angegeben, bei allen anderen Intervallen nur einer.

RÖBER 1834	
Formel	S. 355: »[...] so wird ein Combinationston jedesmal gleiche Höhe haben mit einem gewöhnlichen Ton, dessen Vibrationszahl durch den Unterschied der Vibrationszahlen der Töne angegeben wird, die den Combinationston hervorbringen [...]«
Benennung	»Combinationston«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder mehrere. S. 500: »Combinationstöne höheren Grades. [...] so müsste objectiv die Reihe der erzeugten und wieder erzeugten Stösse und Combinationstöne ohne Ende fortgesetzt werden können; für jeden einzelnen Beobachter aber würde, da die Reihe nothwendig in jedem neuen Gliede an Hörbarkeit abnehmen muss, bei gegebener Stärke der erzeugenden Töne nur eine bestimmte Zahl der Glieder auffassbar bleiben.«

OHM 1839	
Formel	S. 463, <i>Unbedingter Combinationston</i> : »Ist $m' : n'$ das Tonverhältnis zweier Töne, so dass deren Schwingungsmengen durch $m'd$ und $n'd$ vorgestellt werden können, so wird bei dem gleichzeitigen Erklängen jener beiden Töne stets ein Combinationston erzeugt, dessen Schwingungsmenge d ist. Dieß ist der vor Hällström bekannte Combinationston, welcher durchaus an keine Ordnung geknüpft ist, weßwegen ich ihn den <i>unbedingten</i> nenne.« S. 463f., <i>Bedingter Combinationston</i> : »Außer diesem unbedingten Combinationstone ist noch ein anderer möglich, dessen Schwingungsmenge $(m' - n')d$ ist, wenn m' die größere der beiden Zahlen m' und n' bezeichnet. Er ist dieß der von Hällström sogenannte <i>erste</i> Combinationston. Sein Erscheinen ist jedoch an die Bedingung geknüpft, daß die Schwingungsformen der beiden ihn erzeugenden Töne einander ähnlich seyen, weßwegen ich ihn den <i>bedingten</i> nenne; [...]«
Benennung	S. 463f.: »Combinationston«, »unbedingter Combinationston« und »bedingter Combinationston«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder zwei

RÖBER 1839	
Formel	S. 33: »[...] so ergibt sich als allgemeines Gesetz der Stösse und Combinationstöne, dass die Zahl der Stösse, so wie die Wellen oder Schwingungszahl der Combinationstöne gleich ist dem Unterschiede der Wellenzahlen der erzeugenden Töne.«
Benennung	»Combinationstöne«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	Einer oder mehrere. S. 40: »unendlichen Reihe von Stössen und Combinationstönen.«

HELMHOLTZ 1856	
Formel	S. 522: »In der That gehören nun auch die Combinationstöne, welche man in einem solchen Falle [»wenn m und n zwei ganze Zahlen ohne gemeinschaftlichen Factor sind, und die Schwingungszahl des einen primären Tones mf , die des anderen nf ist« und »die resultirende Luftbewegung periodisch« ist] hört, der Reihe der Töne von f , $2f$, $3f$ u. s. w. Schwingungen an.«
Benennung	S. 518: »Ich werde diese neuen Töne mit dem Namen der Summationstöne bezeichnen, im Gegensatze zu den früher besprochenen und schon länger bekannten, welche wir Differenztöne nennen können, weil ihre Schwingungszahl der Differenz der Schwingungszahlen der primären oder ihrer combinirten Töne niederer Ordnung gleich ist.«
Anzahl der beobachteten Kombinationstöne	S. 535: Theoretisch unendlich viele, praktisch abhängig von den physikalischen Gegebenheiten und der Intensität der Primärtöne.

Bibliografie

- Abbado, Michelangelo. »Sull'esistenza dei suoni armonici inferiori«, in: *Acta musicologica*, Band XXXVI, 1964, S. 234–237.
- Abbado, Michelangelo. »Presenza e udibilità degli armonici inferiori e conseguente spiegazione del terzo e quarto suono«, in: *Musica d'oggi*, n.s., Band 7, Heft 3, 1965, S. 76–78.
- Abbado, Michelangelo. »Terzo e quarto suono«, in: *Rivista italiana di musicologia*, Band 5, 1970, S. 99–147.
- Baillot, Pierre Marie François de Sales. *L'art du violon : nouvelle méthode / dédiée à ses élèves par P. Baillot, membre de la Légion d'honneur de la musique particulière du Roi et Professeur au Conservatoire de musique, deutsche Übersetzung von J. D. Anton*, Mainz, Antwerpen: Chez les fils de B. Schott, 1834.
- Balsach, Llorenç. »Application of virtual pitch theory in music analysis«, in: *Journal of New Music Research*, Band 26, Heft 3, 1997, S. 244–265.
- Barbieri, Patrizio. »Martini e gli armonisti »fisico-matematici: Tartini, Rameau, Riccati, Vallotti«, in: Angelo Pompilio (Hrsg.), *Padre Martini. Musica e cultura nel Settecento europeo*, Florenz: Leo S. Olschki Editore, 1987, S. 173–209.
- Barbieri, Patrizio. »Tartinis Dritter Ton und Eulers Harmonische Exponenten. Mit einem unveröffentlichten Manuskript Tartinis«, in: *Musiktheorie*, Band 7, Heft 3, 1992, S. 219–234.
- Barbieri, Patrizio. »Il sistema armonico di Tartini nelle »censure« di due celebri fisico-matematici: Eulero e Riccati«, in: A. Bombi, M.N. Massaro (Hrsg.), *Tartini. Il tempo e le opere*, Bologna: Il Mulino, 1994, S. 321–344.
- Bastian, Yvonne. *Die Wahrnehmung mehrerer Residualtöne bei Obertonreihen über harmonischen und nichtharmonischen Tonkombinationen* [Magisterarbeit], Universität zu Köln, 2002.
- Beeckman, Isaac. *Journal tenu par Isaac Beeckman, de 1604 à 1634*, La Haye: Nijhoff, 1939 [1604–1634].

- Békésy, Georg von. »Über die nichtlinearen Verzerrungen des Ohres«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band T412, 1934, S. 809–827.
- Benson, David. *Music: A mathematical offering*, Cambridge: Cambridge University Press, dritte Auflage, 2008.
- Biot, Jean Baptiste. »De la production et de la propagation du son«, in: *Traité de Physique experimental & mathématique*, Band Tom. II De l'acoustique, Paris: Deterville, 1816, S. 1–198.
- Blein, François Ange Alexandre. *Exposé de quelques principes nouveaux sur l'acoustique et la théorie des vibrations, et leur application à plusieurs phénomènes de la physique*, Paris: Chez l'auteur, 1827.
- Bloch, Joseph. *Methodik des Violinspiels und Violinunterrichts*, deutsch von G. Molnár, Straßburg i. Els.: Süddeutscher Musikverlag, 1903.
- Boer, Egbert (de). *On the »Residue« in hearing* [Dissertation], Universität von Amsterdam, Amsterdam, 1956.
- Borer, Philippe. *La pagina e l'archetto. Bibliografia violinistica storico-tecnica e studi effettuati su Niccolò Paganini*, Genova: Comune di Genova, 2003.
- Borer, Philippe. »Cromatismo ed espressione delle passioni in Paganini«, in: *Atti del Convegno Internazionale Paganini Divo e Comunicatore*, Genova: SerEl International EEditrice, 2007, S. 265–297.
- Borer, Philippe. »The Chromatic Scale in the Compositions of Viotti and Paganini: A Turning Point in Violin Playing and Writing for Strings«, in: Andrea Barizza (Hrsg.), *Diabolus in Musica*, Turnhout: Brepols, 2010, S. 91–120.
- Brainard, Paul. *Giuseppe Tartini. La raccolta di sonate autografe per violino. Manoscritto ms. 1888 Facs. 1 nell'Archivio Musicale della Veranda Arca del Santo in Padova*, EDIZIONI DELL'ACCADEMIA TARTINIANA, Milano: Casa Editrice CARISCH, 1976.
- Bregman, Albert Stanley. »Auditory scene analysis: hearing in complex environments«, in: Stephen McAdams, Emmanuel Bigand (Hrsg.), *Thinking in sound: The cognitive psychology of human audition*, Oxford: Clarendon Press, 1993, S. 10–36.

- Brewster, David. »HARMONICS, GRAVE«, in: David Brewster, *The Edinburgh Encyclopaedia*, Band X, Philadelphia: Joseph and Edward Parker, First American Edition, 1832, S. 250.
- Canale, Margherita. »Fonti per una ricostruzione della didattica tartiniana nella »Scuola delle Nazioni«, in: *Musicological Annual*, Band XXVIII, Ljubljana, 1992, S. 15–24.
- Cariani, Peter & Bertrand Delgutte. »Neural Correlates of the Pitch of Complex Tones. I. Pitch and Pitch Saliency, II. Pitch Shift, Pitch Ambiguity, Phase Invariance, Pitch Circularity, Rate Pitch, and the Dominance Region for Pitch«, in: *Journal of neurophysiology*, Band 76, Heft 3, 1996, S. 1698–1734.
- Cariani, Peter, Mark Tramo & Bertrand Delgutte. »Neural representation of pitch through temporal autocorrelation«, S. 1–11.
- Cavallini, Ivano. »Musica e teoria nelle lettere di G. Tartini a padre G. B. Martini«, in: *Atti della Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*, Band LXVIII 1979–1980, Bologna: Tipografia compositori, 1980.
- Cheveigné, Alain de. »Pitch perception models«, in: Christopher J. Plack, Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay, Arthur N. Popper (Hrsg.), *Pitch. Neural Coding and Perception*, Springer handbook of auditory research, New York: Springer, 2005.
- Chladni, Ernst Florens Friedrich. »Akustisch-literarische Bemerkungen von E. F. F. Chladni«, in: *Allgemeine musikalische Zeitung*, Band 6, Heft 43, 1804, S. 719–720.
- Chladni, Ernst Florens Friedrich. *Traité d'Acoustique*, Paris: Chez Courcier, 1809.
- Chladni, Ernst Florens Friedrich. *Neue Beyträge zur Akustik*, Leipzig: Breitkopf & Härtel, 1817.
- Chladni, Ernst Florens Friedrich. »Ueber die Nachtheile der Stimmung in ganz reinen Quinten und Quarten, nebst noch einigen, ältere und neuere Musik betreffenden, Bemerkungen«, in: *Cäcilia, eine Zeitschrift für die musikalische Welt*, Band 5, 1826, S. 279–298.

- Chladni, Ernst Florens Friedrich. *Akustik*, Leipzig: Breitkopf & Härtel, Neue, unveränderte Ausgabe, 1830 [1802].
- Cronhjort, Andreas. *A computer-controlled bowing machine (MUMS)*, Quarterly Progress and Status Report, Stockholm, Departement for Speech, Music and Hearing, Band 33, 1992, S. 61–66.
- Cube, Felix-Eberhard (von). *Lehrbuch der musikalischen Kunstgesetze, Band I*, Hamburg, 1953.
- D'Alembert, Jean-Baptiste. »FONDAMENTAL, Basse fondamentale«, in: Denis Diderot, Jean-Baptiste D'Alembert, *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers*, Band 7, Paris: Briasson, Première Édition, 1757, S. 58–63.
- De Piero, Alvisè. *Il Tentamen novae theoriae musicae di Leonhard Euler (Pietroburgo 1739): traduzione e introduzione*, Memorie della Accademia delle Scienze di Torino, Band 34, Torino: Accademia delle Scienze di Torino, 2010.
- Duchesne-Guillemin, Marcelle. »Sur la restitution de la musique hourrite«, in: *Revue de Musicologie*, Band 66, Heft 1, 1980, S. 5–26.
- Ebeling, Martin. *Verschmelzung und neuronale Autokorrelation als Grundlage einer Konsonanztheorie*, Frankfurt a. M.: Peter Lang, 2007.
- Ebeling, Martin. »Neuronal periodicity detection as a basis for the perception of consonance: A mathematical model of tonal fusion«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 124, Heft 4, 2008, S. 2320–2329.
- Eberlein, Roland. »Akustik, III. Geschichte der musikbezogenen Akustik«, in: Ludwig Finscher, *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 1 (Sachteil), Kassel u. a.: Bärenreiter & Metzler, 1994, Sp. 376–385.
- Euler, Leonhard. *Tentamen novae theoriae musicae*, St. Petersburg: Typographia Academiae Scientiarum, 1739.
- Euler, Leonhard. *Esame del Trattato di Giuseppe Tartini*, Archivio Musicale della Cappella Antoniana, Padova Ms. D. VI. 1894, 16a–e, 1756.
- Fastl, Hugo & Eberhard Zwicker. *Psychoacoustics: Facts and Models*, Berlin Heidelberg: Springer, 2007.

- Fétis, François-Joseph. »Sur un mémoire qui a pour titre: Exposé de quelques principes nouveau sur l'acoustique et la théorie des vibrations, et leur application a plusieurs phénomènes de la physique, par le Baron Blein, ancien officier général du génie«, in: *Revue Musicale*, Band Première année, Tome 2, 1828, S. 49–56.
- Fletcher, Harvey. »Loudness, pitch and the timbre of musical tones and their relation to the intensity, the frequency and the overtone structure«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 6, Heft 2, 1934, S. 59–69.
- Fricke, Jobst Peter. »Kombinationstöne«, in: Ludwig Finscher, *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 5 (Sachteil), Kassel u. a.: Bärenreiter & Metzler, 2. neubearb. Ausg., 1996, Sp. 482–486.
- Fricke, Jobst Peter. »Psychoakustik des Musikhörens. Was man von der Musik hört und wie man sie hört«, in: De la Motte-Haber / Rötter (Hrsg.), *Handbuch der Systematischen Musikwissenschaft, Band 3, Musikpsychologie*, Laaber: Laaber-Verlag, 2005, S. 101–154.
- Friesecke, Andreas. *Die Audio-Enzyklopädie ein Nachschlagewerk für Tontechniker*, München: Saur, 2007.
- Galilei, Galileo. *Discorsi e dimostrazioni matematiche: intorno à due nuoue scienze, attenenti alla Mecanica & i Movimenti Locali*, Leiden, 1638.
- Gelfand, Stanley A. *Hearing. An introduction to psychological and physiological acoustics*, New York u. a.: Dekker, Vierte überarbeitete und erweiterte Ausgabe, 2004.
- Geller, Doris. *Praktische Intonationslehre für Instrumentalisten und Sänger*, Kassel u. a.: Bärenreiter, 3. Auflage, 2003.
- Gleichmann, F. A. »Nochmalige Untersuchung über das Mitklingen eines tiefern Tones zu zwei angegebenen höhern«, in: *Allgemeine musikalische Zeitung*, Band 7, Heft 18, 1805, S. 277–284.
- Glorian, Friedrich. »Indische Ragas – Inhalt und Struktur«, in: Peter Neubäcker (Hrsg.), *Harmonik & Glasperlenspiel. Beiträge 1994*, München: Verlag Peter Neubäcker & freies musikzentrum münchen, 1995, S. 41–97.

- Goldschmidt, Victor. *Ueber Harmonie und Complication*, Berlin: Julius Springer, 1901.
- Goldstein, Julius L. »An optimum processor theory for the central formation of the pitch of complex tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 54, Heft 6, 1973, S. 1496–1516.
- Gouk, Penelope. *Music, science, and natural magic in seventeenth-century England*, New Haven, Conn. u. a.: Yale University Press, 1999.
- Granet, Marcel. *Das chinesische Denken*, München: Deutscher Taschenbuch Verlag, 1980.
- Gratzki, Bettina. *Die reine Intonation im Chorgesang*, Orpheus-Schriftenreihe zu Grundfragen der Musik, Bonn: Verlag für Systematische Musikwissenschaft, 1993.
- Groth, Renate. »Rameau, Jean-Philippe. 7. Theoretische Schriften«, in: Ludwig Finscher, *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 13 (Personenteil), Kassel u. a.: Bärenreiter & Metzler, 2005.
- Guanti, Giovanni. »Giuseppe Tartini lettore di Platone«, in: Patrizia Radicchi, Michael Burden (Hrsg.), *Florilegium Musicae. Studi in onore di Carolyn Gianturco*, Pisa: Edizioni ETS, 2004, S. 603–619.
- Guglielmo, Giovanni. *Giuseppe Tartini. Prima edizione a stampa delle 26 piccole sonate per violino e violoncello e per violino solo*, Band I, II, Padova: G. Zanibon, Edizione critica a cura di Giovanni Guglielmo, 1970.
- Haase, Rudolf. *Über das disponierte Gehör*, Elisabeth Haselauer (Hrsg.), Fragmente als Beiträge zur Musiksoziologie, Wien, München: Doblinger, 1977.
- Haase, Rudolf. *Der Briefwechsel zwischen Leibniz und Conrad Henfling*, Frankfurt a. M.: Vittorio Klostermann, 1982.
- Haase, Rudolf. *Geschichte des Harmonikalen Pythagoreismus*, Wien: Verlag Lafite, in revidierter Neuauflage, 2007.
- Hall, Donald E. *Musikalische Akustik: Ein Handbuch*, Deutsche Übersetzung: Thomas A. Troge, Johannes Goebel (Hrsg.), Mainz: Schott Musik International, 1997.

- Hällström, Gustav Gabriel. *De tonis combinationis* [Dissertation], Univers. Aboënses Facult. Philos., Aboae, 1819.
- Hällström, Gustav Gabriel. »Von den Combinationstönen«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 24, 1832, S. 438–466.
- Handschin, Jacques & Michael Maier. *Über reine Harmonie und temperierte Tonleitern ausgewählte Schriften*, Sonus, Schliengen: Edition Argus, 2000.
- Hartmann, William M. *Signals, Sound, and Sensation*, New York u.a.: Springer u.a., 5. korrigierte Auflage, 2005.
- Helmholtz, Hermann von. »Ueber Combinationstöne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 99, 1856, S. 497–540.
- Helmholtz, Hermann von. *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Frankfurt a. M.: Minerva-Verlag, dritte Ausgabe, 1870 [1863].
- Heman, Christine. *Intonation auf Streichinstrumenten: melodisches und harmonisches Hören*, Basel: Bärenreiter-Verlag, 1964.
- Henfling, Conrad. »Epistola de novo suo Systemate Musico«, in: *Miscellanea Berolinensia*, Band 1, Berlin, 1710, S. 265–294.
- Hesse, Horst-Peter. *Die Wahrnehmung von Tonhöhe und Klangfarbe als Problem der Hörtheorie*, Hans-Peter Reinecke (Hrsg.), Veröffentlichungen des staatlichen Instituts für Musikforschung Preussischer Kulturbesitz, Band VI, Köln: Arno Volk Verlag, 1972.
- Hesse, Horst-Peter. *Grundlagen der Harmonik in mikrotonaler Musik*, Innsbruck: Edition Helbling, 1989.
- Hesse, Horst-Peter. »Hatte Lipps doch recht? Tonverwandtschaft und Tonverschmelzung im Lichte der heutigen Gehörphysiologie«, in: Klaus Wolfgang Niemöller und Bram Gätjen (Hrsg.), *Perspektiven und Methoden einer Systemischen Musikwissenschaft*, Band 6, Frankfurt a. M. u. a.: Peter Lang, 2003, S. 133–147.
- Hindemith, Paul. *Unterweisung im Tonsatz, I. Theoretischer Teil*, Mainz: Schott Verlag, 1940.

- Hindemith, Paul. *A Composer's World*, Cambridge: Harvard University Press, 1953.
- Husmann, Heinrich. *Vom Wesen der Konsonanz*, Heidelberg: Müller-Thiergarten-Verlag, 1953.
- Jülicher, Frank, Daniel Andor & Thomas Duke. »Physical basis of two-tone interference in hearing«, in: *Proceedings of the National Academy of Science*, Band 98, Heft 16, 2001, S. 9080–9085.
- Karg-Elert, Sigfrid. *Polaristische Klang- und Tonalitätslehre (Harmonologie)*, Leipzig: Leuckart, 1930.
- Kassler, Jamie Croy. *The beginnings of modern philosophy of music in England. Francis North's A philosophical essay of musick (1677) with comments of Isaac Newton, Roger North and in the Philosophical Transactions*, Aldershot: Ashgate, 2004.
- Kayser, Hans. *Lehrbuch der Harmonik*, Zürich: Occident, 1950.
- Kircher, Athanasius. *Ars magna sciendi sive combinatorica*, Amstelodami: Janssonius à Waesberge, 1669.
- Kolk, Dieter. *Zahl und Qualität*, Walter Ammann (Hrsg.), Schriften über Harmonik Band 19, Bern: Kreis der Freunde um Hans Kayser, 1995.
- König, Rudolph. »Ueber den Zusammenklang zweier Töne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 157, 1876, S. 177–237.
- Kornek, Siegfried. *Das Phänomen der Kombinationstöne zur Klangverbesserung der Violinen. Band I, II, III*, Markersbach: Eigenverlag, 1998.
- Kraft, L. G. »Correlation Function Analysis«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 22, Heft 6, 1950, S. 762–764.
- Krueger, Felix. »Beobachtungen an Zweiklängen«, in: *Philosophische Studien*, Band 16, 1900, S. 307–379, 568–664.
- Krueger, Felix. »Differenztöne und Konsonanz«, in: *Archiv für die gesamte Psychologie*, Band 1, 1903, S. 205–275.

- Krueger, Felix. »Differenztöne und Konsonanz (Fortsetzung)«, in: *Archiv für die gesamte Psychologie*, Band 2, 1904, S. 1–80.
- Krueger, Felix. »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps.«, in: *Psychologische Studien*, Band 1, 1906, S. 305–387.
- Krueger, Felix. »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Fortsetzung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 2, 1907, S. 205–255.
- Krueger, Felix. »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Dritte Mitteilung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 4, 1909, S. 201–282.
- Krueger, Felix. »Die Theorie der Konsonanz. Eine psychologische Auseinandersetzung vornehmlich mit C. Stumpf und Th. Lipps. (Vierte und letzte Mitteilung)«, in: *Psychologische Studien*, Band 5, 1910, S. 294–411.
- Küchler, Ferdinand. *Praktische Violinschule*, Zürich: Hug, 1914.
- Kues, Nikolaus (von) [Cusanus]. *De docta ignorantia – Die belehrte Unwissenheit*, lat. und dt. hrsg. von H. G. Senger (Hrsg.), Hamburg: Meiner, 1977 [1440].
- Lagrange, Joseph Louis. »Recherches sur la nature et la propagation du son«, in: M. J. A. Serret (Hrsg.), *Oeuvres de Lagrange*, Paris: Gauthier-Villars, 1867 [1759], S. 39–148.
- Langner, Gerald. »Evidence for neuronal periodicity detection in the auditory system of the guinea fowl: implications for pitch analysis in the time domain«, in: *Experimental Brain Research*, Band 52, 1983, S. 333–355.
- Langner, Gerald. »Temporal Processing of Pitch in the Auditory System«, in: *Journal of New Music Research*, Band 26, Heft 2, 1997, S. 116–132.
- Langner, Gerald. »Die zeitliche Verarbeitung periodischer Signale im Hörsystem: Neuronale Repräsentation von Tonhöhe, Klang und Harmonizität«, in: *Zeitschrift für Audiologie*, Band 46, Heft 1, 2007, S. 8–21.

- Leibniz, Gottfried Wilhelm. »Brief an Christian Goldbach vom 17. 4. 1712«, in: Chr. Kortholt (Hrsg.), *Epistolae ad diversos*, Leipzig, 1734.
- Leisinger, Ulrich. *Leibniz-Reflexe in der deutschen Musiktheorie des 18. Jahrhunderts*, Würzburg: Königshausen und Neumann, 1994.
- Licklider, Joseph Carl Robnett. »A Duplex Theory of Pitch Perception«, in: *Experimenta*, Band VII, Heft 4, 1951, S. 128–134.
- Lohri, Angela. *Die syntonische Skala und die Differenztöne: Ihre Bedeutung und ihre Anwendung im Violinunterricht* [Diplomarbeit], Hochschule der Künste Bern, 2008.
- Lohri, Angela. »Symmetrien in Partialtonstrukturen von Zweiklängen und die Entstehung von Kombinationstönen«, in: *The Journal of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS-Symmetry)*, Heft 1–4, 2010, S. 154–157.
- Lohri, Angela, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou. »Combination tones in violins«, in: Werner Goebel (Hrsg.), *Proceedings of the Second Vienna Talk »Bridging the Gaps«*, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien, 2010, S. 96–99.
- Lohri, Angela, Sandra Carral & Vasileios Chatziioannou. »Combination Tones in Violins«, in: *Archives of Acoustics*, Band 36, Heft 4, 2011, S. 727–740.
- Lohri, Angela & Susanne Rell. »Visualisation of Musical Intervals: Patterns, Fractals and Coincidences«, in: *The Journal of the International Society for the Interdisciplinary Study of Symmetry (ISIS-Symmetry)*, Heft 1–2, 2012, S. 82–85.
- Lohri, Angela. »The Tartini Tones and Their Relevance in Music Acoustics, Theory and Performance«, in: Sonja Nikolić, Vesna Meštrić, Igor Peteh, Vesna Rastija (Hrsg.), *Cro.ArtScia2011, Symmetry: Art & Science*, CroArtScia Conference Proceedings Series, Band 1, Zagreb (Kroatien), 2014, S. 87–98.
- Lopez-Poveda, Enrique A., Alan R. Palmer & Ray Meddis. *The Neurophysiological Bases of Auditory Perception*, Springer, 2010.

- Lullus, Raimundus. *Ars brevis (lateinisch-deutsch), übersetzt von Alexander Fidora*, Philosophische Bibliothek, Hamburg: Meiner, 1999 [1308].
- Lummer, Otto. »Ueber eine empfindliche objective Klanganalyse«, in: *Verhandl. Phys. Gesellsch. Berlin*, Band 5, 1887, S. 66–69.
- Mahrenholz, Christhard. *Die Orgelregister. Ihre Geschichte und ihr Bau*, Kassel: Bärenreiter-Verlag, 1930.
- Mantel, Gerhard. *Intonation Spielräume für Streicher*, Studienbuch Musik, Mainz: Schott, 2005.
- Mařák, Jan & Viktor Nopp. *Housle (Dějiny vývoje houslí, houslařství a hry houslové. Metodika)*, Prag: nakladatel Hudební matice Umělecké besedy, 1944.
- Mazzola, Guerino, Daniel Muzzolini & Georg Rainer Hofmann. *Geometrie der Töne. Elemente der mathematischen Musiktheorie*, Basel u. a.: Birkhäuser, 1990.
- Meddis, Ray & Michael J. Hewitt. »Virtual pitch and phase sensitivity of a computer model of the auditory periphery. I: Pitch identification«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 89, Heft 6, 1991, S. 2866–2882.
- Mercadier de Belesta, Jean-Baptiste. *Nouveau système de musique théorique et pratique*, Paris: chez Valade, 1776.
- Mersenne, Marin. *Harmonie Universelle, contenant la théorie et la pratique de la musique*, Paris: Pierre Ballard, Erstausgabe, 1636.
- Mersenne, Marin. *Cogitata physico-mathematica*, Paris: Antonii Bertier, 1644.
- Meyer, Max Friedrich. »Observation of the Tartini Pitch produced by $\sin 9x + \sin 13x$ «, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 4, 1954a, S. 560–562.
- Meyer, Max Friedrich. »Observation of the Tartini Pitch produced by $\sin 11x + \sin 15x$ «, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 5, 1954b, S. 759–761.

- Meyer, Max Friedrich. »Tartini Versus Helmholtz Judged by Modern Sensory Observation«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 26, Heft 5, 1954c, S. 761–764.
- Meyer-Eppler, Werner, H. Sendhoff & R. Rupprath. »Residualton und Formantton«, in: *Gravesaner Blätter*, Band 4, Heft 14, 1959, S. 70–83.
- Molineux, J. »On the grave harmonics«, in: *The Harmonicon, A Journal of Music*, Band 5, London: Samuel Leigh, 1827, S. 108.
- Moore, Brian C. J. *An introduction to the Psychology of Hearing*, UK: Emerald Group Publishing Limited, 6. Auflage, 2012.
- Morgan, August de. »On the beats of imperfect consonances«, in: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Band 10, Cambridge: Cambridge University Press, 1864, S. 129–145.
- Mozart, Leopold. *Versuch einer gründlichen Violinschule*, Augsburg: In Verlag des Verfassers, 1756.
- Muzzolini, Daniel. *Genealogie der Klangfarbe* [Dissertation], Philosophische Fakultät Universität Zürich 2004.
- Norden, Norris Lindsay. »A new theory of untempered music«, in: *The Musical Quarterly*, Band XXII, 1936, S. 217–233.
- North, Francis. *A Philosophical Essay of Musick. Directed to a Friend*, London: Printed for John Martyn, 1677.
- Oettingen, Arthur Joachim von. *Harmoniesystem in dualer Entwicklung. Studien zur Theorie der Musik*, Dorpat, Leipzig: Gläser, 1866.
- Oettingen, Arthur Joachim von. *Das duale Harmoniesystem*, Leipzig: Siegel, 1913.
- Ohm, Georg Simon. »Bemerkungen über Combinationstöne und Stösse«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 47, 1839, S. 463–466.
- Parncutt, Richard. »Revision of Terhardt's psychoacoustical model of the root(s) of a musical chord«, in: *Music Perception*, Band 6, Heft 1, 1988, S. 65–94.

- Parncutt, Richard. *Harmony: A Psychoacoustical Approach*, Berlin: Springer, 1989.
- Petrobelli, Pierluigi. »La scuola di Tartini in Germania e la sua influenza«, in: Friedrich Lippmann (Hrsg.), *Analecta musicologica*, Studien zur italienisch-deutschen Musikgeschichte, Band 5, Köln, Graz: Böhlau Verlag, 1968, S. 1–17.
- Plack, Christopher J. & Andrew J. Oxenham. »Overview: The Present and Future of Pitch«, in: Christopher J. Plack, Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay, Arthur N. Popper (Hrsg.), *Pitch. Neural Coding and Perception*, New York: Springer, 2005.
- Plack, Christopher J., Andrew J. Oxenham, Richard R. Fay & Arthur N. Popper. *Pitch. Neural Coding and Perception*, Springer handbook of auditory research, New York: Springer, 2005.
- Platon. *Platonis Opera (Lateinische Übersetzung)*, hrsg. von Philippo Pincio Mantuano, Venetiis per Philippum Pincium, 1517.
- Platon. *Platonis Opera (Lateinische Übersetzung)*, übersetzt von Marsilio Ficino, Basileae in officina frobeniana, 1532.
- Plomp, Reinier. »Detectability Threshold for Combination Tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 37, Heft 6, 1965, S. 1110–1123.
- Plomp, Reinier. *Aspects of tone sensation*, London: Academic Press, 1976.
- Poppe, Gerhard, Katrin Bemmann & Kornél Magvas. »Johann Gottlieb Naumann«, in: Ludwig Finscher, *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 12 (Personenteil), Kassel u. a.: Bärenreiter & Metzler, 2. neubearb. Ausg., 2004, Sp. 928–934.
- Preyer, William Thierry. *Akustische Untersuchungen*, Sammlung physiologischer Abhandlungen. Reihe 2, Jena, 1879.
- Preyer, William Thierry. »Ueber Combinationstöne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 274, 1889, S. 131–136.
- Rameau, Jean Philippe. *Traité de l'harmonie reduite à ses principes naturels*, Paris: Ballard, 1722.

- Rameau, Jean-Philippe. *Génération Harmonique, ou Traité de Musique Théorique et Pratique*, Paris: Prault fils, 1737.
- Rameau, Jean-Philippe. *Lettre à Monsieur d'Alembert, Sur ses opinions en Musique, insérées dans les articles Fondamental et Gamme de l'Encyclopédie*, Paris: L'imprimerie Royale, 1760.
- Rasch, Rudolf A. & Reinier Plomp. »The Perception of Musical Tones«, in: Diana Deutsch (Hrsg.), *The Psychology of Music*, London: Academic Press, 1982, S. 1–24.
- Reinecke, Hans-Peter. »Hugo Riemanns Beobachtung von »Divisionstönen« und die neueren Anschauungen zu Tonhöhenwahrnehmung«, in: Wilfried Brenecke, Hans Haase (Hrsg.), *Hans Albrecht in Memoriam. Gedenkschrift mit Beiträgen von Schülern und Freunden*, Kassel: Bärenreiter, 1962a, S. 232–241.
- Reinecke, Hans-Peter. »Über die Eigengesetzlichkeit des musikalischen Hörens und die Grenzen der naturwissenschaftlichen Akustik«, in: Walter Wiora (Hrsg.), *Die Natur der Musik als Problem der Wissenschaft*, Kassel, Basel: Bärenreiter, 1962b, S. 34–44.
- Reinecke, Hans-Peter. *Experimentelle Beiträge zur Psychologie des musikalischen Hörens*, Hamburg: Musikverlag Hans Sikorski, 1964.
- Reuter, Christoph. *Der Einschwingvorgang nichtperkussiver Musikinstrumente. Auswertung physikalischer und psychoakustischer Messungen*, Europäische Hochschulschriften / 36, Frankfurt am Main, Wien u. a.: Lang, 1995.
- Reuter, Christoph. *Die auditive Diskrimination von Orchesterinstrumenten*, Europäische Hochschulschriften / 36, Frankfurt am Main, Wien u. a.: Lang, 1996.
- Reuter, Christoph & Herbert Griebel. »Jaco – High-quality sinusoid tracks and envelopes«, in: Werner Goebel (Hrsg.), *Proceedings of the Second Vienna Talk »Bridging the Gaps«*, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien, 2010, S. 121–124.
- Rhode, William S. »Interspike intervals as correlate of periodicity pitch in cat cochlear nucleus«, in: *Journal of the Acoustical Society of America*, Band 97, Heft 4, 1995, S. 2414–2429.

- Riccati, Giordano. *Delle corde ovvero fibre elastiche schediasmi fisico-matematici*, Bologna: Nella Stamperia di San Tommaso d'Aquino, 1767.
- Riemann, Hugo. *Grundriß der Musikwissenschaft*, Wissenschaft und Bildung, Leipzig: Quelle & Meyer, 1908.
- Riemann, Karl Wilhelm Julius Hugo. »Die objektive Existenz der Untertöne in der Schallwelle«, in: *Allgemeine deutsche Musikzeitung*, Band 2, 1875, S. 205–206, 213–215.
- Ritsma, Roelof J. »Existence region of the tonal residue. I«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 34, 1962, S. 1224–1229.
- Ritsma, Roelof J. »Existence region of the tonal residue. II«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 35, 1963, S. 1241–1245.
- Röber, August. »Untersuchungen des Hrn. Scheibler in Crefeld über die sogenannten Schläge, Schwebungen und Stöße«, in: *Annalen der Physik*, Band 32, 1834, S. 333–362 und 492–520.
- Röber, August. »Combinationstöne und Stösse«, in: Heinr. Wilh. Dove (Hrsg.), *Repertorium der Physik*, Band III. Band. Akustik, Theoretische Optik, Meteorologie., Berlin: Veit & Comp., 1839, S. 1–53.
- Romani, G. L., S. J. Williamson & L. Kaufmann. »Tonotopic organization of the human auditory cortex«, in: *Science*, Band 216, 1982, S. 1339–1340.
- Romieu, Jean-Baptiste. »Nouvelle Découverte des Sons Harmoniques Graves dont la Résonance est très-sensible dans les Accords des Instrumens à Vent«, in: *Assemblée Publique de la Société Royale des Sciences, tenue dans la Grande Sale de l'Hôtel de Ville de Montpellier, le 16 Décembre 1751*, Montpellier: Jean Martel, 1752, S. 77–88.
- Rousseau, Jean-Jacques. »SYSTÈME DE M. TARTINI«, in: *Dictionnaire de Musique*, Paris: Chez la veuve Duchesne, 1768, S. 475–496.
- Rousseau, Jean-Jacques & Jean-Baptiste D'Alembert. »HARMONIQUE«, in: Denis Diderot, Jean-Baptiste D'Alembert, *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences des arts et des métiers*, Band 8, Paris: Briasson, Erste Ausgabe, 1765, S. 54–56.

- Rubeli, Alfred Ulrich. *Giuseppe Tartini, Traktat über die Musik gemäß der wahren Wissenschaft von der Harmonie*, übersetzt ins Deutsche und erläutert von A. Rubeli, Orpheus-Schriftenreihe zur Grundfragen der Musik, Band 6, Düsseldorf, 1966.
- Sarti, Giuseppe. »Versuche über eine Anzahl Schwingungen, die ein Ton in einer Sekunde macht«, in: *Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde*, Band 1, 1797, S. 102–103.
- Sauveur, Joseph. »Section IX, Des sons harmoniques«, in: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences*, Paris: Chez Charles-Estienne Hochereau, 1701, S. 349–356.
- Schaefer, Clemens. »Der Ursprung subjektiver Kombinationstöne (Antwort an Hrn. J. Peterson)«, in: *Annalen der Physik*, Band T346, Heft 9, 1913, S. 871–872.
- Schaefer, Clemens. *Einführung in die theoretische Physik. Band 1*, Berlin: De Gruyter, 1929.
- Schaefer, Clemens & Ernst Juretzka. »Theorie der Kombinationstöne an Saiten und Membranen«, in: *Annalen der Physik*, Band T346, Heft 9, 1913, S. 581–592.
- Schaefer, Karl L. »Über die Erzeugung physikalischer Kombinationstöne mittels des Stentortelephons«, in: *Annalen der Physik*, Band T322, 1905, S. 572–583.
- Schnoebelen, Anne. *Padre Martini's collection of letters in the Civico Museo Bibliografico Musicale in Bologna. An annotated index*, Annotated reference tools in music, New York: Pendragon Press, 1979.
- Schoonderwaldt, Erwin. *Mechanics and acoustics of violin bowing* [Dissertation], School of Computer Science and Communication, Royal Academy of Technology, Stockholm, 2009.
- Schopenhauer, Arthur. *Die Welt als Wille und Vorstellung*, Leipzig: Brockhaus, Erste Ausgabe, 1819.
- Schouten, Jan Frederik. »The perception of subjective tones«, in: *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Band 41, 1938, S. 1086–1093.

- Schouten, Jan Frederik. »The perception of pitch«, in: *Philips Technical Review*, Band 4, 1940a, S. 286–294.
- Schouten, Jan Frederik. »The residue, a new component in subjective sound analysis«, in: *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Band 43, 1940b, S. 356–365.
- Schouten, Jan Frederik, Roelof J. Ritsma & B. Lopes Cardozo. »Pitch of the residue«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 34, Heft 8, 1962, S. 1418–1424.
- Schröder, Hermann. *Naturharmonien. Eine Abhandlung über Kombinationstöne und ihre Verstärkung durch den Violin-Vibrator sowie über ihre Wirkung auf Harmonie und Tonfärbung mit einem praktischen Teile als Anhang: Zweistimmige Melodien für die Violine mit Vibrator*, Berlin: Chr. Friedrich Vieweg, 1906.
- Schulze, Werner. *Zahl, Proportion, Analogie. Eine Untersuchung zur Metaphysik und Wissenschaftshaltung des Nikolaus von Kues*, Buchreihe der Cusanus-Gesellschaft, Band VII, Münster Westfalen: Aschendorff, 1978.
- Schulze, Werner. »Conrad Henfling: Epistola de novo suo Systemate Musico I (Übersetzung aus dem Lateinischen von Werner Schulze) und Henflings Brief über sein neues Musik-System«, in: *Musiktheorie*, Band 2, Heft 2, 1987, S. 169–181, 183–186.
- Schulze, Werner. »Conrad Henfling: Epistola de novo suo Systemate Musico II (Übersetzung aus dem Lateinischen von Werner Schulze) und Anmerkungen zu Henflings „Epistola“«, in: *Musiktheorie*, Band 3, Heft 2, 1988, S. 171–181, 183–185.
- Schulze, Werner. »Musik als verborgene metaphysische Übung«, in: Peter Neubäcker (Hrsg.), *Harmonik & Glasperlenspiel. Beiträge 1994*, München: Verlag Peter Neubäcker & freies musikzentrum münchen, 1995, S. 5–29.
- Schulze, Werner. *LLULL. Ein Logo Mysterion*, Wien: LOGOS edition, 2001.
- Schulze, Werner. »Grundzüge der antiken Musiktheorie«, in: Stefan Lorenz Sorgner, Michael Schramm (Hrsg.), *Musik in der antiken Philosophie: Eine Einführung*, Würzburg: Königshausen & Neumann, 2010, S. 71–86.

- Seebeck, August. »Über die Definition eines Tons«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band 63, 1844, S. 353–568.
- Serre, Jean Adam. *Essais sur les principes de l'harmonie*, Paris: Chez Prault fils, 1753.
- Serre, Jean Adam. *Observations sur les principes de l'harmonie occasionnée*, Geneve: Chez Henry-Albert Gosse et Jean Gosse 1763.
- Sethares, William A. *Tuning, Timbre, Spectrum, Scale*, New York u. a.: Springer, 2. Auflage, 2005.
- Sevsay, Ertuğrul, im Gespräch mit Angela Lohri, *Die Bedeutung der Kombinationstöne in der Instrumentationslehre*, Wien, Juni 2011.
- Smoorenburg, Guido F. »Audibility region of combination tones«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 52, 1972, S. 603–614.
- Sorge, Georg Andreas. *Anweisungen zur Stimmung und Temperatur sowohl der Orgelwerke, als auch anderer Instrumente, sonderlich aber des Claviers, in einem Gespräche zwischen einem Musico theoretico und seinem Scholaren*, Hamburg, 1744.
- Sorge, Georg Andreas. *Vorgemach der musicalischen Composition, 1. Teil*, Lobenstein: Im Verlag des Autors, 1745.
- Spitzer, Leopold. *Die harmonikale Symbolik des A. Frh. von Thimus*, Rudolf Haase (Hrsg.), Beiträge zur harmonikalen Grundlagenforschung, Band 8, Wien: Verlag Elisabeth Lafite, 1978.
- Stevens, Stanley Smith & Hallowell Davis. *Hearing. Its Psychology and Physiology*, Hoboken: John Wiley & Sons, 7. Aufl., 1966 [1939].
- Stüber, Jutta. *Die Intonation des Geigers*, Bonn: Verlag für systematische Musikwissenschaft, 1989.
- Stüber, Jutta. *Das Chorbuch I*, Bonn: Orpheus-Verlag, Verlag für systematische Musikwissenschaft GmbH, 2004.
- Stumpf, Carl. *Tonpsychologie. Zweiter Band*, Leipzig: S. Hirzel, 1890.

- Stumpf, Carl. »Beobachtungen über Kombinationstöne«, in: *Beiträge zur Akustik und Musikwissenschaft*, Band 5, 1910, S. 1–142.
- Szende, Ottó. *Handbuch des Geigenunterrichts*, Düsseldorf: Musikverlag Friedrich Karl Sandvoss, 1977.
- Tartini, Giuseppe. *Musica di Tartini. Autografo*, Pontificia Biblioteca Antoniana, Padova, Ms. 1888.
- Tartini, Giuseppe. *Brief von Tartini an den Grafen Francesco Algarotti vom 24. Feb. 1750*, Biblioteca Civica di Bassano, Bassano del Grappa.
- Tartini, Giuseppe. *Brief von Giuseppe Tartini an Giovanni Battista Martini vom 5. Nov. 1751*, Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna, Bologna, I.017.034.
- Tartini, Giuseppe. *Brief von Giuseppe Tartini an Giovanni Battista Martini vom 23. Juni 1752*, Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna, Bologna, I.017.045.
- Tartini, Giuseppe. *Brief von Giuseppe Tartini an Giovanni Battista Martini vom 26. Mai 1752*, Museo internazionale e biblioteca della musica di Bologna, Bologna, I.017.043.
- Tartini, Giuseppe. *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*, Padova: Stamperia del Seminario Padova, 1754.
- Tartini, Giuseppe. *De' principj dell'armonia musicale contenuta nel diatonico genere. Dissertazione di Giuseppe Tartini*, Padova: Stamperia del Seminario, 1767.
- Tartini, Giuseppe. *La scienza platonica fondata nel cerchio*, Anna Todeschini Cavalla (Hrsg.), Padova: CEDAM, 1977 [ca. 1764–1770].
- Tartini, Giuseppe. *Risposta all'esame di Eulero*, Archivio Musicale della Cappella Antoniana, Padova, Ms. D. VI 1894, 17a-f.
- Tartini, Giuseppe. *Regola del Terzo Suono*, British Library, London, Music Collections, Add MS 32150.
- Taylor, Charles. »The science of musical sound«, in: John Fauvel, Raymond Flood, Robin Wilson (Hrsg.), *Music and Mathematics. From Pythagoras to Fractals*, New York: Oxford University Press, 2010, S. 47–60.

- Terhardt, Ernst. »Die psychoakustischen Grundlagen der musikalischen Akkordgrundtöne und deren algorithmische Bestimmung«, in: Carl Dahlhaus, Manfred Krause, Peter Frenzel (Hrsg.), *Tiefenstruktur der Musik. Festschrift Fritz Winkel zum 75. Geburtstag*: TU Berlin, 1982, S. 23–50.
- Terhardt, Ernst, G. Stoll & M. Seewann. »Pitch of complex signals according to virtual-pitch theory: tests, examples, and predictions«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 71, 1981, S. 671–678.
- Tramo, Mark Jude, Peter A. Carians & Bertrand Delgutte. »Neurobiological Foundations for the Theory of Harmony in Western Tonal Music«, in: R. J. Zatorre, I. Peretz (Hrsg.), *The Biological Foundations of Music*, Annals of the New York Academy of Sciences, Band 930, 2001, S. 92–116.
- Trendelenburg, Wilhelm. *Die natürlichen Grundlagen der Kunst des Streichinstrumentenspiels*, Berlin: Julius Springer, 1925.
- Ullmann, Dieter. »Helmholtz-Koenig-Waetzmann und die Natur der Kombinationstöne«, in: *Centaurus: an international journal of the history of science and its cultural aspects*, Band 29, Heft 1, 1986, S. 40–52.
- Vallotti, Francesco Antonio. *Brief von Francescantonio Vallotti (Padua) an Giordano Riccati (Castelfranco Veneto)*, Biblioteca Comunale, Udine, Commercio di lettere intorno al contrappunto fra il P. Francescantonio Vallotti M. C. Maestro di Cappella nella Basilica di S. Antonio di Padova e il conte Giordano Riccati (1735–1779), Ms. 1027, 1738.
- Vieth, Gerhard. »Ueber Combinationstöne, in Beziehung auf einige Streitschriften über sie zweier englischer Physiker, Th. Young und Jo. Gough«, in: *Annalen der Physik*, Band 21, 1805, S. 265–314.
- Vieth, Gerhard. »Untersuchungen über Schall und Licht von Thomas Young (Bearbeitet vom Direct. Vieth in Dessau)«, in: *Annalen der Physik*, Band T22, 1806, S. 337–396.
- Vitruvius Pollio, Marcus. *Zehn Bücher über Architektur*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, übersetzt und erläutert von Curt Fensterbusch, 1964.
- Vogel, Martin. *Die Lehre von den Tonbeziehungen*, Bonn: Verlag für systematische Musikwissenschaft, 1975.

- Vogel, Martin. »Reine Stimmung und Temperierung«, in: Günter Schnitzler (Hrsg.), *Musik und Zahl*, Bonn: Verlag für systematische Musikwissenschaft, 1976, S. 265–292.
- Vogel, Martin. *Die Naturseptime: ihre Geschichte und ihre Anwendung*, Bonn: Verlag für systematische Musikwissenschaft, 1991.
- Vogler, Georg Joseph. *Tonwissenschaft und Tonsezkunst*, Mannheim: Kurfürstliche Hofbuchdruckerei, 1776.
- Vogler, Georg Joseph. *Betrachtungen der Mannheimer Tonschule*, Band 2, Mannheim, 1779–1780.
- Voigt, Wolfgang. *Dissonanz und Klangfarbe*, Bonn: Verlag für systematische Musikwissenschaft, 1985.
- Waetzmann, Erich. »Zur Frage nach der Objektivität der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T325, 1906, S. 837–845.
- Waetzmann, Erich. »Zur Theorie der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T329, 1907, S. 68–78.
- Waetzmann, Erich. »Kritisches zur Theorie der Kombinationstöne«, in: *Annalen der Physik*, Band T333, 1909, S. 1067–1078.
- Waetzmann, Erich. »Über die Intensitätsverhältnisse und die Entstehungsweise der Differenztöne höherer Ordnung«, in: *Annalen der Physik*, Band T338, 1910, S. 1299–1304.
- Waetzmann, Erich. *Die Resonanztheorie des Hörens*, Braunschweig: Fr. Vieweg & Sohn, 1912.
- Waetzmann, Erich. »Die Entstehungsweise von Kombinationstönen im Mikrofon-Telephonkreis«, in: *Annalen der Physik*, Band T347, 1913, S. 729–744.
- Walker, Daniel Pickering. *Studies in musical science in the late Renaissance*, Studies of the Warburg Institute, Leiden: Brill, 1978.

- Walliser, Konrad. »Über ein Funktionsschema für die Bildung der Periodentonhöhe aus dem Schallreiz«, in: *Kybernetik*, Band 6, 1969, S. 65–72.
- Weber, Wilhelm Eduard. »Ueber die Tartinischen Töne«, in: *Annalen der Physik und Chemie*, Band T91, 1829, S. 216–222.
- Wellek, Albert. *Musikpsychologie und Musikästhetik. Grundriss der systematischen Musikwissenschaft*, Bonn: Bouvier Verlag, 3. Auflage, 1982.
- Wightman, Frederic L. »The pattern-transformation model of pitch«, in: *The Journal of the Acoustical Society of America*, Band 54, Heft 2, 1973, S. 407–416.
- Wilhelmj, August & James Brown. *A Modern School for the Violin by August Wilhelmj and James Brown in 12 Books*, London: Novello, 1898.
- Woodhouse, Jim, E-mailkorrespondenz mit Sandra Carral, *Nonlinear mechanisms in string instruments*, Cambridge-Wien, 2009.
- Yost, William A. *Fundamentals of hearing. An introduction*, San Diego u. a.: Elsevier Acad. Press, 5. Ausgabe, 2007.
- Young, Matthew. »Of the Grave Harmonic Tones, Sect. VI«, in: *Enquiry into the principal phaenomena of sounds and musical strings*, Dublin: Joseph Hill, 1784, S. 183–201.
- Young, Thomas. »Outlines of Experiments and Inquiries respecting Sound and Light«, in: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Band 90, 1800, S. 106–150.
- Zarlino, Gioseffo. *Le Istituzioni harmoniche*, Venedig: Eigenverlag, 1558.
- Zimmermann, Reiner. *Johann Gottlieb Naumann*, Dresden: Verlag der Kunst Dresden, 1991.
- Zwicker, Eberhard & Richard Feldtkeller. *Das Ohr als Nachrichtenempfänger*, Stuttgart: S. Hirzel, 1967.

Kurzfassung

Kombinationstöne stellen ein komplexes akustisches Phänomen dar, das Musiker und Wissenschaftler seit dreihundert Jahren beschäftigt. Ab dem 19. Jahrhundert verlagerte sich die Kombinationstonforschung zunehmend in die sich spezialisierenden Zweige der Akustik. Der direkte Bezug zu Fragestellungen aus der Musik ließ nach. Die heute verfügbaren Grundlagen zu Kombinationstönen sind dadurch für den musikalischen Gebrauch nur unter Vorbehalt verwendbar.

Der Geiger und Komponist Giuseppe Tartini, der das Phänomen ab 1714 umfassend untersuchte, wird in der Kombinationstonliteratur oft zitiert – wenn auch teilweise auf oberflächliche Art und Weise. Diese Untersuchung zeigt, wie Tartinis »terzo suono« (»dritter Ton«) im Lichte des damaligen und heutigen Forschungsstands verstanden werden kann. Die Analyse der Primärquellen seit Tartini bis zur Mitte des 19. Jahrhunderts schaffen die nötige Basis für weiterführende Fragestellungen. Es werden Aspekte zur Entwicklung der Formeln, zur Systematik und zur Perception der Kombinationstöne untersucht. Ein weiterer Bestandteil sind auf Streichinstrumenten durchgeführte Experimente zu Kombinationstönen, deren Ursprung außerhalb des Hörorgans liegt.

Was die vorliegende Arbeit charakterisiert, ist der harmonikale Schwerpunkt der Untersuchung. Mit Wurzeln in der pythagoreischen Tradition und geprägt von Hans Kayser hat sich das harmonikale Denken überliefert und weiterentwickelt, namentlich durch Rudolf Haase und Werner Schulze in Wien (Universität für Musik und darstellende Kunst). Weil sich Kombinationstöne nach harmonikalen Naturgesetzen bilden, liegt in der harmonikalen Betrachtung der Schlüssel zur Synthese akustischer und musikalischer Konzepte.

Dieses Buch enthält Forschungsergebnisse, die nicht nur für Interpreten, Musikpädagogen und Komponisten, sondern auch für Musikwissenschaftler, Akustiker und Instrumentenbauer relevant sind. Es werden vielfältige Aspekte der Kombinationstöne untersucht und zu einer Grundlage zusammengeführt, in der sich sowohl die Vielschichtigkeit als auch die musikalische Bedeutung des Phänomens verdeutlichen.

Abstract

Combination tones represent a challenging field for research due to their relevance in music theory, intonation, sound production, psychology of hearing, and acoustics. The literature reveals contrasting and even conflicting views owing to different perspectives, methods and shifts in terminology that took place over the last 300 years. A reliable theoretical formulation for the use of today's musical education and performance is not available. This constitutes the actual departing point for the present research.

The violinist and composer Giuseppe Tartini (1692–1770) made an early and all-important contribution to the study of the phenomenon. The points of correspondence and the discrepancies between modern concepts and Tartini's ideas are discussed. The examination of sources up to the middle of the 19th century reveals that Tartini and his »terzo suono« (»third tone«) are frequently mentioned, albeit without recognising the full value of Tartini's insights. His thinking was both intuitive and visionary so that today's findings in acoustics allow to give his theory a scientific basis.

The development of the theories as well as the perception of the phenomenon are investigated. Measurements on string instruments shed light on those combination tones that occur outside of the hearing organ.

This study attempts to synthesise acoustical and musical knowledge. Special consideration is given to the tradition of the science of harmonics.

Zur Autorin



Angela Lohri absolvierte ihr Violinstudium an der Haute École de Musique de Lausanne und an der Hochschule der Künste Bern. Ihre Affinität zu den Grundlagen der Musiktheorie und zum Phänomen Kombinationston führte sie an die Universität für Musik und darstellende Kunst Wien, wo sie 2014 das Doktorat erlangte (Betreuer: Univ.-Prof. Dr. Werner Schulze und Dr. Philippe Borer).

